

# Extraire le noyau d'un dialogue de persuasion pour évaluer sa qualité\*

**Leila Amgoud** and **Florence Dupin de Saint-Cyr**

(amgoud@irit.fr) and (bannay@irit.fr)

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse  
118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France

April 27, 2009

**Résumé :** Un dialogue de persuasion est un dialogue dans lequel les agents échangent des arguments à propos d'un sujet. Dans ce type de dialogue, les agents ne sont pas d'accord sur le statut du sujet et chacun essaye de persuader les autres de changer d'avis. Dans la littérature, plusieurs systèmes fondés sur la théorie de l'argumentation ont été proposés pour modéliser les dialogues de persuasion. Il est important de pouvoir analyser la qualité de ces dialogues. C'est pourquoi des *critères de qualité* doivent être définis afin d'être à même de réaliser cette analyse.

Cet article aborde cet important problème et propose un critère qui concerne la *concision* du dialogue. Un dialogue est concis si tous ses coups sont appropriés et utiles pour obtenir le même résultat. À partir d'un dialogue de persuasion, on calcule le dialogue "idéal" lui correspondant. Ce dialogue idéal est concis. Un dialogue de persuasion est de bonne qualité s'il est proche de son dialogue idéal.

**Mots clés :** Argumentation, persuasion, mesures de qualité.

## Abstract

A persuasion dialog is a dialog in which agents exchange arguments on a subject. In this kind of dialog, the agents disagree about the status of the subject and each one tries to persuade the others to change their mind. Several systems, grounded on argumentation theory, have been proposed in the literature for modeling persuasion dialogs. It is important to be able to analyze the quality of these dialogs. Hence, *quality criteria* have to be defined in order to perform this analysis.

This paper tackles this important problem and proposes one criterion that concerns the *conciseness* of a dialog. A dialog is concise if all its moves are relevant and useful in order to reach the same outcome as the

---

\*Ceci est la version ébauche de l'article publié dans : Cinquièmes Journées Francophones MODÈLES FORMELS de l'INTERACTION MFI'09, Lannion, 3 - 5 Juin 2009

original dialog. From a given persuasion dialog, we compute its corresponding “ideal” dialog. This ideal dialog is concise. A persuasion dialog is of good quality if it is close to its ideal dialog.

## 1 Introduction

La persuasion est un des principaux types de dialogue utilisé dans la vie quotidienne. Un dialogue de persuasion concerne des agents qui sont en désaccord sur une question, et chacun d’eux essaie de persuader les autres de changer d’avis. Dans ce but, les agents échangent des arguments de différentes forces. Dans la littérature, plusieurs systèmes ont été proposés pour permettre à des agents de s’engager dans des dialogues de persuasion [4, 5, 7, 8, 10, 11, 13]. Un système de dialogue se base sur trois composants i) un *langage de communication* spécifiant les échanges que les agents auront le droit de faire au cours du dialogue pour faire passer des informations, des arguments etc. ii) un *protocole* spécifiant l’ensemble de règles régissant la bonne marche des dialogues, précisant par exemple qui est autorisé à parler et quand? et iii) les stratégies des agents ; ce sont les différentes tactiques employées par les agents pour choisir ce qu’ils vont dire à chaque étape du dialogue. Les systèmes actuels permettent à des agents de s’engager dans des dialogues qui respectent les règles d’un protocole. Ainsi, les seules propriétés garanties pour un dialogue issu de tels systèmes sont celles liées au protocole. Par exemple, on peut prouver qu’un dialogue se termine, que les tours de paroles alternent équitablement entre les agents (si une telle règle est spécifiée dans le protocole), que les agents peuvent se référer seulement au mouvement précédent ou au contraire qu’ils ont le droit de répondre à un coup ayant eu lieu plus tôt dans le dialogue, etc. Les propriétés héritées d’un protocole sont liées à la manière dont le dialogue est produit. Cependant, le protocole n’est pas concerné par la *qualité* de ce dialogue. De plus, sous un même protocole, il est possible de produire différents dialogues sur le même sujet. Il est important de pouvoir comparer leur qualité. Une telle comparaison peut aider à raffiner les protocoles et à les rendre plus efficaces.

Bien qu’il y ait beaucoup de travaux sur les protocoles de dialogue (par exemple [9]), aucun travail n’a consisté à définir des critères pour évaluer les dialogues de persuasion produits sous ces protocoles, excepté une proposition très préliminaire dans [2]. Cet article propose trois types de critères pour analyser un dialogue (fini) de persuasion. Le premier type concerne la qualité des arguments échangés dans ce dialogue. Le deuxième s’intéresse au comportement des agents impliqués dans ce dialogue. Le troisième concerne le dialogue dans son ensemble. Dans le présent article, nous nous attachons à étudier plus précisément ce troisième type de critère de qualité. Nous proposons un critère basé sur la concision du dialogue généré. Un dialogue est concis si tous les coups (c.-à-d. les arguments échangés) sont *en rapport avec* le sujet (c.-à-d. qu’ils ne dévient pas du sujet du dialogue) et *utiles* (c.-à-d. importants pour déterminer le résultat du dialogue). Inspiré des travaux sur les procédures de preuve en théorie d’argumentation permettant de vérifier si un argument est accepté ou pas [1],

nous calculons et caractérisons un sous-dialogue concis extrait du dialogue original. Ce sous-dialogue est dit *idéal*. Plus le dialogue original est proche de son sous-dialogue idéal, meilleure est sa qualité. Cet article est une version française de l'article [3] (paru dans les actes de la conférence ECSQARU'09) auquel on a adjoint toutes les démonstrations (non incluses dans la version anglaise).

Le papier est organisé comme suit : la section 2 contient un bref exposé de notions de bases de la théorie d'argumentation. La section 3 présente le cadre des dialogues de persuasion. La section 4 définit les notions de coup approprié et de coup utile dans un dialogue. La section 5 présente le concept de dialogue idéal fondé sur un arbre idéal d'arguments construit à partir du dialogue initial.

## 2 Notions de base en argumentation

L'argumentation est un modèle de raisonnement basé sur la construction et la comparaison des arguments. Les arguments sont des raisons de croire certaines affirmations, ou d'effectuer certaines actions. Ici, les origines des arguments sont supposées inconnues. Ils sont symbolisés par des lettres grecques minuscules. Dans [6], un système d'argumentation est défini par :

**Définition 1 (Système d'argumentation)** *Un système d'argumentation est une paire  $\mathbf{AS} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ , où  $\mathcal{A}$  est un ensemble d'arguments et  $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$  est une relation d'attaque. On dit qu'un argument  $\alpha$  attaque un argument  $\beta$  ssi  $(\alpha, \beta) \in \mathcal{R}$ .*

Notons qu'à chaque système d'argumentation est associé un graphe orienté dont les noeuds sont les différents arguments, et les arcs représentent la relation d'attaque entre eux. Puisque les arguments sont en conflits, il est important de savoir quels arguments sont acceptables. Dans ce but, dans [6], différentes *sémantiques d'acceptabilité* ont été proposées. Ici, nous ne considérons que le cas de la sémantique *basique*. Les sémantiques restantes pourront être étudiées ultérieurement.

**Définition 2 (Défense–Extension basique)** *Soit  $\mathbf{AS} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$  et  $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$ .*

- $\mathcal{B}$  défend un argument  $\alpha \in \mathcal{A}$  ssi  $\forall \beta \in \mathcal{A}$ , si  $(\beta, \alpha) \in \mathcal{R}$ , alors  $\exists \delta \in \mathcal{B}$  t.q.  $(\delta, \beta) \in \mathcal{R}$ .
- L'extension basique de  $\mathbf{AS}$ , notée  $\mathcal{E}$ , est le plus petit point fixe de la fonction  $\mathcal{F}$  avec  $\mathcal{F}(\mathcal{B}) = \{\alpha \in \mathcal{A} \mid \mathcal{B} \text{ défend } \alpha\}$ .

