Révision d'un système d'argumentation : une première approche

Rapport de Master 2 Recherche
" Intelligence Artificielle : Raisonnement, Coopération, Langage. "
Année 2006-2007

Aurore Miquel

Responsables de stage : Claudette Cayrol
Florence Dupin de Saint-Cyr
Marie-Christine Lagasquie-Schiex

équipe d'accueil : Raisonnements Plausibles, Décision, Méthodes de Preuves.
IRIT.

Résumé :

L'argumentation et la révision sont deux composantes distinctes de l'Intelligence Artificielle. La première est un mode de raisonnement basé sur la construction et l'évaluation d'arguments, alors que la seconde est un mécanisme défini pour prendre en compte la modification des connaissances. Le but de cette étude est de lier ces deux notions en formalisant une opération de révision s'appliquant à un système d'argumentation. Pour nous rapprocher du modèle usuel de la révision des croyances, nous avons défini une révision " classique " qui assure l'acceptation du nouvel argument, au même titre que la révision garantit l'appartenance de la nouvelle information à la base. Puis, nous avons défini différents types de révision en fonction de leur impact sur l'acceptabilité des arguments et avons cherché à les caractériser.

Table des matières

1. Introduction

L'argumentation en Intelligence Artificielle est un mode de raisonnement basé sur la construction et l'évaluation d'arguments. Ces arguments sont établis à partir de connaissances pouvant être incohérentes ; ils peuvent donc être en conflit.
Prenons l'exemple de Léo, qui se réveille. La pièce est sombre, il en déduit qu'il fait encore nuit. Il regarde sa montre pour savoir combien de temps de sommeil il lui reste avant que sa mère ne vienne le réveiller, et constate qu'il est 10h du matin. Léo ne sait plus quoi penser... Fait-il jour... ou nuit ?
Une fois les arguments construits, le processus d'argumentation les évalue (selon différentes manières qui définissent différentes sémantiques) et sélectionne les plus acceptables.

Mais que se passe-t-il si les connaissances que l'on a du monde changent ?
Les arguments construits précédemment restent des arguments (ils ne sont ni détruits ni modifiés), mais l'évolution de la base de connaissances crée de nouveaux arguments. Ils peuvent contredire les arguments déjà existants ou bien les soutenir.
Léo s'habitue peu à peu à l'obscurité, se rend compte que, contrairement aux jours précédents, ses volets sont fermés, et voit des raies de lumière à leur jonction.
Le processus d'argumentation évalue à nouveau les arguments et détermine ceux qui sont à présent les plus acceptables.
Léo en conclut que sa montre indique la bonne heure et qu'il est 10h du matin.

Dans un autre domaine de l'Intelligence Artificielle, cette modification des connaissances sur le monde peut être prise en compte de manière totalement différente. Un des mécanismes définis pour cela est la révision. Contrairement à l'argumentation, celle-ci s'appuie sur une base de connaissances cohérente. Une approche classique de la révision consiste à intégrer la nouvelle information à la base et supprimer (de façon minimale) certaines connaissances initiales pour que l'ensemble des connaissances reste cohérent.
Lorsque Léo voit de la lumière à travers les volets, il révise ses croyances : il ne fait pas nuit.

Après avoir présenté ces deux composantes dans le chapitre 2, nous proposerons, dans le chapitre 3, un rapprochement de ces deux notions en introduisant la notion de révision en argumentation et en définissant une révision “ classique ” en argumentation par laquelle un nouvel argument est toujours accepté. Nous verrons aussi quelles conditions doivent être réunies pour avoir une telle révision. Enfin, nous définirons, dans le chapitre 4, différents types de révision en argumentation selon les modifications qu'elles apportent quant à l'acceptabilité des arguments et nous en illustrerons certaines à partir de quelques théorèmes de caractérisation.

2. état de l'art

Dans ce chapitre, nous présentons, dans un premier temps, les éléments de base du processus d'argumentation (les arguments, la relation de contrariété, l'acceptabilité des arguments), le cadre d'argumentation de Dung puis sa représentation en théorie des graphes. Nous présentons ensuite les propriétés que doit vérifier un opérateur de révision. Dans la suite de notre travail nous nous placerons dans un cadre d'argumentation plus abstrait.

