

Analyse multifractale d'image : l'apport des coefficients dominants

H. Wendt⁽¹⁾, P. Abry⁽¹⁾, S.G. Roux⁽¹⁾, S. Jaffard⁽²⁾

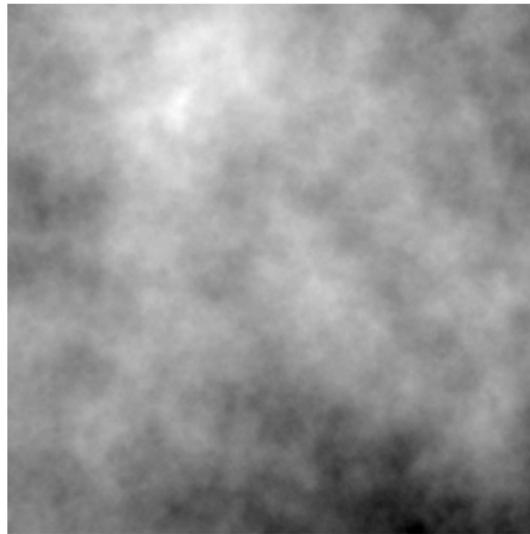
⁽¹⁾ Laboratoire de Physique, CNRS UMR 5672,
Ecole Normale Supérieure de Lyon

⁽²⁾ Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées,
CNRS UMR 8050, Université Paris XII

GRETISI 2007, Troyes, 12.09.2007

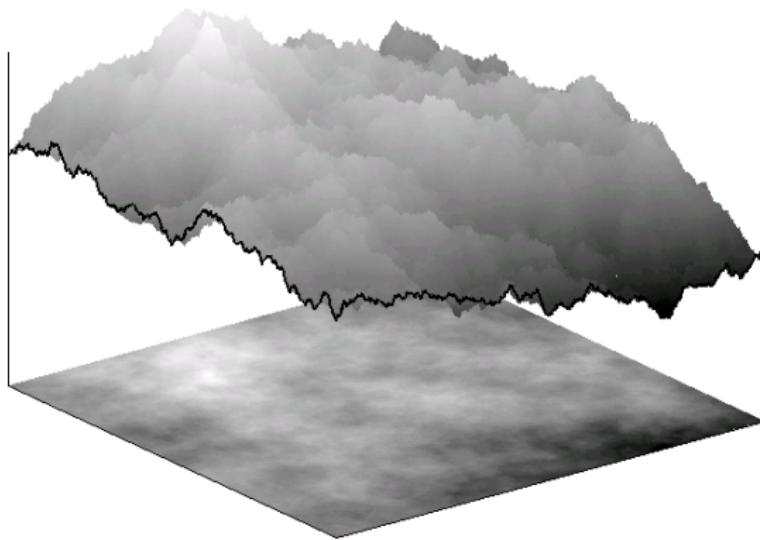


Motivation



- Description statistique de l'irrégularité d'une image
- Analyse Multifractale

Motivation



- Description statistique de l'irrégularité d'une image
- Analyse Multifractale

Analyse multifractale : théorie

- Régularité locale de $X(t)$ à t : **Exposant de Hölder** $h(t)$

X appartient à $C^\alpha(t_0)$ si

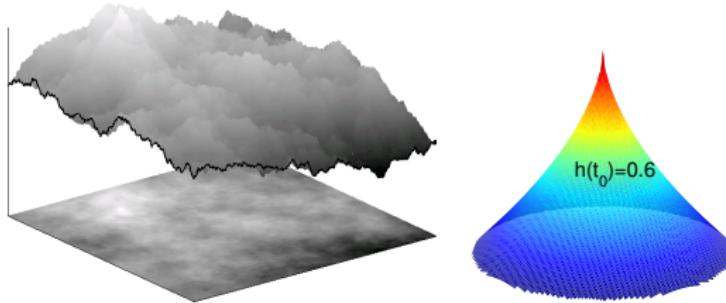
$\exists C, \alpha > 0; P_{t_0}(t); \deg(P_{t_0}) < \alpha :$

$$|X(t) - P_{t_0}(t)| < C|t - t_0|^\alpha$$

$$\rightarrow h(t_0) = \sup_\alpha \{\alpha : X \in C^\alpha(t_0)\}$$

- Variabilité de la régularité locale : **Spectre multifractal** $D(h)$

Dimension de Haussdorff des ensembles $\{t_i | h(t_i) = h\}$



Analyse multifractale : théorie

- Régularité locale de $X(t)$ à t : Exposant de Hölder $h(t)$

X appartient à $C^\alpha(\mathbf{t}_0)$ si

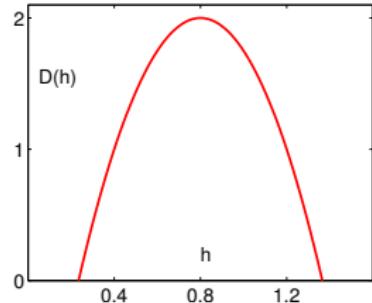
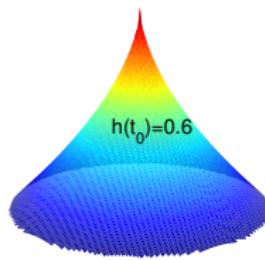
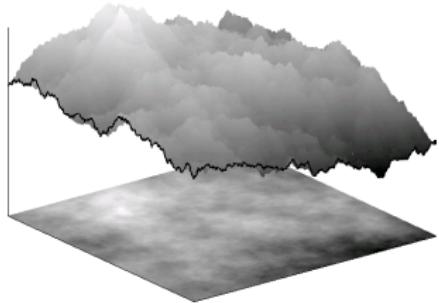
$\exists C, \alpha > 0; P_{t_0}(\mathbf{t}); \deg(P_{t_0}) < \alpha :$

$$|X(t) - P_{t_0}(t)| < C|t - t_0|^\alpha$$

$$\rightarrow h(\mathbf{t}_0) = \sup_{\alpha} \{ \alpha : X \in C^\alpha(\mathbf{t}_0) \}$$

- Variabilité de la régularité locale : **Spectre multifractal** $D(h)$

Dimension de Haussdorff des ensembles $\{\mathbf{t}_i | h(\mathbf{t}_i) = h\}$



Objectifs

- Analyse multifractale d'une image :
 - Transformée en ondelettes continue / squelette / maxima des modules
 - difficultés théoriques et pratiques
 - coût de calcul
 - Transformée en ondelettes dyadique / coefficients dominants
 - propriétés théoriques et pratiques
- Objectifs: coefficients dominants 2D
 - mis en œuvre
 - efficacité et performances
 - comparaison des performances :
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