Si le système d'argumentation est fini (c.à.d. chaque argument n'est attaqué que par un nombre fini d'arguments) alors  $\mathcal{E} = \bigcup_{i>0} \mathcal{F}^i(\emptyset)$ . Maintenant que la sémantique d'acceptabilité est définie, nous pouvons définir le statut de n'importe quel argument.

**Définition 3 (Statut d'un argument)** *Soit  $\mathbf{AS} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$  un système d'argumentation et  $\mathcal{E}$  son extension basique. Un argument  $\alpha \in \mathcal{A}$  est accepté ssi  $\alpha \in \mathcal{E}$ , dans le cas contraire, il est rejeté.*

*On note  $\text{Status}(\alpha, \mathbf{AS})$  le statut de  $\alpha$  dans  $\mathbf{AS}$ .*

**Propriété 1 ([1])** Soient  $\mathbf{AS} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ ,  $\mathcal{E}$  son extension basique, et  $\alpha \in \mathcal{A}$ . Si  $\alpha \in \mathcal{E}$ , alors  $\alpha$  est indirectement défendu<sup>1</sup> contre tous ses attaquants par des arguments non attaqués.

### 3 Dialogues de persuasion

Cette section définit des dialogues de persuasion dans le même esprit que [4]. Un dialogue de persuasion consiste principalement en un échange d'arguments entre différents agents de l'ensemble  $\mathbf{AG} = \{a_1, \dots, a_m\}$ . Le sujet d'un tel dialogue est un argument, et le but du dialogue est de fournir le statut de cet argument. À la fin du dialogue, l'argument peut être "accepté" ou "rejeté", ce statut est le résultat du dialogue. Dans ce qui suit, nous supposons que les agents ne peuvent échanger *que* des arguments.

Chaque agent participant est censé pouvoir identifier tous les éléments de  $\arg(\mathcal{L})$  et de  $\mathcal{R}_{\mathcal{L}}$ , où  $\arg(\mathcal{L})$  est l'ensemble de tous les arguments qui peuvent être construits à partir d'un langage logique  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{R}_{\mathcal{L}}$  est une relation binaire qui capture tous les conflits qui peuvent exister parmi des arguments de  $\arg(\mathcal{L})$ . Ainsi,  $\mathcal{R}_{\mathcal{L}} \subseteq \arg(\mathcal{L}) \times \arg(\mathcal{L})$ . Pour deux arguments  $\alpha, \beta \in \arg(\mathcal{L})$ , la paire  $(\alpha, \beta) \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}}$  signifie que l'argument  $\alpha$  attaque l'argument  $\beta$ . Notons que cela ne signifie pas que les agents ont connaissance de tous les arguments. Mais, cela signifie que les agents emploient le même langage logique et les mêmes définitions pour les notions d'arguments et pour la relation de conflit.

**Définition 4 (Coup)** Un coup  $m$  est un triplet  $\langle S, H, \alpha \rangle$  tel que :

- $S \in \mathbf{AG}$  est l'agent qui émet le coup,  $\text{Speaker}(m) = S$
- $H \subseteq \mathbf{AG}$  est l'ensemble d'agents auxquels le coup est adressé,  $\text{Hearer}(m) = H$
- $\alpha \in \arg(\mathcal{L})$  est le contenu du coup,  $\text{Content}(m) = \alpha$ .

Pendant un dialogue plusieurs coups peuvent être émis. Ces coups constituent une séquence notée  $\langle m_1, \dots, m_n \rangle$ , où  $m_1$  est le coup initial et  $m_n$  le dernier coup. La séquence vide est notée  $\langle \rangle$ . Ces séquences sont construites sous un protocole donné. Un protocole est une fonction qui associe à chaque séquence de coups un ensemble de coups valides. Plusieurs protocoles ont été proposés dans la littérature, par exemple [4, 11]. Dans ce qui suit, nous ne nous restreignons pas à un protocole précis.

**Définition 5 (Dialogue de persuasion)** Un dialogue de persuasion  $D$  est une séquence finie non vide de coups  $\langle m_1, \dots, m_n \rangle$  t.q. le sujet de  $D$  est  $\text{Subject}(D) = \text{Content}(m_1)$ , et la longueur de  $D$ , notée  $|D|$ , est le nombre de coups :  $n$ . Chaque sous-séquence  $\langle m_1, \dots, m_i \rangle$  est un sous-dialogue  $D^i$  de  $D$ . Noté  $D^i \subset D$ .

---

<sup>1</sup>Un argument  $\alpha$  est *indirectement défendu* par  $\beta$  ssi il existe une séquence finie d'arguments  $a_1, \dots, a_{2n+1}$  telle que  $\alpha = a_1$ ,  $\beta = a_{2n+1}$ , et  $\forall i \in \llbracket 1, 2n \rrbracket$ ,  $(a_{i+1}, a_i) \in \mathcal{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

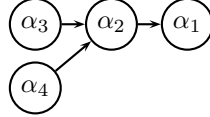
À chaque dialogue de persuasion, on peut associer un système d'argumentation afin d'évaluer le statut de chaque argument émis et afin de calculer le résultat du dialogue.

**Définition 6 (Système d'arg. d'un dialogue)** Soit  $D = \langle m_1, \dots, m_n \rangle$  un dialogue de persuasion. Le système d'argumentation de  $D$  est la paire  $\mathbf{AS}_D = \langle \mathbf{Args}(D), \mathbf{Confs}(D) \rangle$  telle que :

- $\mathbf{Args}(D) = \{ \mathbf{Content}(m_i) \mid i \in \llbracket 1, n \rrbracket \}$
- $\mathbf{Confs}(D) = \{ (\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbf{Args}(D) \text{ et } (\alpha, \beta) \in \mathcal{R}_{\mathcal{L}} \}$

En d'autres termes,  $\mathbf{Args}(D)$  et  $\mathbf{Confs}(D)$  renvoient respectivement, l'ensemble des arguments échangés pendant le dialogue et les différents conflits parmi ces arguments.

**Exemple 1** Soit  $D_1$  le dialogue de persuasion suivant entre les agents  $a_1$  et  $a_2$ .  $D_1 = \langle \langle a_1, \{a_2\}, \alpha_1 \rangle, \langle a_2, \{a_1\}, \alpha_2 \rangle, \langle a_1, \{a_2\}, \alpha_3 \rangle, \langle a_1, \{a_2\}, \alpha_4 \rangle, \langle a_2, \{a_1\}, \alpha_1 \rangle \rangle$ . Supposons qu'il existe des conflits dans  $\mathcal{R}_{\mathcal{L}}$  parmi certains de ces arguments. Ces conflits sont résumés ainsi :



Ici,  $\mathbf{Args}(D_1) = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \}$  et  $\mathbf{Confs}(D_1) = \{ (\alpha_2, \alpha_1), (\alpha_3, \alpha_2), (\alpha_4, \alpha_2) \}$ .

**Propriété 2** Soit  $D = \langle m_1, \dots, m_n \rangle$  un dialogue de persuasion.  $\forall D^j \sqsubset D$ ,  $\mathbf{Args}(D^j) \subseteq \mathbf{Args}(D)$  et  $\mathbf{Confs}(D^j) \subseteq \mathbf{Confs}(D)$ .

Le résultat du dialogue de persuasion est le statut de l'argument à l'origine de la discussion (le sujet) :

**Définition 7 (Résultat du dialogue)** Soit  $D$  un dialogue de persuasion. Le résultat de  $D$ , noté  $\mathbf{Output}(D)$ , est  $\mathbf{Status}(\mathbf{Subject}(D), \mathbf{AS}_D)$ .