2.1. L'argumentation

L'argumentation fait partie intégrante de la vie quotidienne. Le fait d'exposer ses idées sous forme d'arguments est essentiel pour faire connaître son opinion, la défendre et éventuellement convaincre son auditoire. L'auditoire, n'étant pas forcément d'accord, peut présenter des contre-arguments à nos arguments. Mais dans ce cas, comment savoir quels arguments sont les plus recevables ? C'est le processus d'argumentation qui définit les arguments acceptables.

2.1.1. Les éléments de base de l'argumentation

Il existe plusieurs définitions d'un système d'argumentation. Dans la suite nous utiliserons la définition de Dung [6] basée sur un ensemble d'arguments et sur une relation de contrariété.

Définition 1 :
Un système d'argumentation est un couple <A, R >, avec A un ensemble d'arguments non vide et R une relation binaire représentant une notion de contrariété entre les arguments, i.e. R $\subseteq$ A $\times$ A. *(A, B)* $\in$R ou, de manière équivalente, A R B signifie que l'argument A contrarie l'argument B.

Exemple 1 :
A = *{A, B, C}* et R = *{(A, B), (B, C)}* signifie que le système d'argumentation comprend trois arguments A, B et C, que A contrarie B et que B contrarie C.

2.1.1.1. Les arguments

Les arguments peuvent être représentés de trois façons différentes : par un arbre d'inférences, par une séquence d'inférences ou par une paire <prémisses, conclusion>. Nous avons choisi cette dernière représentation.
Une base de connaissances Σ est une paire $\Sigma = (S, C)$ où S est l'ensemble des connaissances sûres représentant le noyau de Σ et C représente les croyances.

Définition 2 : [7]
Un argument de C dans le contexte S est une paire $\langle H, h\rangle$ où h est une formule d'un langage choisi L et H est une sous-base de C qui satisfait les conditions suivantes :
i) $S \cup H$ est consistant,
ii) $S \cup H \vdash h$,
iii) H est minimal (pour l'inclusion) pour i) et ii).

H est le support et h la conclusion.

Exemple 2 :
Soit $\Sigma = (S, C)$ telle que :
$S = \varnothing$
$C = \{a, a \to o, o \to v, a \to \neg v\}$
$\langle\{a, a \to o, a \to v\}, v\rangle$ est un argument,
$\langle\{a, a \to \neg v, a \to v\}, \neg v\rangle$ n'en est pas un, car il ne satisfait pas iii).

2.1.1.2. La relation de contrariété

La contrariété représente les différents conflits présents entre les arguments, elle est donc un élément essentiel d'un système d'argumentation. Il existe plusieurs relations de contrariété dont voici les deux principales :

– **La réfutation**
Il y a réfutation lorsque deux arguments ont des conclusions contraires.

Définition 3 : [7]
Soit $\langle H_1, h_1\rangle$ et $\langle H_2, h_2\rangle$ deux arguments construits à partir d'une base de connaissances Σ. $\langle H_1, h_1\rangle$ réfute $\langle H_2, h_2\rangle$ si et seulement si $h_1 \equiv \neg h_2$. Un argument est donc réfuté s'il existe un argument pour la négation de sa conclusion.

Exemple 2 (suite) :
Soit $A_1 = \langle H_1, h_1\rangle$ avec $H_1 = \{a, a \to o, o \to v\}$ et $h_1 = v$
et $A_2 = \langle H_2, h_2\rangle$ avec $H_2 = \{a, a \to \neg v\}$ et $h_2 = \neg v$.
A_1 réfute A_2, A_2 réfute A_1.

Remarque :
La réfutation est une relation symétrique.

– **L'attaque**
Il y a attaque lorsque la conclusion d'un argument réfute un des éléments du support d'un autre argument. L'attaque n'est donc pas nécessairement symétrique.