- Analyse multifractale d'une image :
 - Transformée en ondelettes continue / squelette / maxima des modules
 - difficultés théoriques et pratiques
 - coût de calcul
 - Transformée en ondelettes dyadique / coefficients dominants
 - propriétés théoriques et pratiques
- Objectifs: coefficients dominants 2D
 - mis en œuvre
 - efficacité et performances
 - comparaison des performances :
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

- Analyse multifractale d'une image :
 - Transformée en ondelettes continue / squelette / maxima des modules
 - difficultés théoriques et pratiques
 - coût de calcul
 - Transformée en ondelettes dyadique / coefficients dominants
 - propriétés théoriques et pratiques
- Objectifs: **coefficients dominants** 2D
 - mis en œuvre
 - efficacité et performances
 - comparaison des performances :
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

- Analyse multifractale d'une image :
 - Transformée en ondelettes continue / squelette / maxima des modules
 - difficultés théoriques et pratiques
 - coût de calcul
 - Transformée en ondelettes dyadique / coefficients dominants
 - propriétés théoriques et pratiques
- Objectifs: **coefficients dominants** 2D
 - mis en œuvre
 - efficacité et performances
 - comparaison des performances :
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

- Analyse multifractale d'une image :
 - Transformée en ondelettes continue / squelette / maxima des modules
 - difficultés théoriques et pratiques
 - coût de calcul
 - Transformée en ondelettes dyadique / coefficients dominants
 - propriétés théoriques et pratiques
- Objectifs: **coefficients dominants** 2D
 - mis en œuvre
 - efficacité et performances
 - comparaison des performances :
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

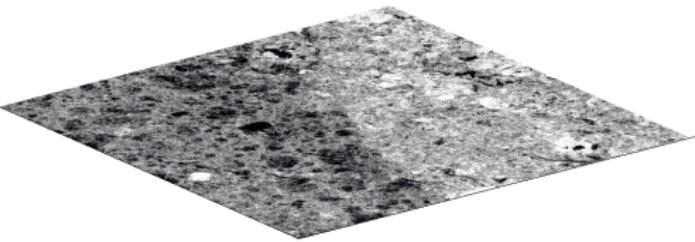
Transformée en ondelettes discrète 2D

• Base orthonormale 2D

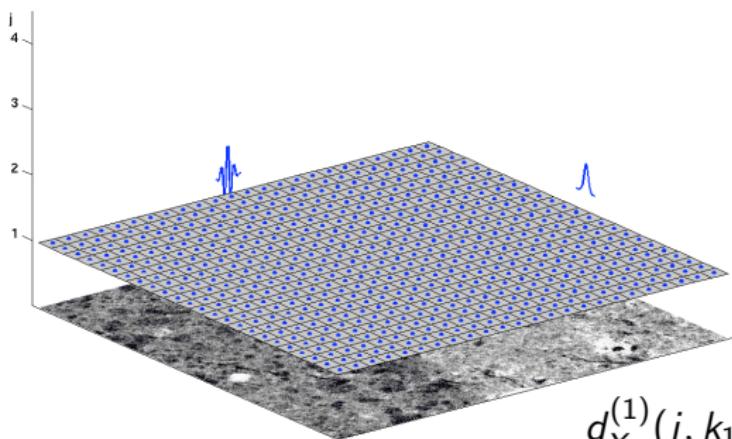
$\phi_0(t)$ $\psi_0(t)$ grille dyadique	$\phi_0(t)$ fonction d'échelle $\psi_0(t)$ ondelette $\phi_{j,k}(t) = 2^{-j}\phi_0(2^{-j}t - k)$ $\psi_{j,k}(t) = 2^{-j}\psi_0(2^{-j}t - k)$
base	$\tilde{\psi}_{j,k_1,k_2}^{(1)}(x, y) = \phi_{j,k_1}(x)\psi_{j,k_2}(y)$ $\tilde{\psi}_{j,k_1,k_2}^{(2)}(x, y) = \psi_{j,k_1}(x)\phi_{j,k_2}(y)$ $\tilde{\psi}_{j,k_1,k_2}^{(3)}(x, y) = \psi_{j,k_1}(x)\psi_{j,k_2}(y)$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

Une image : $X(\cdot, \cdot)$



Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

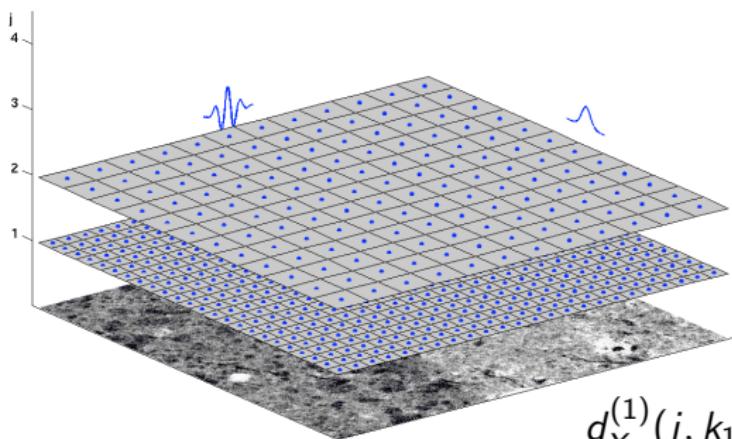


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 1, j = 1$$

$$\begin{aligned} d_X^{(1)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) &= \phi_{j, k_1}(x) \psi_{j, k_2}(y) \end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

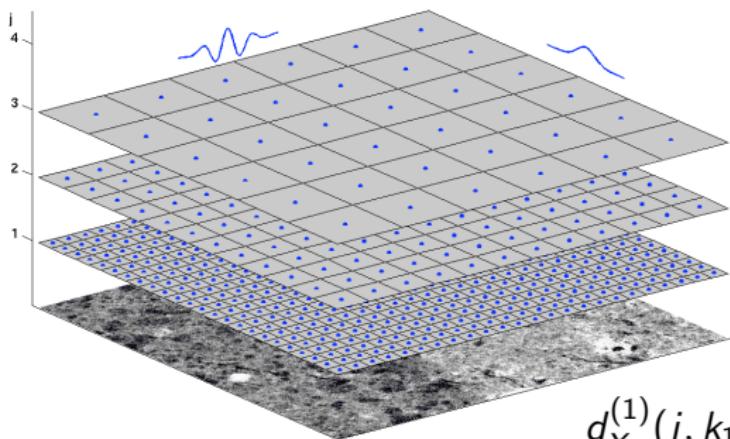


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 1, j = 2$$

$$\begin{aligned} d_X^{(1)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) &= \phi_{j, k_1}(x) \psi_{j, k_2}(y) \end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