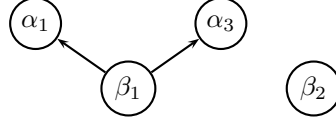
## 4 Critères de qualité d'un dialogue

Ici, nous nous intéressons à évaluer la concision d'un dialogue  $D$  qui a déjà été produit sous un protocole donné. Ce dialogue est supposé *fini*. Notons que cette hypothèse n'est pas trop forte puisqu'une des principales propriétés d'un protocole est l'arrêt des dialogues qu'il permet de générer [12]. Une conséquence de cette hypothèse est que le système  $\mathbf{AS}_D$  d'argumentation associé à  $D$  est également fini. Dans ce qui suit, nous proposons deux critères pour évaluer l'importance des coups échangés dans  $D$ .

**Définition 8 (Coups appropriés et utiles)**

Soit  $D = \langle m_1, \dots, m_n \rangle$  un dialogue de persuasion. Un coup  $m_i$ ,  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , est approprié pour  $D$  ssi il existe une chaîne entre  $\mathbf{Content}(m_i)$  et  $\mathbf{Subject}(D)$  dans le graphe orienté associé à  $\mathbf{AS}_D$ .  $m_i$  est utile ssi il existe un chemin de  $\mathbf{Content}(m_i)$  à  $\mathbf{Subject}(D)$  dans ce graphe.

**Exemple 2** Soit  $D_2$  un dialogue de persuasion. Soit  $\text{Args}(D_2) = \{\alpha_1, \alpha_3, \beta_1, \beta_2\}$ . Les conflits entre les 4 arguments sont décrits ci-dessous :



Supposons que  $\text{Subject}(D_2) = \alpha_1$ . Il est clair que les arguments  $\alpha_3$  et  $\beta_1$  sont appropriés, tandis que  $\beta_2$  ne l'est pas.  $\beta_1$  est utile mais pas  $\alpha_3$ .

**Propriété 3** Un coup utile dans un dialogue  $D$  est approprié pour  $D$ .

On peut définir une mesure de pertinence sur la base de la notion de coup approprié en calculant le pourcentage de coups qui sont appropriés dans le dialogue. Dans l'exemple 2,  $\text{Pertinence}(D_2) = 3/4$ . Il est clair que plus ce degré est grand, meilleur est le dialogue. Quand le degré de pertinence d'un dialogue est égal à 1, cela signifie que les agents n'ont pas dévié du sujet du dialogue. Les coups utiles sont ceux qui ont une influence potentielle sur le statut du sujet. Mais cela ne signifie pas que leur présence a forcément un impact sur le résultat du dialogue, c.-à-d., sur le statut du sujet. Les coups qui ont un impact réel sur le statut du sujet sont dits "décisifs".

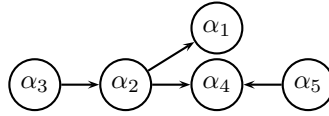
**Définition 9 (Coup décisif)** Soit  $D = \langle m_1, \dots, m_n \rangle$  un dialogue de persuasion et  $\text{AS}_D$  son système d'argumentation. Un coup  $m_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) est décisif dans  $D$  ssi  $\text{Status}(\text{Subject}(D), \text{AS}_D) \neq \text{Status}(\text{Subject}(D), \text{AS}_D \ominus \text{Content}(m_i))$  avec  $\text{AS}_D \ominus \text{Content}(m_i) = \langle A', R' \rangle$  t.q.  $A' = \text{Args}(D) \setminus \{\text{Content}(m_i)\}$  et  $R' = \text{Confs}(D) \setminus \{(x, \text{Content}(m_i)), (\text{Content}(m_i), x) \mid x \in \text{Args}(D)\}$ .

On peut vérifier que si un coup est décisif dans un dialogue, alors il est utile. Ceci signifie qu'il existe un chemin du contenu de ce coup vers le sujet du dialogue dans le graphe associé au dialogue.

**Propriété 4** Un coup décisif dans un dialogue de persuasion  $D$  est utile dans  $D$ .

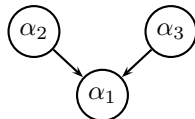
De la propriété ci-dessus, il suit que chaque coup décisif est également approprié. Notons que l'inverse n'est pas vrai comme le montre l'exemple suivant.

**Exemple 3** Soit  $D_3$  un dialogue de sujet  $\alpha_1$ , dont le graphe est le suivant :



L'ensemble  $\{\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5\}$  est l'unique extension basique de  $\text{AS}_{D_3}$ . Il est clair que l'argument  $\alpha_4$  est approprié par rapport à  $\alpha_1$ , mais il n'est pas décisif pour  $D_3$ . En effet, la suppression de  $\alpha_4$  ne change pas le statut de  $\alpha_1$  qui est accepté.

**Exemple 4** Soit  $D_4$  un dialogue de sujet  $\alpha_1$ , admettant le graphe suivant :



Dans cet exemple, ni  $\alpha_2$  ni  $\alpha_3$  ne sont décisifs dans  $D_4$ . Cependant, cela ne signifie pas que les deux arguments devraient être supprimés puisque le statut de  $\alpha_1$  dépend au moins de l'un d'entre eux (ils sont tous les deux utiles).

Sur la base de la notion de coup décisif, on peut définir un degré pour le dialogue entier par le pourcentage des coups décisifs dans le dialogue.

## 5 Calcul du dialogue idéal

Il arrive que les dialogues courants contiennent des redondances dans le sens où les coups émis sont inutiles par rapport au sujet, ou n'ont aucun impact sur le résultat du dialogue. Dans de tels dialogues, seulement un sous-ensemble des arguments est nécessaire pour déterminer le statut du sujet. Notre but est de calculer le sous-ensemble qui renvoie exactement le même statut pour le sujet du dialogue que si l'on avait conservé la totalité des arguments, mais suffisant pour convaincre que ce résultat résiste à n'importe quelle attaque disponible dans le dialogue initial. Ce sous-ensemble formera le dialogue "idéal". Dans ce qui suit, nous fournissons une procédure pour trouver ce sous-ensemble et ainsi le dialogue idéal.

Un sous-ensemble d'arguments adéquat contient les arguments d'un arbre de preuve pour le statut du sujet. Ceci est dû au fait qu'un arbre de preuve contient les arguments nécessaires pour obtenir le statut du sujet. Quand le sujet est accepté, l'arbre de preuve contient des défenseurs du sujet contre n'importe quelle attaque. Quand le sujet est rejeté, l'arbre de preuve contient au moins tout attaquant non attaqué. Par conséquent, les arbres de preuve semblent adaptés pour résumer parfaitement un dialogue. Cependant, il est important de souligner que l'on ne peut pas choisir n'importe quelle théorie de preuve existant dans la littérature. Ceci vient du fait que certaines théories de preuve ne sont pas concises. Dans [1], une comparaison des théories de preuve pour la sémantique basique prouve que celle que nous allons utiliser est la plus concise.

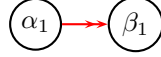
### 5.1 Dialogues Canoniques

Nous allons définir un sous-dialogue d'un dialogue de persuasion donné  $D$  qui atteint le même résultat que  $D$ . Dans [1], une procédure de preuve est proposée pour examiner l'appartenance d'un argument à une extension basique. Les notions de base de cette procédure sont revisitées et adaptées afin de caractériser des dialogues canoniques.

**Définition 10 (Branche de dialogue)** Soit  $D$  un dialogue de persuasion et  $\mathbf{AS}_D = \langle \mathbf{Args}(D), \mathbf{Confs}(D) \rangle$  son système d'argumentation. Une branche de dialogue pour  $D$  est une séquence  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_p \rangle$  d'arguments t.q.  $\forall i, j \in \llbracket 0, p \rrbracket$

1.  $\alpha_i \in \mathbf{Args}(D)$
2.  $\alpha_0 = \mathbf{Subject}(D)$
3. si  $i \neq 0$  alors  $(\alpha_i, \alpha_{i-1}) \in \mathbf{Confs}(D)$
4. si  $i$  et  $j$  sont pairs et  $i \neq j$  alors  $\alpha_i \neq \alpha_j$
5. si  $i$  est pair et  $i \neq 0$  alors  $(\alpha_{i-1}, \alpha_i) \notin \mathbf{Confs}(D)$
6.  $\forall \beta \in \mathbf{Args}(D), \langle \alpha_0, \dots, \alpha_p, \beta \rangle$  n'est pas une branche de dialogue pour  $D$ .