Définition 4 : [7]
Soit $\langle H_1, h_1\rangle$ et $\langle H_2, h_2\rangle$ deux arguments construits à partir d'une base de connaissances Σ. $\langle H_1, h_1\rangle$ **attaque** $\langle H_2, h_2\rangle$ si et seulement si $\exists h \in H_2$ tel que $h \equiv \neg h_1$.

Exemple 2 (suite) :
Soit A_1 défini comme précédemment et $A_3 = \langle H_3, h_3\rangle$ avec $H_3 = \{a, a \to o, a \to \neg v\}$ et $h_3 = o \wedge \neg v$.
A_3 attaque A_1.

Remarque :
Un argument peut s'auto-attaquer.

Exemple 3 : Le paradoxe du menteur [5]
Frère Jean-Baptiste est un moine. En ce jour de pénitence, il fait une drôle de déclaration : “Je suis un menteur ”.

L'argument A pour soutenir le fait qu'il est un menteur peut être établi ainsi :
Frère Jean-Baptiste dit qu'il est un menteur. Puisque les moines sont connus pour toujours dire la vérité, ce qu'il dit est vrai. Il est donc un menteur.
Cet argument s'auto-attaque puisque pour conclure qu'il est un menteur on utilise le fait qu'il dit toujours la vérité (et donc qu'il n'est pas un menteur).

Remarque :
Un argument est dit isolé s'il ne contrarie et n'est contrarié par aucun argument (pas même lui-même).

2.1.1.3. L'acceptabilité des arguments

Il existe deux types d'acceptabilité : l'acceptabilité individuelle et l'acceptabilité collective.

– **L'acceptabilité individuelle**
Elle attribue à chaque argument un niveau d'acceptabilité selon l'existence de contrariants. Les arguments ayant le même niveau sont regroupés dans une classe d'acceptabilité [7], [8].

– **L'acceptabilité collective**
Elle définit un ou des ensembles d'arguments qui sont conjointement acceptables [6]. Ces ensembles sont appelés extensions. Une extension doit notamment se défendre seule contre toute contrariété (i.e. si un argument de l'extension est contrarié par un autre argument alors ce dernier est contrarié par un argument de l'extension).

2.1.2. Le cadre d'argumentation de Dung

L'argumentation de Dung est basée sur la notion d'acceptabilité collective et donc de défense collective. Voici les définitions de base du système d'argumentation de Dung :

Définition 5 : [6]
Soit <A, R > un système d'argumentation, S $\subseteq$ A un ensemble d'arguments et A $\in$A un argument :
– S est sans-conflit si et seulement si il n'existe pas A, $B \in$ S tels que A R B.
– S défend collectivement A si et seulement si $\forall$ $B \in$ A, si B R A, $\exists C \in$ S tel que C R B. S défend tous ses éléments si et seulement si S défend collectivement tout élément de S. On dénote $\mathcal{F}$ (S) l'ensemble des arguments défendus par S : $\mathcal{F}$ (S) = { $A \in$ A / A est défendu collectivement par S }.
– $B \in$ A est un défenseur individuel de $A \in$ A si et seulement si il existe une séquence finie $X_0, \ldots, X_{2n}$ d'éléments de A telle que :
  – $A = X_0$, $B = X_{2n}$, $n \neq 0$,
  – $\forall i$, $0 \leq i \leq (2n-1)$, X_{i+1}RX_i.
Si $n = 1$, B est un défenseur individuel direct de A, sinon c'est un défenseur individuel indirect de A.

Exemple 4 :

Soit le système d'argumentation <A, R > tel que
A = $\{A, B, C\}$ et R = $\{(A, B), (B, C)\}$.
$\{A, C\}$ est sans-conflit. L'argument A est un défenseur individuel direct de C, $\{A, C\}$ défend collectivement tous ses éléments.
à partir de ces notions d'ensembles sans-conflit et de défense, Dung définit l'admissibilité :

Définition 6 : [6]
Soit <A, R > un système d'argumentation, S $\subseteq$ A.
S est dit admissible si et seulement si :
– S est sans-conflit,
– S défend collectivement tous ses arguments.
Par la suite nous utiliserons indifféremment " défend " et " défend collectivement ".

