Spécifications
2 décembre 2005

Le but de ces exercices est de décrire la spécification d'un programme par ses pré- et post- conditions. On utilisera la syntaxe B suivante :

```
res <- prog(params) ≜
PRE  pré
THEN
  res : (post) - res devient tel que post est vérifié
END
```

La post condition peut faire référence à la valeur courante des variables modifiées. L'exemple ci-dessous spécifie une opération de division par 2 de la variable globale `x`. L'ancienne valeur d'une variable `v` se note `v0`.

```
VARIABLES
  x
INVARIANT
  x ∈ NAT
OPERATIONS
  diviser ≜
  PRE  x mod 2 = 0
  THEN
    x : (x ∈ NAT ∧  2*x = x$0) - x devient tel que son double est égal à son ancienne valeur
  END
```

1. Ecrire la spécification d'un programme qui calcule dans la variable `p` le pgcd de deux nombres entiers strictement positifs A et B.
2. Ecrire la spécification d'un programme qui calcule, dans une variable `a`, la partie entière de la racine carrée d'un entier positif N. On n'utilisera aucune fonction réelle.
3. Ecrire la spécification d'un programme qui effectue l'échange de deux valeurs a et b.
4. Ecrire la spécification d'un programme qui trie les variables x,y et z dans l'ordre croissant.
5. Ecrire la spécification d'un programme qui trie un tableau tab[0 :N-1] d'entiers dans l'ordre croissant en sachant que $N \geq 0$. $N = 0$ signifie que le tableau est vide.
6. Ecrire la spécification d'un programme qui calcule la position d'une valeur entière X dans un tableau d'entiers croissant B[1..N] sachant que $X \in B(1)..B(N) - 1$
7. Ecrire la spécification d'un programme modifiant un tableau d'entiers b[0 :N-1] de sorte que chaque case b[i] du tableau final contienne le nombre des cases de b[0 :i-1] ayant une valeur strictement inférieure à b[i] dans le tableau initial.
8. Ecrire la spécification d'un programme qui stocke dans deux tableaux xv (ordonné par <) et yv les différents couples de valeurs entières (X,Y) vérifiant :
   $0 \leq Y \leq X \wedge X^2 + Y^2 = A$ où A est un entier donné.