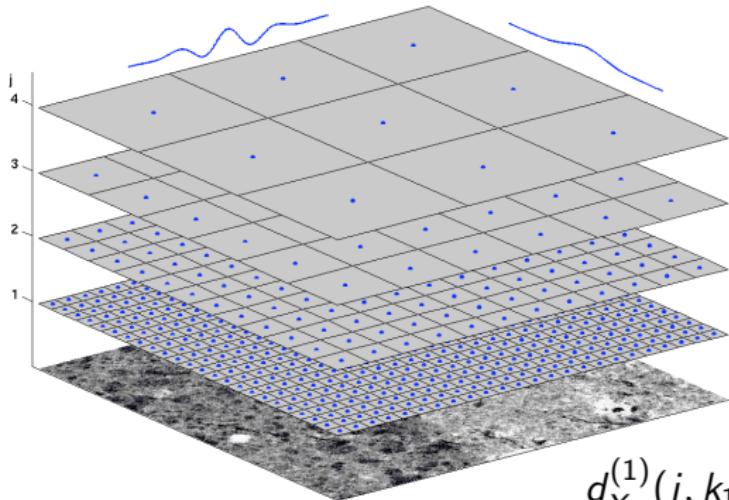


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 1, j = 3$$

$$\begin{aligned} d_X^{(1)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) &= \phi_{j, k_1}(x) \psi_{j, k_2}(y) \end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

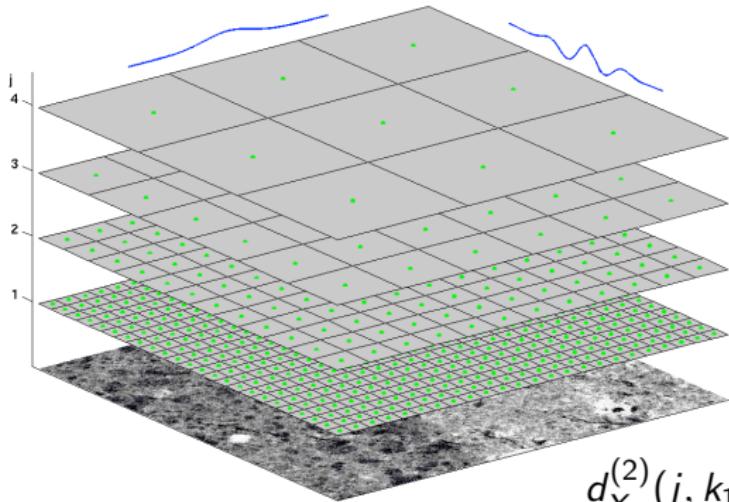


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 1, j = 4$$

$$\begin{aligned}d_X^{(1)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(1)}(x, y) &= \phi_{j, k_1}(x) \psi_{j, k_2}(y)\end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

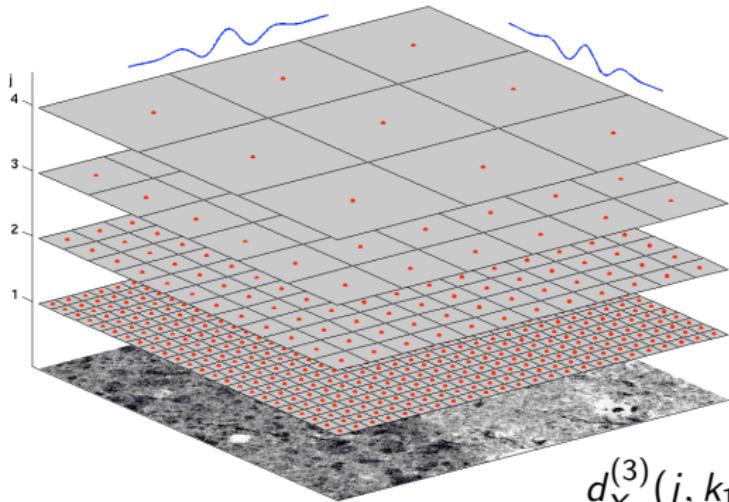


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 2$$

$$\begin{aligned} d_X^{(2)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(2)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(2)}(x, y) &= \psi_{j, k_1}(x) \phi_{j, k_2}(y) \end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration

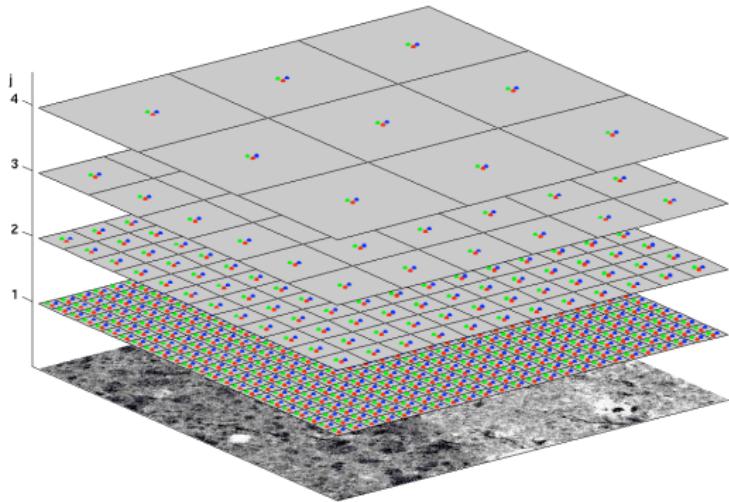


Coefficients d'ondelettes :

$$m = 3$$

$$\begin{aligned}d_X^{(3)}(j, k_1, k_2) &= \langle X, \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(3)}(x, y) \rangle \\ \tilde{\psi}_{j, k_1, k_2}^{(3)}(x, y) &= \psi_{j, k_1}(x) \psi_{j, k_2}(y)\end{aligned}$$

Transformée en ondelettes discrète 2D : illustration



Coefficients d'ondelettes :

$$\{d_X^{(m)}(j, \cdot, \cdot)\}, m = 1, 2, 3$$

Formalisme multifractal - coefficients d'ondelette

- **Fonctions de structure :**

$$S^d(j, q) = \frac{1}{3n_j} \sum_{m=1}^3 \sum_{k_1, k_2} |d_X^{(m)}(j, k_1, k_2)|^q$$

- Invariance d'échelle et analyse multifractale :

$$S^d(j, q) \approx G'_q 2^{j\zeta^d(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^d(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^d(q))$$