Exemple 4 (suite) :
$\{A, C\}$ est admissible.
A la notion de défense, Dung oppose l'attaque (au sens général et non pas au sens de la définition de la section 2.1.1.2.) :

Définition 7 : [6]
Soit <A, R > un système d'argumentation, S $\subseteq$ A un ensemble d'arguments et A $\in$A un argument :
– S attaque collectivement A si et seulement si $\exists B \in S$ tel que B R A,
– $B \in$ A est un attaquant individuel de $A \in$ A si et seulement si il existe une séquence finie $X_0, \ldots, X_{2n+1}$ d'éléments de A telle que :
  – $A = X_0$, $B = X_{2n+1}$,
  – $\forall i$, $0 \leq i \leq 2n$, $X_i + 1$ R X_i.
Si $n = 0$, B est un attaquant individuel direct de A, sinon c'est un attaquant individuel indirect de A.
Par la suite, nous utiliserons indifféremment " attaque " et " attaque collectivement ".

Exemple 4 (suite) :
$\{B\}$ attaque l'argument C, B est un attaquant individuel direct de C.

Dung a défini plusieurs sémantiques pouvant déboucher sur un nombre différent d'extensions pour un même système d'argumentation. Voici les trois sémantiques avec lesquelles nous allons travailler :

– **Les extensions préférées**

Définition 8 : [2]
Soit <A, R > un système d'argumentation, S $\subseteq$ A un ensemble d'arguments.
S est une extension préférée si et seulement si S est maximal pour l'inclusion ensembliste parmi les ensembles admissibles.

Exemple 5 :
Soit le système d'argumentation <A, R > suivant :
A = $\{A, B, C, D\}$ et R = $\{(A, B), (B, C), (C, D), (D, C)\}$
$\{A, C\}$ et $\{A, D\}$ en sont les extensions préférées.

Propriété 1 : [6]
Tout système d'argumentation possède au moins une extension préférée.

Propriété 2 :

Un argument non attaqué d'un système appartient à toutes les extensions préférées de ce système.

Propriété 3 : [6]
Tout ensemble admissible est contenu dans une extension préférée.

Définition 9 : [6]
Un système d'argumentation est dit " trivial " si sa seule extension préférée est l'ensemble vide.

– **Les extensions stables**

Définition 10 : [6]
Soit <A, R > un système d'argumentation, S $\subseteq$ A un ensemble d'arguments.
S, sans-conflit, est une extension stable si et seulement si S attaque tout argument de A qui n'appartient pas à S.

Propriété 4 : [6]
Toute extension stable est préférée.

Exemple 5 (suite) :
$\{A, C\}$ et $\{A, D\}$ sont aussi les extensions stables.

Propriété 5 :
Un argument non attaqué d'un système appartient à toutes les extensions stables de ce système.

Définition 11 : [6]
Un système d'argumentation est dit "cohérent " si toute extension préférée est stable.

Exemple 6 :
<A, R > tel que A = $\{A, B, C, D, F\}$
et R = $\{(A, B), (B, A), (B, C), (C, D), (D, F), (F, C)\}$.
L'extension stable de ce système est $\{B, D\}$; les deux extensions préférées sont $\{A\}$ et $\{B, D\}$. Ce système n'est donc pas cohérent.

Remarque :
Certains systèmes d'argumentation ne possèdent pas d'extension stable.

Exemple 7 :
<A, R > tel que A = $\{A, B, C\}$ et R = $\{(A, B), (B, C), (C, A)\}$ ne possède pas d'extension stable ; mais il possède une extension préférée : $\{\}$.

– **L'extension basique**

Définition 12 : [6]
L'extension basique d'un système d'argumentation <A, R > est le plus petit point fixe de la fonction $\mathcal{F}$ [cf. Définition 5].
Le plus petit point fixe de la fonction $\mathcal{F}$ peut être calculé en appliquant itérativement la fonction $\mathcal{F}$ à l'ensemble vide (dans le cas où R est fini)[6].

Propriété 6 : [6]

Un argument non attaqué d'un système appartient à l'extension basique de ce système.
Un argument défendu directement ou indirectement par un argument non attaqué appartient aussi à l'extension basique.
Seuls ces arguments appartiennent à l'extension basique d'un système.