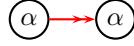
**Exemple 5** L'unique branche de dialogue qui peut être construite à partir du dialogue  $D_2$  est décrite ci-dessous :



**Exemple 6** Soit  $D_5$  un dialogue de persuasion ayant pour sujet  $\alpha$  et pour graphe :



L'unique branche de dialogue qui peut être associée à ce dialogue est :



**Propriété 5** Une branche de dialogue est non vide et finie.

Ce résultat vient des définitions d'une branche de dialogue et d'un dialogue de persuasion.

**Propriété 6** Pour chaque branche  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_k \rangle$  d'un dialogue  $D$  de persuasion il existe un chemin unique  $\langle \alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots, \alpha_0 \rangle$  de même longueur <sup>2</sup> ( $k$ ) dans le graphe orienté associé à  $\mathbf{AS}_D$ .

Quand une branche de dialogue est de longueur paire sa feuille n'est pas attaquée dans le dialogue original.

**Théorème 1** Soit  $D$  un dialogue de persuasion et  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_p \rangle$  une branche de dialogue donnée de  $D$ . Si  $p$  est pair, alors  $\nexists \beta \in \mathbf{Args}(D)$  tel que  $(\beta, \alpha_p) \in \mathbf{Confs}(D)$ .

Nous présentons maintenant la notion d'arbre de dialogue.

---

<sup>2</sup>la longueur d'un chemin est défini par son nombre d'arcs.

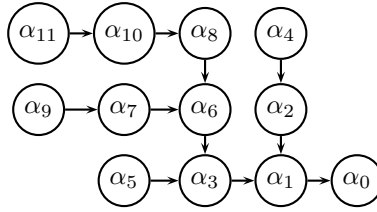


**Définition 11 (Arbre de dialogue)** Soit  $D$  un dialogue de persuasion et  $\mathbf{AS}_D = \langle \mathbf{Args}(D), \mathbf{Confs}(D) \rangle$  son système d'argumentation. Un arbre de dialogue de  $D$ , noté  $D^t$ , est un arbre fini dont les branches sont toutes les branches de dialogues possibles qui peuvent être construites à partir de  $D$ .

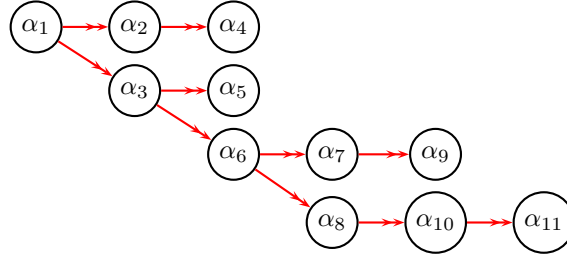
On note  $\mathbf{AS}_{D^t}$  le système d'argumentation associé à  $D^t$ ,  $\mathbf{AS}_{D^t} = \langle A^t, C^t \rangle$  t.q.  $A^t = \{\alpha \in \mathbf{Args}(D) \text{ t.q. } \alpha \text{ apparaît en tant que noeud dans } D^t\}$  et  $C^t = \{(\alpha, \beta) \in \mathbf{Confs}(D) \text{ t.q. } (\beta, \alpha) \text{ est un arc de } D^t\}$ .

Par conséquent, un arbre de dialogue est un arbre dont la racine est le sujet du dialogue de persuasion.

**Exemple 7** Considérons  $D_6$  dont le sujet est  $\alpha_1$  et dont le graphe est le suivant :



L'arbre de dialogue associé à ce dialogue est décrit ci-dessous :



Notons que l'argument  $\alpha_0$  n'appartient pas à l'arbre de dialogue.

**Propriété 7** À chaque dialogue de persuasion correspond exactement un arbre de dialogue.

Un résultat important établit que le statut du sujet du dialogue original  $D$  de persuasion est exactement le même dans les systèmes  $\mathbf{AS}_D$  d'argumentation et  $\mathbf{AS}_{D^t}$  (où  $\mathbf{AS}_{D^t}$  est le système d'argumentation dont les arguments sont tous les arguments qui apparaissent dans l'arbre  $D^t$  de dialogue et dont les attaques sont obtenues en inversant les arcs entre ces arguments dans  $D^t$ ).

**Théorème 2** Soit  $D$  un dialogue de persuasion et  $\mathbf{AS}_D$  son système d'argumentation. On a :  $\text{Status}(\text{Subject}(D), \mathbf{AS}_D) = \text{Status}(\text{Subject}(D), \mathbf{AS}_{D^t})$ .

Afin de calculer le statut du sujet d'un dialogue, nous pouvons considérer l'arbre de dialogue en tant qu'arbre et/ou. Un noeud d'un niveau pair est un noeud et, tandis qu'un noeud de niveau impair est noeud ou. Cette distinction

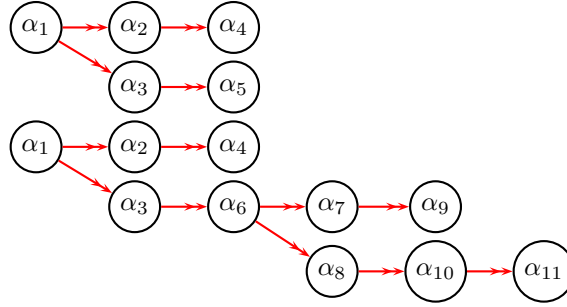
entre les noeuds est due au fait qu'un argument est accepté s'il peut être défendu contre tous ses attaquants. Un arbre de dialogue peut être décomposé en un ou plusieurs arbres appelés arbres canoniques. Un *arbre canonique* est un sous-arbre de  $D^t$  dont la racine est  $\text{Subject}(D)$  et qui contient tous les arcs sortant d'un noeud pair et exactement un arc sortant d'un noeud impair.

**Définition 12 (Arbre canonique)** Soit  $D$  un dialogue de persuasion, et soit  $D^t$  son arbre de dialogue.  $D^c$  est un arbre canonique de  $D^t$  si c'est un sous-arbre de  $D^t$  construit par niveaux comme suit :

- $\text{Subject}(D)$  est sa racine (de niveau 0)
- et inductivement ::
  - si  $\alpha$  est un noeud de niveau pair dans  $D^c$  alors pour **tout**  $\beta \in D^t$  tel que  $(\alpha, \beta) \in D^t$ , le noeud  $\beta$  et l'arc  $(\alpha, \beta)$  est ajouté à  $D^c$ .
  - si  $\alpha$  est un noeud de niveau impair dans  $D^c$  et si  $\alpha$  admet au moins un attaquant dans  $D^t$  alors pour **exactement un**  $\beta \in D^t$  tel que  $(\alpha, \beta) \in D^t$ , le noeud  $\beta$  et l'arc  $(\alpha, \beta)$  est ajouté à  $D^c$ .

Notons qu'à partir d'un arbre de dialogue, on peut extraire au moins un arbre canonique. Soient  $D_1^c, \dots, D_m^c$  les arbres canoniques que l'on peut extraire. Nous noterons  $\text{AS}_1^c, \dots, \text{AS}_m^c$  les systèmes d'argumentation leur correspondant. On peut vérifier que le statut de  $\text{Subject}(D)$  n'est pas nécessairement le même dans ces différents systèmes.

**Exemple 8** À partir de l'arbre de  $D_6$ , deux arbres canoniques peuvent être extraits :



On peut vérifier que l'argument  $\alpha_1$  est accepté dans le système d'argumentation du haut tandis qu'il est rejeté dans celui du bas.

