Module 2 **Année 1999/2000**

Fiche de TD 7 : Calcul de propriétés d'un Arbre Binaire

Mots-clés : ***Définition/utilisation du TAD AB ; utilisation du TAD Liste***

Rappels :

```
spécification    AB0 [EG0]        -- spécification générique
étend   BOOL0                     -- spécification définissant la sorte Bool
sortes  AB                        -- sortes définies
opérations
        -- générateurs de base (ou constructeurs)
        AB_vide     : → AB                      -- arbre binaire vide
        <_, _, _>   : AB x S x AB → AB          -- ou créer, arbre binaire non vide
        -- autres générateurs
        g           : AB → AB                   -- sous-arbre gauche
        d           : AB → AB                   -- sous-arbre droit
        -- observateurs
        AB_vide?    : AB → Bool                 -- test vacuité
        r           : AB → S                    -- racine
préconditions    b : AB
        r (b) : ¬ AB_vide? (b)
        g (b) : ¬ AB_vide? (b)
        d (b) : ¬ AB_vide? (b)
axiomes          b1, b2 : AB ; e : S
        -- sur les observateurs
        AB_vide? (AB_vide) = vrai
        AB_vide? (<b1, e, b2>) = faux
        r (<b1, e, b2>) = e
        -- sur les autres générateurs
        g (<b1, e, b2>) = b1
        d (<b1, e, b2>) = b2
fin spéc
```

Questions :

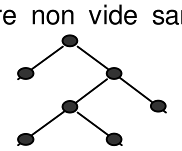
Compléter cette spécification en définissant (profil, précondition éventuelle, axiomes) les opérations :

1. Hauteur d'un arbre binaire (profondeur maximum de ses feuilles, la profondeur d'une feuille étant la longueur du chemin depuis la racine)
2. Taille d'un arbre binaire (nombre de nœuds de l'arbre)
3. Test de feuille (un arbre binaire donné est-il une feuille ?)
4. Nombre de feuilles d'un arbre binaire
5. Longueur de cheminement externe d'un arbre binaire (somme des profondeurs de toutes les feuilles)
6. Egalité de deux arbres binaires
7. Bord gauche d'un arbre binaire (chemin obtenu en ne parcourant que des fils gauches à partir de la racine ; le bord gauche ne se termine pas forcément sur une feuille)
8. Extrémité gauche d'un arbre binaire (nœud à l'extrémité du bord gauche, pas forcément une feuille)

Thèmes de réflexion :

1. Spécifier l'opération mce (moyenne de cheminement externe d'un arbre binaire)
2. Spécifier l'opération lc? indiquant si un arbre binaire donné est localement complet

   Arbre binaire localement complet = arbre binaire non vide sans point simple : tous les nœuds internes ont exactement 2 fils ("points doubles")

3. Spécifier l'opération miroir qui, en tout nœud d'un arbre binaire, échange les sous-arbres gauche et droit.
4. Spécifier l'opération lf donnant la liste des étiquettes aux feuilles d'un arbre binaire étiqueté (parcourues de gauche à droite)
5. En restreignant la sorte S à un dérivé de Entier, spécifier les opérations som_n et som_f donnant la somme des étiquettes respectivement attachées aux nœuds et aux feuilles d'un arbre binaire étiqueté