Exemple 4 (suite) :
$\mathcal{F}(\varnothing) = \{A\}$ car A n'est pas attaqué,
$\mathcal{F}(\{A\}) = \{A, C\}$ car C est défendu par A,
$\mathcal{F}(\{A, C\}) = \{A, C\}$.
L'extension basique de <A, R > est $\{A, C\}$.

Exemple 7 (suite) :
$\mathcal{F}(\varnothing) = \{\}$ car tous les arguments du système sont attaqués.
L'extension basique est donc $\{\}$.

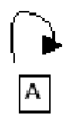
Propriété 7 : [6]
Tout système d'argumentation possède une et une seule extension basique.
De plus, l'extension basique est contenue dans l'intersection des extensions préférées.

2.1.3. Représentation graphique

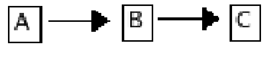
Pour mieux visualiser un système d'argumentation et surtout les interactions entre arguments, nous le représentons par un graphe orienté dans lequel les sommets désignent les arguments et les arcs correspondent aux interactions [5].
Voici quelques définitions de la théorie des graphes qui seront utiles par la suite [3], [4] :

Définition 13 :
Un graphe orienté est une paire (V, E) où V est un ensemble dont les éléments sont appelés des sommets et $E \subseteq V \times V$ est un ensemble dont les éléments sont appelés des arcs.
Étant donné un arc $(v, v') \in E$, v est appelé sommet origine de (v, v') et v' est appelé sommet but. Un arc (v, v') est dit symétrique si l'arc $(v', v) \in E$.

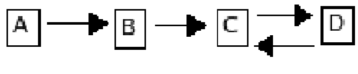
Exemple 3 (suite) :



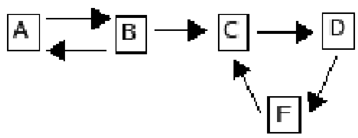
Exemple 4 (suite) :



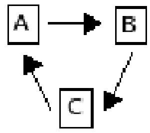
Exemple 5 (suite) :



Exemple 6 (suite) :



Exemple 7 (suite) :



Définition 14 :
Une chaîne est une suite d'arcs telle que chaque arc de la suite a une extrémité en commun avec l'arc précédent. La direction de l'arc n'a pas d'importance.
Un graphe est connexe si et seulement si pour toute paire de sommets distincts, il existe une chaîne les reliant.

Définition 15 :
Un chemin est une suite finie $e_1, e_2, \ldots, e_n$ d'arcs telle que $\forall i$, $1 \leq i \leq n-1$, le sommet but de e_i est le sommet origine de e_{i+1}.
Le sommet origine de e_1 est appelé origine du chemin, le sommet but de e_n est appelé but du chemin.
La longueur d'un chemin est égale au nombre d'arcs qui composent le chemin.

Exemple 4 (suite) :
$(A, B), (B, C)$ est un chemin d'origine A, de but C et de longueur 2.

Définition 16 :
Un circuit est un chemin dont l'origine et le but sont les mêmes.
La longueur d'un circuit est égale au nombre d'arcs qui le composent.
Un circuit est simple s'il ne contient pas deux fois le même arc.
Un circuit est élémentaire si deux arcs distincts du circuit n'ont pas la même origine.

Exemple 5 (suite) :
$(C, D), (D, C)$ est un circuit simple et élémentaire de longueur 2.

Propriété 8 : [6]
Un système trivial contient au moins un circuit de longueur impaire. De plus, tous les arguments d'un système trivial sont attaqués.

Propriété 9 : [6]
Un système d'argumentation sans circuit possède une et une seule extension préférée, qui est aussi basique et stable.

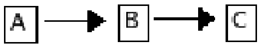
Propriété 10 : [6]
Un système ne contenant pas de circuit de longueur impaire est cohérent.

Propriété 11 : [6]
Un système qui ne possède pas d'extension stable contient au moins un circuit impair.