Le résultat suivant caractérise le statut de  $\text{Subject}(D)$  dans le système  $\text{AS}_i^c$  d'argumentation associé à un arbre canonique  $D_i^c$ .

**Théorème 3** Soient  $D$  un dialogue de persuasion,  $D_i^c$  un arbre canonique et  $\text{AS}_i^c$  le système d'argumentation correspondant.  $\text{Subject}(D)$  est accepté dans  $\text{AS}_i^c$  ssi toutes les branches de  $D_i^c$  sont de longueur paire.

Le résultat suivant découle immédiatement de ce théorème et du théorème 1.

**Corollaire 1** *Soient  $D$  un dialogue de persuasion,  $D_i^c$  un arbre canonique et  $\mathbf{AS}_i^c$  le système d'argumentation correspondant. Si  $\text{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ , alors toutes les feuilles de  $D_i^c$  ne sont pas attaquées dans  $D$ .*

Un résultat important montre le lien entre les résultats d'un dialogue  $D$  et les résultats des différents arbres canoniques.

**Théorème 4** *Soient  $D$  un dialogue de persuasion,  $D_1^c, \dots, D_m^c$  ses différents arbres canoniques et  $\mathbf{AS}_1^c, \dots, \mathbf{AS}_m^c$  leur système d'argumentation correspondant.*

*$\text{Output}(D)^3$  est accepté ssi  $\exists i \in \llbracket 1, m \rrbracket$  t.q.  $\text{Status}(\text{Subject}(D), \mathbf{AS}_i^c)$  est accepté.*

Ce résultat est de grande importance puisqu'il prouve qu'un arbre canonique dont les branches sont toute de longueur paire est suffisant pour obtenir les mêmes résultats que le dialogue original dans le cas où le sujet est accepté. Quand le sujet est rejeté, l'arbre entier de dialogue est nécessaire pour assurer les résultats.

**Exemple 9** *Dans l'exemple 7, le sujet  $\alpha_1$  du dialogue  $D_6$  est accepté puisqu'il y a un arbre canonique dont les branches sont de longueur paire (c'est l'arbre canonique du haut dans l'exemple 8). On peut également vérifier que  $\alpha_1$  est dans l'extension basique  $\{\alpha_1, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{11}\}$  de  $\mathbf{AS}_D$ .*

Jusqu'ici, nous avons montré comment extraire des arbres canoniques à partir d'un graphe associé à un dialogue. Ces arbres canoniques ne contiennent que des coups utiles (donc appropriés) :

**Théorème 5** *Soit  $D_i^c$  un arbre canonique d'un dialogue  $D$  de persuasion. Tout coup basé sur un argument de  $D_i^c$  est utile dans le dialogue  $D$ .*

Le théorème précédent donne une limite supérieure de l'ensemble de coups qui peuvent être employés pour construire un arbre canonique, une limite inférieure est l'ensemble des coups décisifs.

**Théorème 6** *Tout argument d'un coup décisif appartient à l'arbre de dialogue et à tout arbre canonique.*

La réciproque est fautive puisque beaucoup d'arguments ne sont pas décisifs, comme le montre l'exemple 4. En effet, il y a deux attaquants qui ne sont pas décisifs mais l'arbre de dialogue contient les deux (de même pour le seul dialogue canonique pour cet exemple).

---

<sup>3</sup>Rappelons que  $\text{Output}(D) = \text{Status}(\text{Subject}(D), \mathbf{AS}_D)$ .

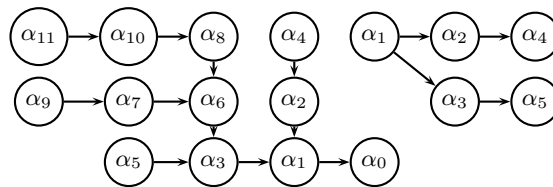
## 5.2 Le dialogue idéal

Dans la section précédente, nous avons prouvé que l'on pouvait construire un arbre de dialogue associé à tout dialogue de persuasion. Cet arbre de dialogue contient des attaquants direct et indirects du sujet ainsi que des défenseurs. De cet arbre de dialogue, des sous-arbres intéressants peuvent être extraits et s'appellent les arbres canoniques. Un arbre canonique est un sous-arbre contenant seulement certaines branches entières de l'arbre de dialogue (seulement un argument en faveur du sujet est choisi pour attaquer un attaquant tandis qu'un défenseur est choisi pour attaquer chaque argument contre le sujet). Dans le cas où le sujet du dialogue est accepté, on a montré qu'il existe au moins un arbre canonique tels que le sujet est accepté dans son système d'argumentation. Cet arbre canonique est un candidat pour être un arbre idéal puisqu'il est suffisant pour justifier l'acceptation du sujet contre toute attaque disponible dans le dialogue initial. Parmi tous ces candidats nous définissons l'arbre idéal en choisissant le plus petit. Dans le cas où le sujet est rejeté dans le dialogue initial, alors l'arbre de dialogue contient toutes les raisons de le rejeter, par conséquent nous proposons de considérer l'arbre de dialogue lui-même comme seul arbre idéal.

**Définition 13 (Arbres et dialogues idéaux)** *Si un dialogue  $D$  a pour résultat accepté - alors un arbre idéal associé à  $D$  est un arbre canonique de  $D$  dans lequel  $\text{Subject}(D)$  est accepté et ayant un nombre minimal de noeuds parmi tous les arbres canoniques qui acceptent également  $\text{Subject}(D)$  - sinon l'arbre idéal est l'arbre de dialogue de  $D$ .*

*Un dialogue utilisant une fois chaque argument d'un arbre idéal est appelé dialogue idéal.*

**Exemple 10** *Un dialogue idéal pour le dialogue  $D_6$  (du côté gauche) admet l'arbre suivant (du côté droit) :*



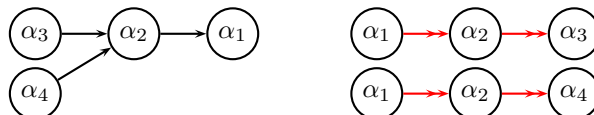
Étant donné la définition ci-dessus, un dialogue idéal contient exactement le même nombre de coups que le nombre de noeuds du graphe idéal.

**Propriété 8** *Étant donné un dialogue  $D$  dont le sujet est accepté. Un dialogue idéal  $ID$  pour  $D$  est le dialogue le plus court ayant le même résultat, et t.q. chaque argument en faveur du sujet dans  $ID$  (y compris  $\text{Subject}(D)$  lui-même) est défendu contre n'importe quelle attaque (existant dans  $D$ ).*

Cette propriété assure que, quand le sujet est accepté dans le dialogue initial  $D$ , un dialogue idéal  $ID$  est le dialogue le plus concis qui induit une acceptation.

En d'autres termes, nous imposons que le dialogue idéal contienne un ensemble d'arguments qui résumant  $D$ .

Notons que le dialogue idéal existe mais n'est pas toujours unique. Voici un exemple de système d'argumentation d'un dialogue qui mène à deux arbres idéaux (par conséquent il mènera au moins à deux dialogues idéaux).



Jusqu'ici, nous avons formellement défini la notion de dialogue idéal, et montré comment il est extrait à partir d'un dialogue de persuasion. Il est clair plus un dialogue est proche (au sens de l'inclusion ensembliste des arguments échangés) de sa version idéale, plus le dialogue est concis.

## 6 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé trois critères pour évaluer les coups d'un dialogue de persuasion par rapport à son sujet : la pertinence, l'utilité et le côté décisif. La pertinence exprime seulement que l'argument du coup a un lien avec le sujet (ce lien est basé sur la relation d'attaque du système d'argumentation). L'utilité est une pertinence plus forte puisqu'elle exige un lien dirigé de l'argument du coup vers le sujet. Les coups décisifs ont un impact plus lourd sur le dialogue, puisque leur omission change le résultat du dialogue.