- Enjeu:

→ estimer $\zeta^d(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients d'ondelette

- **Fonctions de structure :**

$$S^d(j, q) = \frac{1}{3n_j} \sum_{m=1}^3 \sum_{k_1, k_2} |d_X^{(m)}(j, k_1, k_2)|^q$$

- **Invariance d'échelle et analyse multifractale :**

$$S^d(j, q) \approx G'_q 2^{j\zeta^d(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^d(q)$

- **Formalisme Multifractal :**

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^d(q))$$

- **Enjeu:**

→ estimer $\zeta^d(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients d'ondelette

- Fonctions de structure :

$$S^d(j, q) = \frac{1}{3n_j} \sum_{m=1}^3 \sum_{k_1, k_2} |d_X^{(m)}(j, k_1, k_2)|^q$$

- Invariance d'échelle et analyse multifractale :

$$S^d(j, q) \approx G'_q 2^{j\zeta^d(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^d(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^d(q))$$

- Enjeu:

→ estimer $\zeta^d(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients d'ondelette

- **Fonctions de structure :**

$$S^d(j, q) = \frac{1}{3n_j} \sum_{m=1}^3 \sum_{k_1, k_2} |d_X^{(m)}(j, k_1, k_2)|^q$$

- **Invariance d'échelle et analyse multifractale :**

$$S^d(j, q) \approx G'_q 2^{j\zeta^d(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^d(q)$

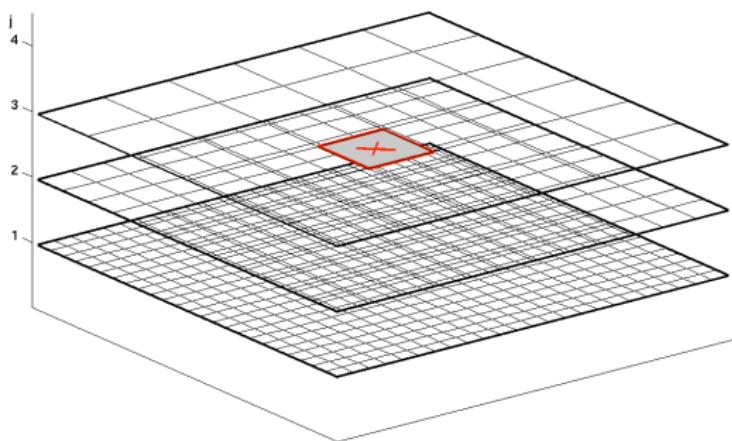
- **Formalisme Multifractal :**

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^d(q))$$

- **Enjeu:**

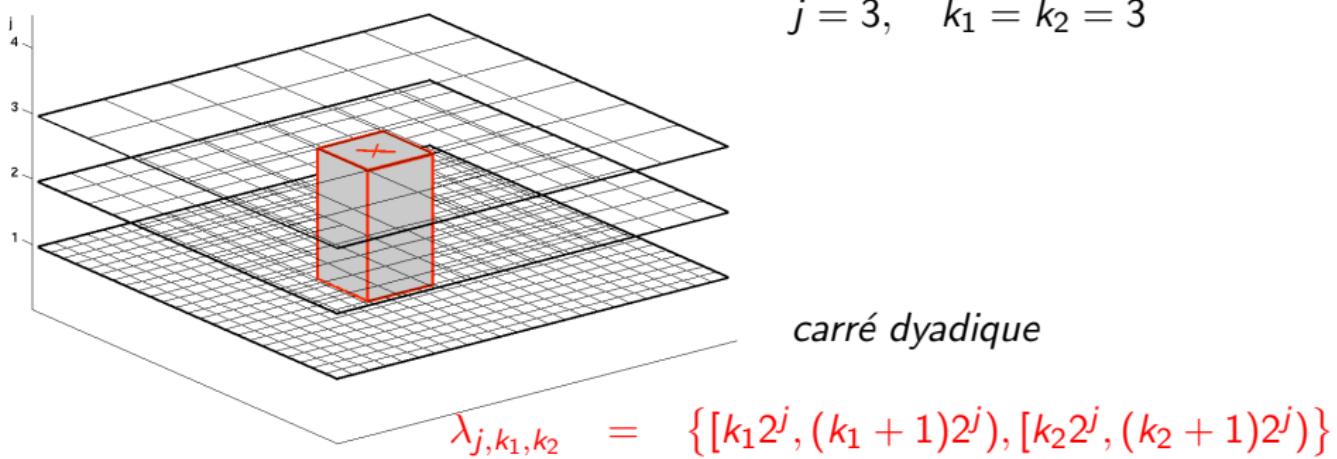
→ estimer $\zeta^d(q)$ à partir d'une image

Coefficients dominants 2D

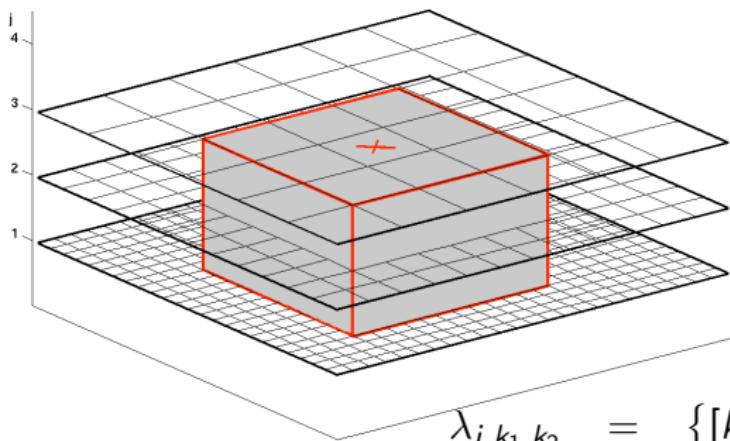


$$j = 3, \quad k_1 = k_2 = 3$$

Coefficients dominants 2D



Coefficients dominants 2D

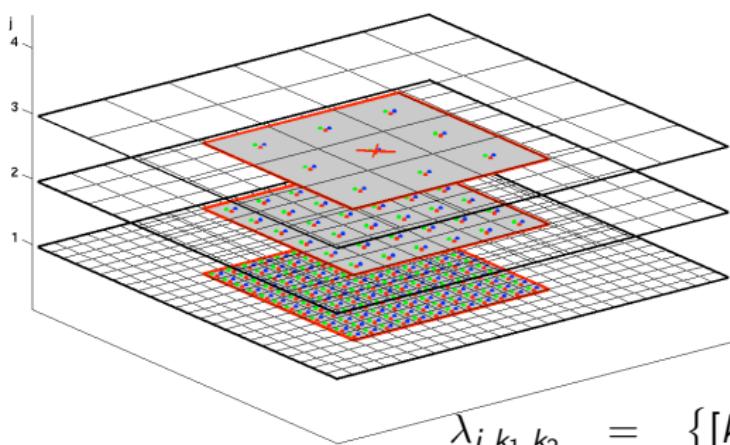


$$j = 3, \quad k_1 = k_2 = 3$$

union de 9 intervals

$$\begin{aligned} \lambda_{j,k_1,k_2} &= \{[k_1 2^j, (k_1 + 1)2^j), [k_2 2^j, (k_2 + 1)2^j)\} \\ 3\lambda_{j,k_1,k_2} &= \bigcup_{m,n=\{-1,0,1\}} \lambda_{j,k_1+m,k_2+n} \end{aligned}$$