La défense et l'attaque individuelle peuvent maintenant être décrites en termes de chemin [5] :

Propriété 12 :
Soit <A, R > un système d'argumentation, A et B des arguments de A.
A défend individuellement B s'il existe un chemin d'origine A et de but B de longueur paire.
A attaque individuellement B s'il existe un chemin d'origine A et de but B de longueur impaire.

Exemple 4 (suite) :



B attaque C et A défend C (contre B).

Par la suite, nous travaillerons uniquement sur des graphes connexes, excluant ainsi le cas des systèmes d'argumentation avec des arguments isolés (qui compromettraient la pertinence des résultats).

2.2. La révision

Une base de connaissances BC regroupe l'ensemble des formules d'un langage L représentant les informations dont on dispose. Lorsqu'une nouvelle information est apportée, sous la forme d'une formule p, à la base BC, la nouvelle base BC $\cup$ {p} peut être inconsistante ; on peut donc, sous l'inférence classique, en déduire une formule et son contraire.

Exemple 8 :
Soit la base BC = $\{a, a \rightarrow o, o \rightarrow v\}$ et p = $a \rightarrow \neg v$.
BC $\cup$ {p} est inconsistante ; on peut déduire v et $\neg v$.

C'est pour éviter cela qu'il faut construire une base de connaissances qui sera consistante et qui intégrera la nouvelle information, supposée plus fiable. Mais comment choisir la ou les formule(s) à éliminer de BC pour rendre la nouvelle base consistante ?

Exemple 8 (suite) :
On peut éliminer la formule a de BC ; $\{a \rightarrow \neg v, a \rightarrow o, o \rightarrow v\}$ est consistant,
on peut aussi enlever $a \rightarrow o$; $\{a \rightarrow \neg v, a, o \rightarrow v\}$ est consistant,
ou encore $o \rightarrow v$; $\{a \rightarrow \neg v, a, a \rightarrow o\}$ est aussi consistant.

Ce choix doit être guidé par un souci de minimalité du changement. La révision doit conserver un maximum de connaissances de l'ancienne base.

La révision selon AGM

Alchourrón, Gärdenfors et Makinson [1] ont codifié, entre autres, ces trois principes (consistance de la nouvelle base, changement minimal, priorité de la nouvelle information), sous forme de postulats. Pour définir la révision d'une base de connaissances BC par une formule p, on utilise l'ensemble fermé K, ensemble des formules classiquement déduites de BC ($K = Th\ (BC)$). Les postulats décrivent les propriétés que vérifie $K * p$.

Un opérateur de révision * doit vérifier les propriétés suivantes :

K* 1 $K * p = Th\ (K * p)$.
K* 2 $p \in K * p$.
K* 3 $K * p \subseteq Th\ (K \cup \{p\})$.
K* 4 Si $\neg p \notin K$, alors $Th\ (K \cup \{p\}) \subseteq K * p$.
K* 5 $\perp \in K * p$ si et seulement si $p \leftrightarrow \perp$.
K * 6 Si $p \leftrightarrow q$, alors $K * p = K * q$.
K* 7 $K * (p \wedge q) \subseteq Th\ (K * p \cup \{q\})$.
K* 8 Si $\neg q \notin K * p$, alors $Th\ (K * p \cup \{q\}) \subseteq K * (p \wedge q)$.

K* 1 s'assure que le résultat de la révision est bien un ensemble déductivement clos, comme l'était l'ensemble de départ.
K* 2 implique l'appartenance de la nouvelle information à la base après révision.
K* 3 implique que l'on ne peut incorporer à l'ensemble révisé d'autres informations que celles logiquement dérivées de K et de la nouvelle information.
K* 4, avec **K* 3**, signifie que lorsque la nouvelle information n'est pas contradictoire avec l'ancienne base, alors la révision se résume à ajouter simplement cette information à la base.
K* 5 exprime le fait que l'ensemble obtenu est inconsistant si et seulement si la nouvelle information est inconsistante.
K* 6 dit que le résultat de la révision ne dépend pas de la syntaxe de la nouvelle information.

Les six premiers postulats sont les postulats de base pour les opérateurs de révision. Les deux derniers postulats expriment la minimalité du changement.