Inspiré des travaux sur les théories de preuve pour la sémantique basique en argumentation, nous avons défini une notion de "dialogue idéal". Plus précisément, nous avons d'abord défini un arbre de dialogue associé à un dialogue donné comme un graphe qui contient chaque attaquants possibles et défenseurs directs et indirects du sujet. De cet arbre de dialogue, il est alors possible d'extraire des sous-arbres appelé "arbres idéaux" qui sont suffisant pour montrer que le sujet est accepté ou rejeté dans le dialogue original et ceci, contre tout attaque possible d'argument issu du dialogue initial. Un dialogue est bon s'il est proche de cet arbre idéal. Les dialogues idéaux ont des bonnes propriétés par rapport à la concision, à savoir qu'ils contiennent seulement des arguments utiles et appropriés pour le sujet du dialogue. De plus chaque argument d'un coup décisif appartient à tous les arbres idéaux.

À partir de nos résultats, il semble naturel de déduire des conditions pour qu'un protocole produise des dialogues de bonne qualité : (1) Les coups non appropriés et non utiles doivent être pénalisés jusqu'à ce qu'il y ait un ensemble d'arguments qui les rattache au sujet (2) L'ajout d'arguments en faveur du sujet qui sont attaqués par des arguments déjà présent n'a aucun intérêt (puisque'ils n'appartiennent à aucun arbre idéal). Ainsi, les dialogues produits pourraient être plus *concis* (c.-à-d. que tous les arguments émis ont un impact (au moins potentiel) sur le résultat du dialogue), et plus *efficace* (c.-à-d. que ce sont les dialogues les plus courts qui peuvent être construit à partir de l'information échangée et qui atteignent le but de la persuasion).

Notons que dans notre proposition, l'ordre des arguments n'a pas à être contraint puisque le graphe généré n'en tient pas compte. La seule chose qui importe pour obtenir un résultat est l'ensemble final d'interactions entre les arguments échangés. Les critères d'être lié au coup précédent ou au moins à un coup pas trop loin dans la séquence de dialogue pourraient être pris en considération pour analyser la qualité du dialogue. D'ailleurs, toutes les mesures déjà définies dans la littérature et citées dans l'introduction pourraient également être employées pour raffiner la relation de préférence sur des dialogues et finalement pourraient aider à formaliser les propriétés générales des protocoles permettant de produire de bons dialogues.

En outre, il peut arriver qu'à partir d'un ensemble de formules impliquées dans un ensemble d'arguments on puisse construire de nouveaux arguments. Ainsi on disposerait d'un nouvel ensemble d'arguments et d'un nouvel ensemble de relations d'attaque (système d'argumentation complet) associé à un dialogue. Dans ce cas, il pourrait être intéressant de définir les arbres de dialogue sur la base de ce système complet d'argumentation. Alors des dialogues plus efficaces pourraient être obtenus (mais ce n'est pas garanti). Cependant, certains arguments du système complet d'argumentation pourraient nécessiter la coopération des agents. Cela signifierait que dans un dialogue idéal mais réalisable, l'ordre d'émission des arguments serait contraint par le fait que chaque agent devrait pouvoir établir chaque argument à chaque étape.

## References

- [1] L. Amgoud and C. Cayrol. A reasoning model based on the production of acceptable arguments. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 34:197 – 216, 2002.
- [2] L. Amgoud and F. Dupin de Saint-Cyr. Measures for persuasion dialogs: a preliminary investigation. In *2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Computational Models of Argument*, pages 13–24, 2008.
- [3] L. Amgoud and F. Dupin de Saint-Cyr. Extracting the core of a persuasion dialog to evaluate its quality. In *10<sup>th</sup> European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU 2009)*, Verona, Italy, July 1-3 2009.
- [4] L. Amgoud, N. Maudet, and S. Parsons. Modelling dialogues using argumentation. In *Proc. of the International Conference on Multi-Agent Systems*, pages 31–38, Boston, MA, 2000.
- [5] T. Bench-Capon. Persuasion in practical argument using value-based argumentation frameworks. *J. of Logic and Computation*, 13(3):429–448, 2003.
- [6] P. M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and  $n$ -person games. *Artificial Intelligence Journal*, 77:321–357, 1995.

- [7] P.E. Dunne and T.J. Bench-Capon. Two party immediate response disputes: Properties and efficiency. *Artificial Intelligence*, 149:221–250, 2003.
- [8] T. F. Gordon. The pleadings game. *Artificial Intelligence and Law*, 2:239–292, 1993.
- [9] M. Johnson, P. McBurney, and S. Parsons. When are two protocols the same? In M-P. Huget, editor, *Communication in Multiagent Systems: Agent Communication Languages and Conversation Policies*, LNAI 2650, pages 253–268. Springer, 2003.
- [10] S. Parsons and P. McBurney. Games that agents play: A formal framework for dialogues between autonomous agents. *J. of Logic, Language and Information*, 11(3):315–334, 2002.
- [11] H. Prakken. Coherence and flexibility in dialogue games for argumentation. *Journal of Logic and Computation*, 15:1009–1040, 2005.
- [12] P. Torroni. A study on the termination of negotiation dialogues. In *Proceedings of the first international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems*, pages 1223–1230. ACM, 2002.
- [13] S. Zabala, I. Lara, and H. Geffner. Beliefs, reasons and moves in a model for argumentative dialogues. In *Proc. 25th Latino-American Conf. on Computer Science*, 1999.

## Annexe : démonstrations

**Démonstration**[Propriété 2] Soient  $D = \langle m_1, \dots, m_n \rangle$  et  $D' = \langle m'_0, \dots, m'_k \rangle$  deux dialogues de persuasion tels que  $D' \sqsubset D$ , cela signifie que chaque  $m'_i$  appartient à la séquence de  $D$ , donc  $\text{Content}(m'_i) \in \text{Args}(D)$ . Par conséquent,  $\text{Args}(D') \subseteq \text{Args}(D)$ . De plus,  $\text{Confs}(D') \subseteq \text{Confs}(D)$ . ■

**Démonstration**[Propriété 3] Soit  $m$  un coup d'un dialogue de persuasion  $D$ . Si  $m$  est utile alors il existe un chemin de  $\text{Content}(m)$  à  $\text{Subject}(D)$ , donc  $m$  est approprié pour  $D$ . ■

**Démonstration**[Propriété 4] Soit  $m$  un coup décisif dans  $D$ , et supposons que  $\text{Subject}(D)$  est accepté dans  $\text{AS}_D$ . D'après la Propriété 1,  $\text{Subject}(D)$  est indirectement défendu contre tous ses attaquants par un argument non attaqué. Puisque  $m$  est décisif,  $\text{Subject}(D)$  est rejeté dans  $\text{AS}_D \ominus \text{Content}(m)$ . Cela signifie qu'au moins un attaquant n'est plus indirectement défendu par un argument non attaqué. Donc la suppression de  $\text{Content}(m)$  a coupé un chemin allant d'un argument non-attaqué vers l'attaquant direct du sujet. Cela signifie que  $\text{Content}(m)$  était utile dans  $D$ .