Coefficients dominants 2D

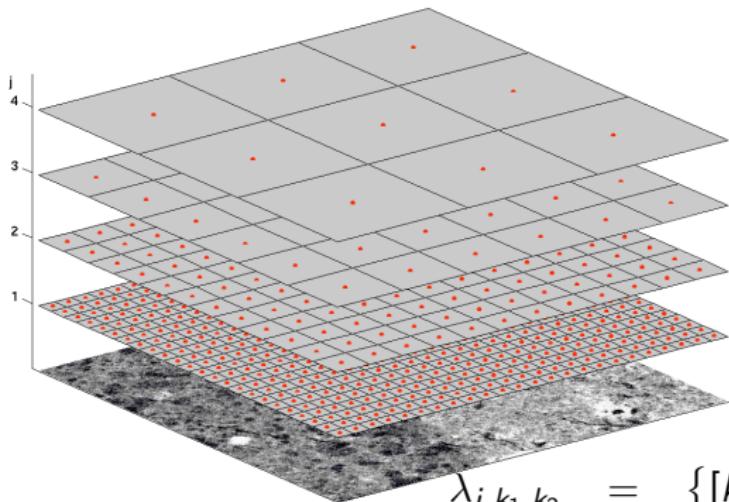


$$j = 3, \quad k_1 = k_2 = 3$$

supremum sur coefficients

$$\begin{aligned} \lambda_{j,k_1,k_2} &= \{[k_1 2^j, (k_1 + 1)2^j), [k_2 2^j, (k_2 + 1)2^j)\} \\ 3\lambda_{j,k_1,k_2} &= \bigcup_{m,n=\{-1,0,1\}} \lambda_{j,k_1+m,k_2+n} \\ L_X(j, k_1, k_2) &= \sup_{m, \lambda' \subset 3\lambda_{j,k_1,k_2}} |d_X^{(m)}(\lambda')| \end{aligned}$$

Coefficients dominants 2D



$$\{d_X^{(m)}(\cdot, \cdot, \cdot)\} \rightarrow \{L_X(\cdot, \cdot, \cdot)\}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{j,k_1,k_2} &= \{[k_1 2^j, (k_1 + 1)2^j), [k_2 2^j, (k_2 + 1)2^j)\} \\ 3\lambda_{j,k_1,k_2} &= \bigcup_{m,n=\{-1,0,1\}} \lambda_{j,k_1+m,k_2+n} \\ L_X(j, k_1, k_2) &= \sup_{m, \lambda' \subset 3\lambda_{j,k_1,k_2}} |d_X^{(m)}(\lambda')|\end{aligned}$$

Formalisme multifractal - coefficients dominants

- **Fonctions de structure :**

$$S^L(j, q) = \frac{1}{n_j} \sum_{k_1, k_2} L_X(j, k_1, k_2)^q$$

- Invariance d'échelle et Analyse Multifractale :

$$S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^L(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^L(q))$$

- Enjeu :

→ estimer $\zeta^L(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients dominants

- Fonctions de structure :

$$S^L(j, q) = \frac{1}{n_j} \sum_{k_1, k_2} L_X(j, k_1, k_2)^q$$

- Invariance d'échelle et Analyse Multifractale :

$$S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^L(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^L(q))$$

- Enjeu :

→ estimer $\zeta^L(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients dominants

- Fonctions de structure :

$$S^L(j, q) = \frac{1}{n_j} \sum_{k_1, k_2} L_X(j, k_1, k_2)^q$$

- Invariance d'échelle et Analyse Multifractale :

$$S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^L(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^L(q))$$

- Enjeu :

→ estimer $\zeta^L(q)$ à partir d'une image

Formalisme multifractal - coefficients dominants

- Fonctions de structure :

$$S^L(j, q) = \frac{1}{n_j} \sum_{k_1, k_2} L_X(j, k_1, k_2)^q$$

- Invariance d'échelle et Analyse Multifractale :

$$S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}, \quad 2^j \rightarrow 0$$

exposants des lois d'échelle $\zeta^L(q)$

- Formalisme Multifractal :

$$D(h) \leq \min_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta^L(q))$$

- Enjeu :

→ estimer $\zeta^L(q)$ à partir d'une image

Log-cumulants

- $\zeta^L(q) = \sum_{p \geq 1} c_p^L \frac{q^p}{p!}$
- on peut montrer: $C_p^{j,L} = c_{0,p}^L + c_p^L \ln 2^j$
 $C_p^{j,L}$: cumulants des $\ln L_x(j, \cdot, \cdot)$
- différence entre deux grandes classes de processus
 - X **monofractal**: $\zeta^L(q)$ linéaire
 $\Rightarrow \forall p \geq 2 : c_p^L \equiv 0$
 - X **multifractal**: $\zeta^L(q)$ non linéaire
 $\Rightarrow \exists p \geq 2 : c_p^L \neq 0$

Log-cumulants

- $\zeta^L(q) = \sum_{p \geq 1} c_p^L \frac{q^p}{p!}$
- on peut montrer: $C_p^{j,L} = c_{0,p}^L + c_p^L \ln 2^j$

$C_p^{j,L}$: cumulants des $\ln L_x(j, \cdot, \cdot)$

- différence entre deux grandes classes de processus
 - X **monofractal**: $\zeta^L(q)$ linéaire
 $\Rightarrow \forall p \geq 2 : c_p^L \equiv 0$
 - X **multifractal**: $\zeta^L(q)$ non linéaire
 $\Rightarrow \exists p \geq 2 : c_p^L \neq 0$

Log-cumulants

- $\zeta^L(q) = \sum_{p \geq 1} c_p^L \frac{q^p}{p!}$
- on peut montrer: $C_p^{j,L} = c_{0,p}^L + c_p^L \ln 2^j$