K* 7 implique que la révision par une conjonction $p \wedge q$ ne contient pas d'autres informations que celles qui résultent logiquement de q et de la révision de K par p.
K* 8 signifie que, lorsque c'est possible, on conserve dans la nouvelle base $K * (p \wedge q)$, toutes les informations résultant logiquement de q et de $K * p$.

Remarque :
Nous limiterons notre étude de la révision au second postulat (dans le chapitre 3). Les caractéristiques de la révision décrites par les autres postulats ne seront pas abordées.

3. Argumentation et révision

Dans ce chapitre, ainsi que dans le suivant, nous nous placerons dans le cadre abstrait de Dung. Nous travaillerons à partir d'arguments et d'interactions, sans pour autant nous soucier du contenu de l'argument ni de la cause de l'interaction.

3.1. La révision en argumentation

La révision en argumentation consiste, à partir d'un graphe représentant un système d'argumentation pouvant posséder des extensions, à rajouter de nouveaux arguments et/ou de nouvelles interactions entre les arguments. Ceci conduisant à de nouvelles extensions pouvant accepter de nouveaux arguments.

Dans tout ce qui suit, nous limiterons la révision à l'ajout d'un seul argument et d'une seule interaction entre cet argument et un argument du graphe.

La révision consiste donc, à partir d'un graphe initial G, possédant un ensemble (qui peut être vide) d'extensions ξ, à ajouter un argument Z et un arc entre Z et X ou entre X et Z (X étant un argument du graphe). La révision construit donc un nouveau graphe G' possédant un ensemble (pouvant aussi être vide) d'extensions ξ'.

$$(G, \xi) \quad \underset{(Z,\, X) \text{ ou } (X,\, Z)}{\overset{\text{révision par } Z}{\longrightarrow}} \quad (G', \xi')$$

Définition 17 :
On définit une opération de révision Θ qui, appliquée à un graphe initial G, une sémantique s, un nouvel argument Z et une interaction u ((Z, X) si Z attaque X ou (X, Z) si Z est attaqué par X, X étant un argument du graphe G), calcule l'ensemble des extensions ξ', sous la sémantique donnée, du nouveau graphe G' obtenu après ajout de Z et de l'interaction u dans le graphe initial.

$$\Theta\ (Z, \mathrm{u}, G, \mathrm{s}) = \xi'$$

Remarque (qui nous sera utile dans tout ce qui suit) :
Dans la mesure où la révision ne se fait qu'avec un seul argument et une seule interaction...
– si l'interaction est de type (Z, X) alors Z n'est pas attaqué,
– si l'interaction est de type (X, Z) alors Z n'attaque aucun argument du graphe,
– la révision ne crée pas de circuit.

3.2. La révision “ classique ” en argumentation

La révision d'une base de connaissances consiste à changer ses croyances, de façon minimale, pour prendre en compte une nouvelle information, étant considérée comme “ prioritaire ” (respect du postulat 2 donné en section 2.2).
Or la révision définie ci-dessus n'assure en rien l'acceptation de l'argument que l'on ajoute dans les extensions du nouveau graphe.

Nous souhaitons donc définir une révision “ classique ” en argumentation de telle sorte que la révision d'un graphe par un nouvel argument conduise à l'acceptation de cet argument dans toutes les extensions produites.

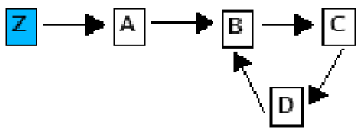
Définition 18 :
La révision Θ est dite “ classique ” si et seulement si Z appartient à toutes les extensions de G'.

3.2.1. . . . sous la sémantique basique

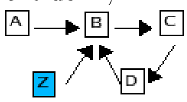
Dans ce paragraphe, E désignera l'extension basique du graphe initial G et E' l'extension basique du graphe après révision G'.

Théorème 1 :
Si l'interaction est de type (Z, X),
alors, la révision est classique.

Exemples :



$E = \{A, C\}$, Z attaque un argument de E, $E' = \{Z\}$.