Si  $\text{Subject}(D)$  est rejeté dans  $\text{AS}_D$ , et accepté dans  $\text{AS}_D \ominus \text{Content}(m)$ . Cela signifie que chaque attaquant est défendu par un argument non attaqué dans  $\text{AS}_D \ominus \text{Content}(m)$ . Donc la suppression de  $\text{Content}(m)$  a éliminé tous les attaquants directs ou indirects du sujet. Cela signifie que  $\text{Content}(m)$  était sur un chemin entre un attaquant du sujet et le sujet, donc ce coup était utile dans  $D$ . ■

**Démonstration**[Propriété 5]

- Une branche de dialogue est non vide puisque le sujet du dialogue original de persuasion appartient à la branche.
- Supposons qu'il existe une branche infinie de dialogue pour un dialogue donné de persuasion  $D$ . Cela signifie qu'il existe une séquence infinie  $\langle \alpha_0, \alpha_1, \dots \rangle$  qui forme une branche de dialogue. Dans cette séquence, le nombre d'arguments d'indice pair et d'indice impair est infini. Selon la Définition 5, le dialogue de persuasion  $D$  est fini, ainsi les deux ensembles  $\text{Args}(D)$  et  $\text{Confs}(D)$  sont finis. En conséquence, l'ensemble d'arguments qui appartiennent à la séquence  $\langle \alpha_0, \alpha_1, \dots \rangle$  est fini. Par conséquent, il y a au moins un argument d'indice pair qui est répété. Ce qui est impossible. ■

**Démonstration**[Propriété 6] Soit  $D$  un dialogue de persuasion. Soit  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_k \rangle$  une branche de dialogue de l'arbre de dialogue associé à  $D$ . D'après la Définition 10.3, on déduit que  $\forall i \in \llbracket 1, k \rrbracket, (\alpha_i, \alpha_{i-1}) \in \text{Confs}(D)$ . Donc il existe un chemin de longueur  $k$  dans  $\text{AS}_D$  de  $\alpha_k$  à  $\alpha_0$ . D'après la Définition 10.2,  $\alpha_0 = \text{Subject}(D)$ . ■



**Démonstration**[Théorème 1] Soit  $D$  un dialogue de persuasion et  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_p \rangle$  une branche de dialogue de  $D$ . Si  $\exists \beta \in \mathbf{Args}(D)$  t.q.  $(\beta, \alpha_p) \in \mathbf{Conf}(D)$  alors une séquence commençant par  $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_p, \beta \rangle$  serait une branche ce qui est interdit par la Définition 10.6. ■

**Démonstration**[Propriété 7] Ce résultat découle directement de la définition de l'arbre de dialogue. En effet, la racine de l'arbre est le sujet du dialogue de persuasion et toutes les branches possibles sont considérées. ■

**Démonstration**[Théorème 2] Ce théorème montre qu'un arbre de dialogue est suffisant pour décider du statut du sujet. La preuve de ce théorème est basée sur deux théorèmes donnés plus loin qui se rapportent à la notion d'arbre canonique.

- si  $\mathbf{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_D$  alors, d'après le Théorème 4, il existe un arbre canonique  $D_i^c$  tel que  $\mathbf{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ . De plus, la façon dont  $D_i^c$  a été construit (par un procédé ET/OU) impose que  $D_i^c$  contienne tous les fils directs du sujet dans  $D^t$ . Le Théorème 3 montre que toute branche de  $D_i^c$  est de longueur paire. Chaque feuille de cet arbre canonique est par définition non attaquée dans  $D_i^c$  et aussi par définition dans  $\mathbf{AS}_{D^t}$ . D'après la Définition 10.4, sur chaque branche de  $\mathbf{AS}_{D^t}$  chaque noeud pair attaque strictement le noeud précédent. Par construction, pour chaque attaquant direct du sujet dans  $\mathbf{AS}_{D^t}$ , il existe au moins un défenseur non-attaqué dans  $\mathbf{AS}_{D^t}$  (feuille de  $D_i^c$ ), cette défense étant stricte, le sujet appartient donc à l'extension basique de  $\mathbf{AS}_{D^t}$ .
- si  $\mathbf{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_{D^t}$  alors il existe un défenseur non-attaqué contre tous les attaquants directs du sujet dans  $\mathbf{AS}_{D^t}$ . Cela signifie qu'il existe un arbre canonique issu de  $\mathbf{AS}_{D^t}$  dont toutes les branches sont de longueur paire. Le sujet est donc accepté dans cet arbre canonique d'après le théorème 3 ce qui implique que le sujet est accepté dans  $D$  d'après le théorème 4. ■

**Démonstration**[Théorème 3] Soient  $D$  un dialogue de persuasion,  $D_i^c$  un arbre canonique et  $\mathbf{AS}_i^c$  le système d'argumentation correspondant.

- Supposons que  $\mathbf{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ , et qu'il existe une branche de  $D_i^c$  de longueur impaire. Cela signifie que la feuille de cette branche, disons  $\alpha$ , attaque indirectement  $\mathbf{Subject}(D)$  (la racine de la branche).
  - Soit  $\alpha$  n'est pas attaquée dans  $\mathbf{AS}_i^c$ , alors cela implique qu' $\alpha$  est accepté et donc que le second noeud de la branche est un attaquant direct du sujet qui est non défendu par un argument non-attaqué, c.à.d.,  $\mathbf{Subject}(D)$  n'est pas accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ .

- Soit  $\alpha$  est attaqué dans  $\mathbf{AS}_i^c$  alors il ne peut être attaqué que par un argument déjà présent dans la branche (donc lui-même attaqué), sinon la branche ne vérifierait pas la Définition 10.6. Dans ce cas aussi le second noeud de cette branche est un attaquant direct du sujet qui n'est pas défendu par un argument non attaqué.
- Supposons maintenant que toutes les branches de  $D_i^c$  soient de longueur paire, alors chaque feuille de l'arbre est acceptée puisque non attaquée dans  $\mathbf{AS}_i^c$  (d'après le Théorème 1). En considérant itérativement chaque noeud pair depuis la feuille jusqu'à la racine, elles peuvent toutes être ajoutées à l'extension basique car la feuille défend strictement l'avant dernier noeud pair contre l'attaque du dernier noeud impair et ainsi de suite sachant que par construction pour chaque noeud impair attaquant un noeud pair il existe un noeud pair de niveau plus profond qui le défend strictement (d'après la Définition 10.5). Ainsi chaque noeud pair est dans l'extension basique, donc le sujet est accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ . ■

**Démonstration**[Corollaire 1] D'après le Théorème 3, puisque  $\mathbf{Subject}(D)$  est accepté dans  $\mathbf{AS}_i^c$ , alors toutes ses branches sont de longueur paire. D'après le Théorème 1, les feuilles de chaque branche de longueur paire ne sont pas attaquées dans  $D$ . Donc toutes les feuilles de  $D_i^c$  sont non attaquées dans  $D$ . ■

**Démonstration**[Théorème 4]

- Supposons qu'il existe  $D_j^c$  avec  $1 \leq j \leq m$  et que  $\mathbf{Status}(\mathbf{Subject}(D), \mathbf{AS}_j^c)$  est accepté. D'après le Théorème 3, cela signifie que toutes les branches de  $D_j^c$  sont de longueur paire. D'après le Corollaire 1, cela implique que les feuilles de  $D_j^c$  sont non attaquées dans le graphe du dialogue initial  $D$ .

Soit  $2i$  la profondeur de  $D_j^c$  (c.à.d la longueur maximale d'une branche de  $D_j^c$ ). Définissons la hauteur d'un noeud  $N$  dans un arbre comme la profondeur du sous-arbre de racine  $N$ . Montrons par induction sur  $p$  que  $\forall p$  tel que  $0 \leq p \leq i$ , l'ensemble  $\{y \mid y \text{ est un argument d'indice pair et dans un noeud de hauteur } \leq 2p \text{ appartenant à } D_j^c\}$  est inclus dans l'extension basique de  $\mathbf{AS}_D$ .

- Cas  $p = 0$ . Les feuilles de  $D_j^c$  ne sont pas attaquées dans  $D$  (d'après le Corollaire 1). Donc, elles appartiennent à l'extension basique de  $\mathbf{AS}_D$ .
- Supposons que la propriété est vraie au rang  $p$  et montrons qu'elle est vraie au rang  $p + 1$ .