$C_p^{j,L}$: cumulants des $\ln L_x(j, \cdot, \cdot)$

- différence entre deux grandes classes de processus
 - X **monofractal**: $\zeta^L(q)$ linéaire
 $\Rightarrow \forall p \geq 2 : c_p^L \equiv 0$
 - X **multifractal**: $\zeta^L(q)$ non linéaire
 $\Rightarrow \exists p \geq 2 : c_p^L \neq 0$

Procédures d'estimation

① Coefficients dominants

② Fonctions de structure et cumulants

- $S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}$
- $C_p^{j,L} = c_p^0 + c_p^L \ln 2^j$

③ Régressions linéaires pondérées

- $\log_2 S^L(j, q)$ vs. $\log_2 2^j$ et $\hat{C}_p^{j,L}$ vs. $\ln 2^j$
- $\hat{\zeta}(q) = \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \log_2 S^L(j, q)$
- $\hat{c}_p^L = \log_2 e \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \hat{C}_p^{j,L}$

④ Spectre multifractal: $\hat{D}^L(h) = \min_{q \neq 0} (1 + qh - \hat{\zeta}^L(q))$

Procédures équivalentes pour coefficients d'ondelette:

$$L_X(j, k) \rightarrow |dx(j, k)|$$

Procédures d'estimation

① Coefficients dominants

② Fonctions de structure et cumulants

- $S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}$
- $C_p^{j,L} = c_p^0 + c_p^L \ln 2^j$

③ Régressions linéaires pondérées

- $\log_2 S^L(j, q)$ vs. $\log_2 2^j$ et $\hat{C}_p^{j,L}$ vs. $\ln 2^j$
- $\hat{\zeta}(q) = \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \log_2 S^L(j, q)$
- $\hat{c}_p^L = \log_2 e \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \hat{C}_p^{j,L}$

④ Spectre multifractal: $\hat{D}^L(h) = \min_{q \neq 0} (1 + qh - \hat{\zeta}^L(q))$

Procédures équivalentes pour coefficients d'ondelette:

$$L_X(j, k) \rightarrow |dx(j, k)|$$

Procédures d'estimation

① Coefficients dominants

② Fonctions de structure et cumulants

- $S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}$
- $C_p^{j,L} = c_p^0 + c_p^L \ln 2^j$

③ Régressions linéaires pondérées

- $\log_2 S^L(j, q)$ vs. $\log_2 2^j$ et $\hat{C}_p^{j,L}$ vs. $\ln 2^j$
- $\hat{\zeta}(q) = \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \log_2 S^L(j, q)$
- $\hat{c}_p^L = \log_2 e \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \hat{C}_p^{j,L}$

④ Spectre multifractal: $\hat{D}^L(h) = \min_{q \neq 0} (1 + qh - \hat{\zeta}^L(q))$

Procédures équivalentes pour coefficients d'ondelette:

$$L_X(j, k) \rightarrow |dx(j, k)|$$

Procédures d'estimation

① Coefficients dominants

② Fonctions de structure et cumulants

- $S^L(j, q) \approx G_q 2^{j\zeta^L(q)}$
- $C_p^{j,L} = c_p^0 + c_p^L \ln 2^j$

③ Régressions linéaires pondérées

- $\log_2 S^L(j, q)$ vs. $\log_2 2^j$ et $\hat{C}_p^{j,L}$ vs. $\ln 2^j$
- $\hat{\zeta}(q) = \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \log_2 S^L(j, q)$
- $\hat{c}_p^L = \log_2 e \sum_{j=j_1}^{j_2} w_j \hat{C}_p^{j,L}$

④ Spectre multifractal: $\hat{D}^L(h) = \min_{q \neq 0} (1 + qh - \hat{\zeta}^L(q))$

Procédures équivalentes pour coefficients d'ondelette:

$$L_X(j, k) \rightarrow |d_X(j, k)|$$

Objectifs

- ① Mis en œuvre des coefficients dominants 2D (**ok**)
- ② Efficacité et performances
- ③ Comparaison des performances:
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

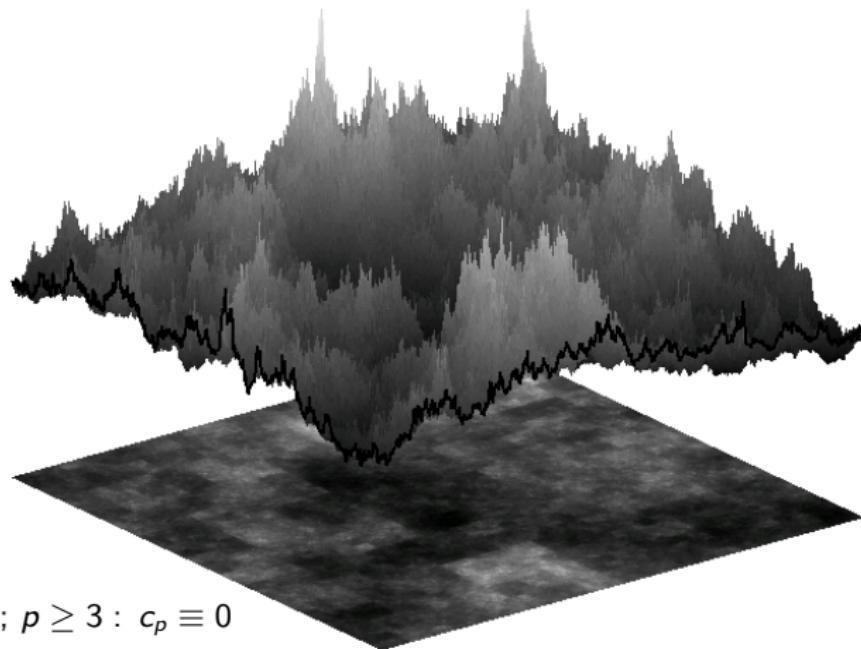
- ① Mis en œuvre des coefficients dominants 2D (**ok**)
- ② Efficacité et performances
- ③ Comparaison des performances:
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

Objectifs

- ① Mis en œuvre des coefficients dominants 2D (**ok**)
- ② Efficacité et performances
- ③ Comparaison des performances:
coefficients d'ondelettes ↔ coefficients dominants

