

Programmation impérative et langage C

feuille de TD n° 7 : Ecriture de programmes avec preuves : dérécursivation

1 Rappels

On se place dans le cas particulier de récursivité terminale dont la spécification s'écrit :

$$G(x) = \begin{cases} \text{si } b(x) & a \\ \text{sinon} & h(x) \oplus G(g(x)) \end{cases}$$

où :

- $b(x)$ est une fonction booléenne
- et \oplus est une opération associative possédant un élément neutre à gauche e

Alors le programme suivant est correct :

avec l'invariant choisi on a la correction partielle de la boucle

```
/* PE :  $\top$  */  
x = X; (dans le cas d'une variable complexe, l'affectation sera adaptée)  
r = e;  
/* INV :  $G(X) = r \oplus G(x)$  */  
while (not(b(x)))  
{  
  /*  $INV \wedge \text{not}(b(x))$  */  
  r = r  $\oplus$  h(x);  
  x = g(x);  
  /* INV */  
}  
/*  $G(X) = r \oplus a$  */  
r = r  $\oplus$  a  
/* PS :  $G(X) = r$  */
```

2 Exercices

◇ Exercice 1 : Calcul de la puissance entière d'un réel. Soit N un entier naturel et Y un réel, on veut écrire un programme qui calcule Y^N .

1. Ecrire une spécification récursive
2. Ecrire la solution impérative commentée à partir du schéma précédent.

◇ Exercice 2 : Ecrire un programme qui calcule, pour un entier naturel N , la valeur de N^2 . Pour calculer N^2 on utilise la définition suivante :

$$n^2 = \sum_{i=1}^n ((2 \times i) - 1)$$

1. Ecrire une spécification récursive.
2. Ecrire la solution impérative commentée à partir du schéma précédent.

◇ Exercice 3 : $B(0..N-1)$ étant un tableau, écrire un programme qui détermine si ce tableau est palindrome.

1. Ecrire une spécification récursive.
2. Ecrire la solution impérative commentée à partir du schéma précédent.

◇ Exercice 4 : On veut écrire un programme qui calcule le Pgcd de deux entiers naturels non nuls et qui utilise la propriété suivante :

$$Pgcd(A, B) = \begin{cases} A & \text{si } A = B \\ Pgcd(A - B, B) & \text{si } A > B \\ Pgcd(A, B - A) & \text{si } A < B \end{cases}$$

1. Ecrire une spécification récursive.
2. Ecrire la solution impérative commentée à partir du schéma précédent.