On peut ne considérer que les arguments des niveaux pairs dans les noeuds de hauteur  $2p + 2$  de  $D_j^c$ . Soit  $y$  un tel argument. Puisqu' $y$  apparaît à un niveau pair, alors tous les arguments  $y'$  attaquant  $y$  dans  $\mathbf{AS}_D$  apparaissent dans  $D_j^c$  comme fils de  $y$  (sinon la branche

ne serait pas maximale ou  $D_j^c$  ne serait pas canonique), et chaque  $y'$  est lui-même strictement attaqué dans  $\mathbf{AS}_D$  par exactement un argument  $z$  apparaissant dans  $D_j^c$  comme fils de  $y'$ . Ainsi chaque  $z$  est à un niveau pair dans  $D_j^c$  et apparaît comme noeud de hauteur  $2p$  dans  $D_j^c$ . Par hypothèse d'induction, chaque argument  $z$  est dans l'extension basique de  $\mathbf{AS}_D$ . Puisque tous les attaquants de  $y$  ont été considérés, l'extension basique de  $\mathbf{AS}_D$  défend  $y$ . Donc  $y$  appartient aussi à l'extension basique.

- Supposons que  $\text{Status}(\text{Subject}(D), \mathbf{AS}_D)$  est accepté. Soit  $i_0$  le plus petit indice  $\geq 0$  tel que  $\text{Subject}(D) \in \mathcal{F}^{i_0}(\mathcal{C}^4)$ . Montrons par induction sur  $i$  que si un argument  $\alpha \in \text{Args}(D)$  est dans  $\mathcal{F}^i(\mathcal{C})$  alors il existe un arbre canonique de racine  $\alpha$  pour  $D^5$  ayant une profondeur  $\leq 2i$  et n'ayant que des branches de longueur paire.
  - Cas  $i = 0$ : si  $\alpha \in \mathcal{C}$ , alors  $\alpha$  lui-même est un arbre canonique de racine  $\alpha$  et profondeur 0.
  - Supposons la propriété vraie au rang  $i$  et considérons le rang  $i + 1$ . Considérons  $\alpha \in \mathcal{F}^{i+1}(\mathcal{C})$  et  $\alpha \notin \mathcal{F}^k(\mathcal{C})$  avec  $k < i + 1$ . Soit  $x_1, \dots, x_n$  les attaquants de  $\alpha$ . Considérons un attaquant  $x_j$ .  $x_j$  attaque  $\alpha$ , et  $\alpha \in \mathcal{F}^{i+1}(\mathcal{C}) = \mathcal{F}(\mathcal{F}^i(\mathcal{C}))$ . D'après la Proposition 4.1 dans [1], il existe  $y$  dans l'extension basique de  $\mathbf{AS}_D$  tel que  $y$  attaque strictement  $x_j$ . Puisque  $y$  défend  $\alpha$  (par définition de  $\mathcal{F}$ ) alors  $y \in \mathcal{F}^i(\mathcal{C})$ . Par hypothèse d'induction appliquée à  $y$ , il existe un arbre canonique de racine  $y$  et de profondeur  $\leq 2i$ . La même construction peut se faire pour chaque  $x_j$ . Ainsi, nous obtenons un arbre canonique de racine  $\alpha$  et de profondeur  $\leq 2(i + 1)$  et qui a toutes ses branches de longueur paire.

Finalement, du fait que  $\text{Subject}(D) \in \mathcal{F}^{i_0}(\mathcal{C})$  on peut conclure qu'il existe un arbre canonique de racine  $\text{Subject}(D)$  ayant toutes ses branches de longueur paire. D'après le Théorème 3, on obtient que  $\text{Subject}(D)$  est accepté dans cet arbre canonique. ■

**Démonstration**[Théorème 5] Par construction de  $D_i^c$ , il existe un chemin dans cet arbre de la racine à chaque argument  $\alpha$  de l'arbre canonique. D'après la propriété 6, nous obtenons qu'il existe un chemin correspondant dans  $\mathbf{AS}_D$  de  $\alpha$  à  $\text{Subject}(D)$ , par conséquent un coup contenant l'argument  $\alpha$  est utile dans  $D$ . ■

---

<sup>4</sup>L'ensemble  $\mathcal{C}$  contient tous les arguments qui ne sont pas attaqués dans  $D$ .

<sup>5</sup>Ici, on considère un "arbre canonique de racine  $\alpha$  pour un dialogue  $D$ ". Sa définition est plus générale qu'un arbre canonique pour un dialogue  $D$  puisque cela ne requiert pas que toutes les branches commencent par le sujet du dialogue (cela modifie simplement le point 2 de la Définition 10) mais on requiert que toutes les branches commencent par le noeud  $\alpha$ .

**Démonstration**[Théorème 6] Si un coup  $m$  est décisif alors, comme vu dans la preuve de la propriété 4,

- si le sujet est accepté dans  $\mathbf{AS}_D$  alors cela signifie qu’il existe au moins un attaquant qui n’est plus indirectement défendu par un argument non attaqué dans  $\mathbf{AS}_D \ominus \mathbf{Content}(m)$ . Le sujet étant accepté dans  $\mathbf{AS}_D$  cela signifie qu’il existe un arbre canonique dont toutes les branches sont de longueur paire (d’après le Théorème 3). Par construction ce graphe canonique contient tous les attaquants directs du sujet. Si  $\mathbf{Content}(m)$  n’appartient pas à ce graphe canonique alors il existe un défenseur du sujet sur un chemin qui ne passe pas par  $\mathbf{Content}(m)$  dans  $\mathbf{AS}_D$ , si c’est le cas pour tous les attaquants directs du sujet alors le sujet aurait du être accepté dans  $\mathbf{AS}_D \ominus \mathbf{Content}(m)$ . C’est impossible, donc  $\mathbf{Content}(m)$  appartient au graphe canonique qui accepte le sujet.
- si le sujet est rejeté dans  $\mathbf{AS}_D$  mais accepté dans  $\mathbf{AS}_D \ominus \mathbf{Content}(m)$  alors il existe un arbre canonique dont toutes les branches sont de longueur pair dans  $\mathbf{AS}_D \ominus \mathbf{Content}(m)$ . Puisque l’ajout de  $\mathbf{Content}(m)$  rend le sujet rejeté, cela signifie que  $\mathbf{content}(m)$  attaque au moins un défenseur direct ou indirect du sujet présent dans tout arbre canonique acceptant le sujet dans  $\mathbf{AS}_D \ominus \mathbf{Content}(m)$ . La séquence contenant la branche partant du sujet jusqu’à ce défenseur peut être prolongée avec  $\mathbf{Content}(m)$  pour former une branche de longueur impaire dans  $\mathcal{D}^t$ . Donc pour que tous les arbres canoniques rejettent le sujet il faut que  $\mathbf{Content}(m)$  appartienne à une de leur branche.

■

**Démonstration**[Propriété 8] Si le sujet est accepté dans  $D$  alors, par construction, un arbre canonique de  $D$  contient chaque argument existant dans  $D$  qui attaque directement le sujet puisqu’ils appartient à toutes les branches possibles de dialogue qui peuvent être construites à partir de  $D$ . Mais pour chacune d’elles il contient seulement un attaquant qui est en faveur du sujet (cet attaquant est un fils d’un noeud OU dans l’arbre de dialogue), pour chaque argument choisi en faveur du sujet, tous les attaquants sont présent dans l’arbre canonique (ils sont les fils d’un noeud “ET” dans l’arbre de dialogue). Par ailleurs, si le sujet est accepté alors chaque branche de l’arbre canonique est de longueur paire. Cela signifie que les feuilles sont en faveur du sujet et sont non attaquées dans le dialogue initial  $D$ . Cette propriété vaut pour n’importe quel arbre canonique. Donc, puisque le dialogue idéal correspond au plus petit arbre canonique, cela signifie que c’est le dialogue le plus court qui satisfait cette propriété. ■