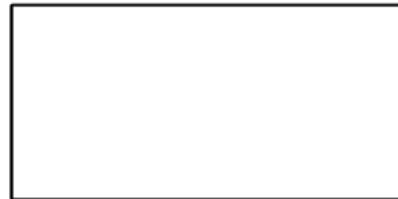
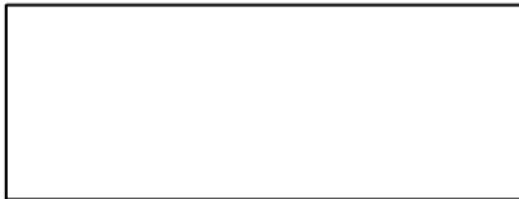
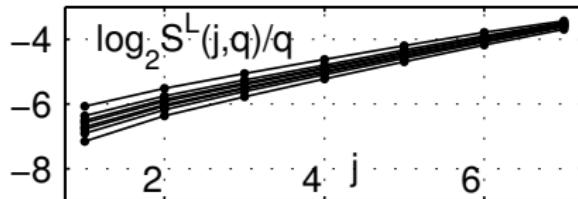
Simulations numériques

Cascades Log-Normale (1024×1024)

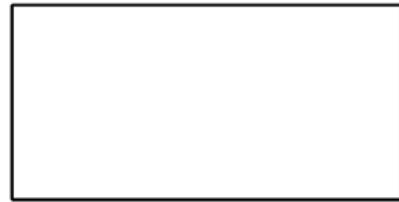
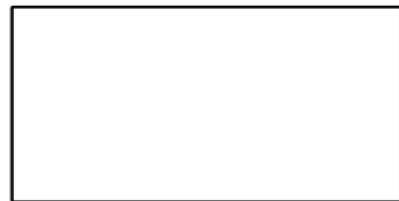
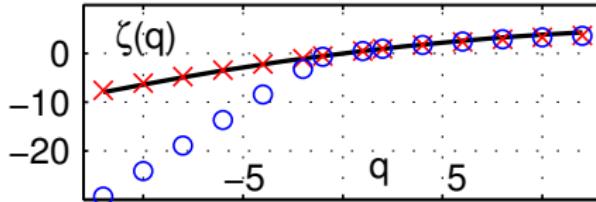
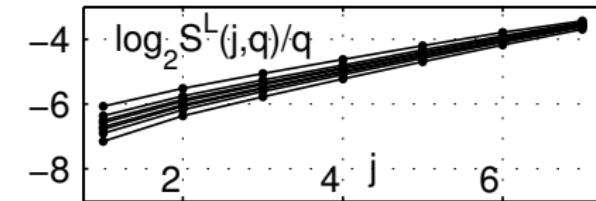


$$c_1, c_2 \neq 0; p \geq 3 : c_p \equiv 0$$

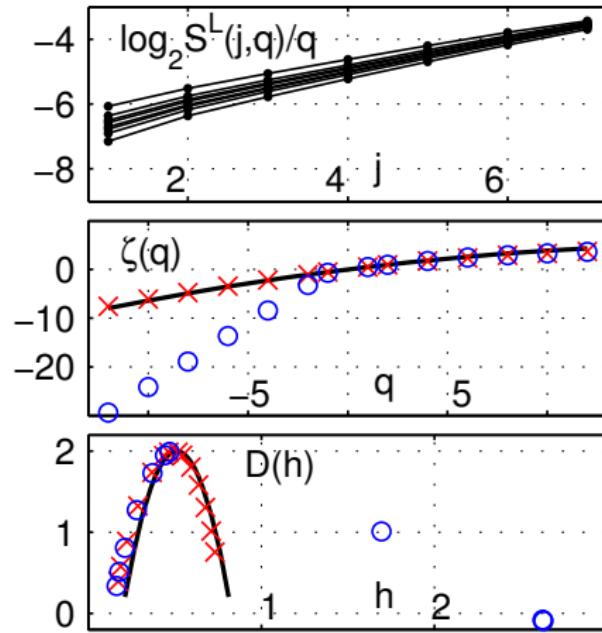
Performances



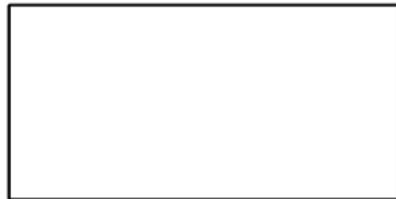
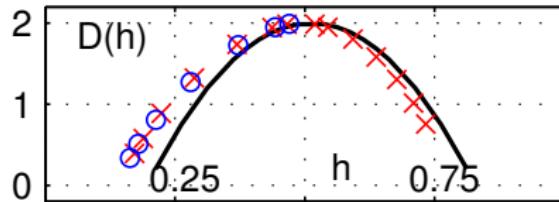
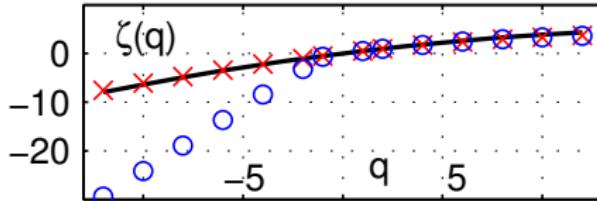
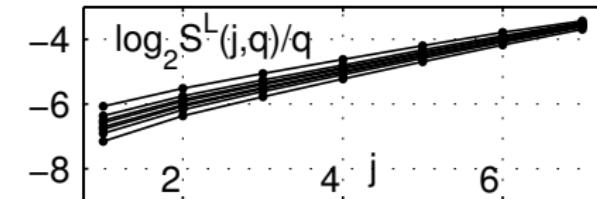
Performances



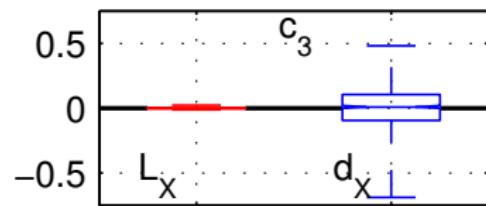
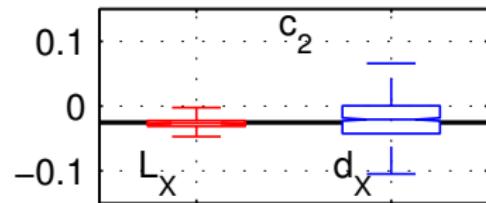
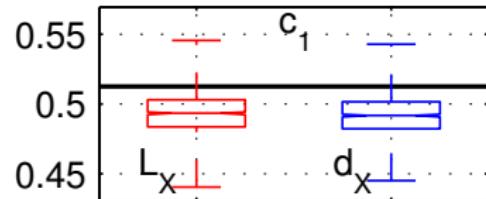
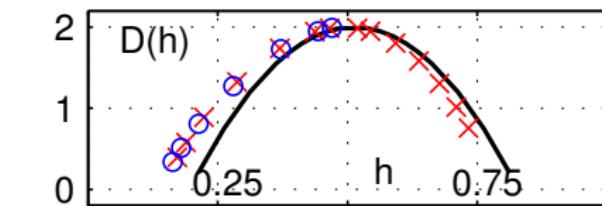
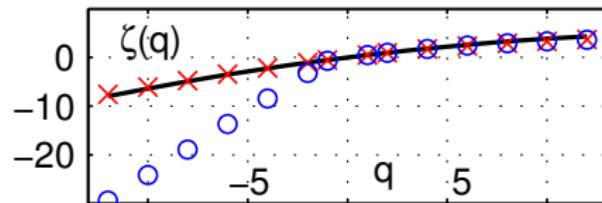
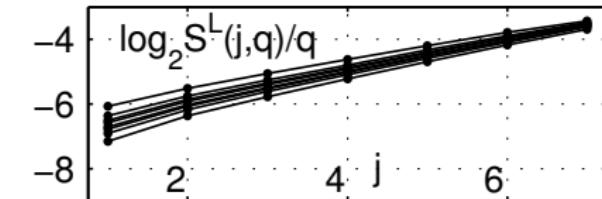
Performances



Performances

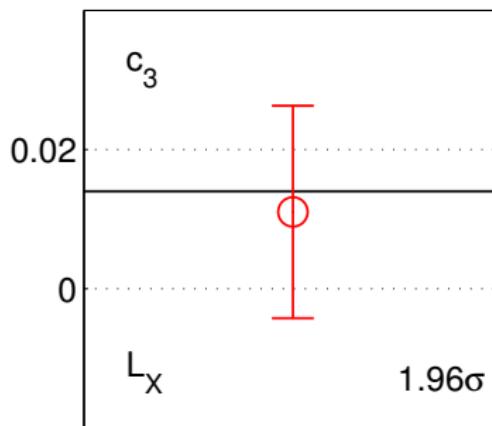


Performances



Estimation de c_3

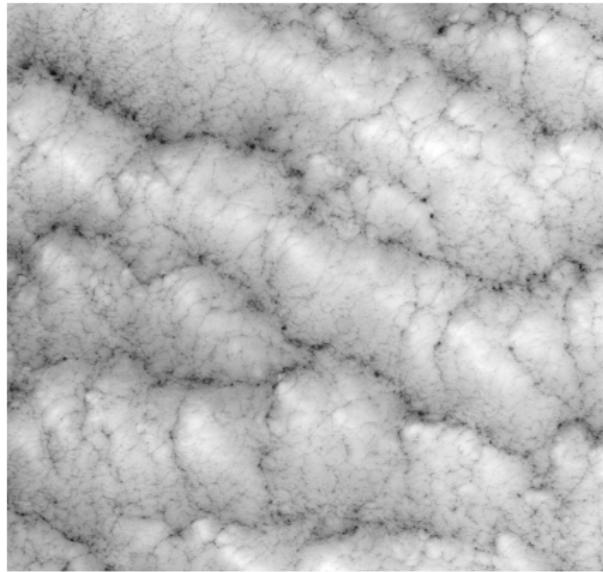
Cascade Log-Poisson : $c_3 \neq 0$



(images 2048×2048)

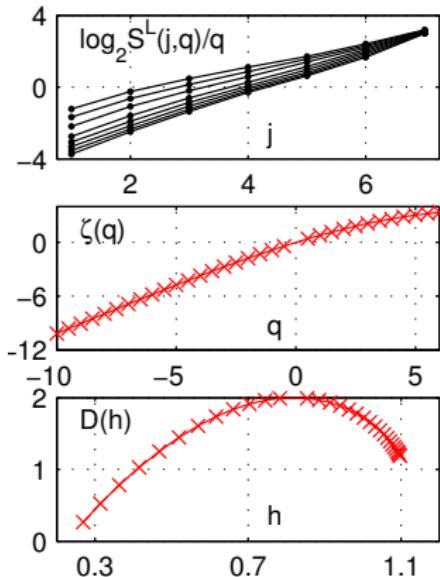
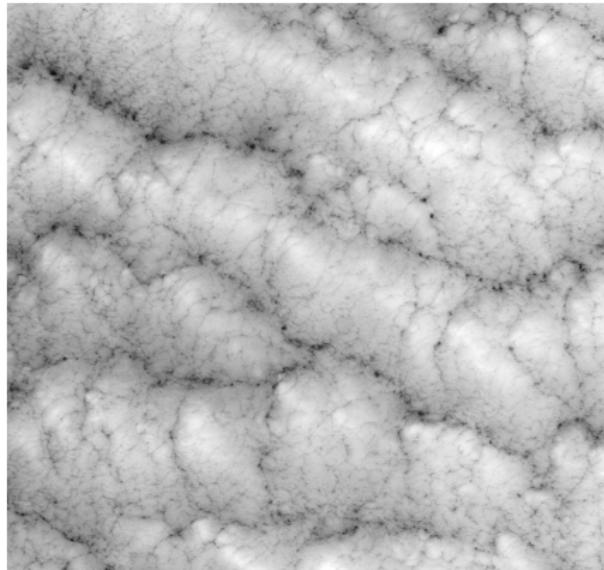
Une image réelle

Image satellite de nuages :



Une image réelle

Image satellite de nuages :



$$\hat{c}_1 = 0.820, \hat{c}_2 = -0.071, \hat{c}_3 = 0.009$$

Conclusions et Perspectives

- Procédure 2D proposée :
 - simple et pratique (faible coût de calcul)
 - effective
- Analyse multifractale → **coefficients dominants**
- Perspectives :
 - Extension aux dimensions supérieures
 - Techniques statistiques de type "bootstrap" : intervalles de confiance, tests statistiques

<http://perso.ens-lyon.fr/herwig.wendt>

Conclusions et Perspectives

- Procédure 2D proposée :
 - simple et pratique (faible coût de calcul)
 - effective
- Analyse multifractale → **coefficients dominants**
- Perspectives :
 - Extension aux dimensions supérieures
 - Techniques statistiques de type "bootstrap" : intervalles de confiance, tests statistiques

<http://perso.ens-lyon.fr/herwig.wendt>

Conclusions et Perspectives

- Procédure 2D proposée :
 - simple et pratique (faible coût de calcul)
 - effective
- Analyse multifractale → **coefficients dominants**
- Perspectives :
 - Extension aux dimensions supérieures
 - Techniques statistiques de type "bootstrap" : intervalles de confiance, tests statistiques

<http://perso.ens-lyon.fr/herwig.wendt>