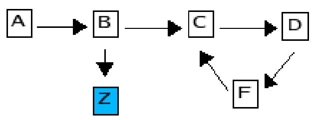


$E = \{A, C\}$, Z attaque un argument rejeté de E, $E' = \{Z, A, C\}$.

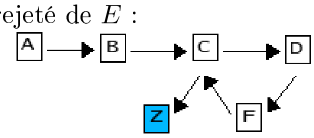
Preuve :
E', l'extension basique du nouveau graphe, est le plus petit point fixe de la fonction $\mathcal{F}$, appliquée à G' (i.e. $E' = \mathcal{F}\ (E')$). Z n'étant pas attaqué, il appartient à $\mathcal{F}\ (E')$ et donc à l'extension basique [cf. propriété 6].

Théorème 2 :
Si l'interaction est de type (X, Z), X attaqué par un argument de E,
alors, la révision est classique.

Exemple :



$E = \{A\}$, $E' = \{Z, A\}$.
Il ne suffit pas que X soit rejeté de E :



en effet, C est rejeté de l'extension, mais Z n'appartient pas pour autant à l'extension basique.

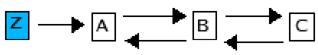
Preuve :

G possède une extension non vide (E contient au moins l'argument qui attaque X). L'ajout de Z ne peut pas détruire l'extension et ne peut entraîner le rejet d'argument appartenant à E (car Z est seulement attaqué et pas attaquant). X étant attaqué par un argument de E, Z est défendu par ce même argument. Z appartient donc à E'.

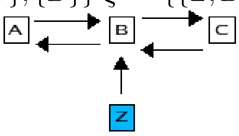
3.2.2. . . . sous la sémantique préférée

Théorème 3 :
Si l'interaction est de type (Z, X),
alors, la révision est classique.

Exemples :



$\xi = \{\{A, C\}, \{B\}\}$ $\xi' = \{\{Z, B\}, \{Z, C\}\}$.

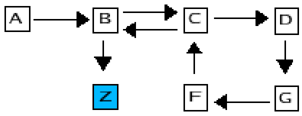


$\xi = \{\{A, C, \{B\}\}$ $\xi' = \{\{Z, A, C\}\}$

Preuve :
Z attaque X, Z n'est donc pas attaqué. De plus, un argument qui n'est pas attaqué appartient à toutes les extensions préférées [cf. propriété 2], Z appartient donc à toutes les extensions de G'.

Théorème 4 :
Si l'interaction est de type (X, Z), X étant attaqué par un argument appartenant à toutes les extensions de G,
alors, la révision est classique.

Exemple :



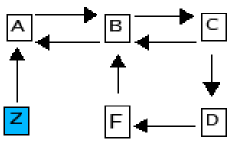
$\xi = \{\{A, C, G\}, \{A, D, F\}\}$ $\xi' = \{\{Z, A, C, G\}, \{Z, A, D, F\}\}$

Preuve (par l'absurde) :
Soit E'_i les éléments de ξ'.
Pour chaque E'_i si Z n'appartient pas à E'_i alors E'_i est une extension de G. Comme $E'_i \cup \{Z\}$ est sans conflit et E'_i défend Z alors (résultat prouvé dans [6]), $E'_i \cup \{Z\}$ est admissible, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse selon laquelle E'_i une extension de G', Z appartient donc à toutes les E'_i.

3.2.3. . . . sous la sémantique stable

Théorème 5 :
Si l'interaction est de type $(Z,\, X)$, sur un graphe sans circuit impair,
alors, la révision est classique.

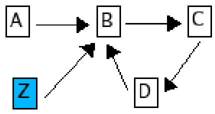
Exemple :



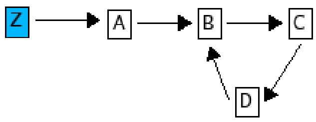
$\xi = \{\{A, C, F\}, \{B, D\}\}$ $\xi' = \{\{Z, C, F\}, \{Z.B, D\}\}$.

La condition sous laquelle le graphe ne doit pas contenir de circuit impair assure l'existence d'au moins une extension après l'ajout de Z. C'est une condition suffisante mais pas nécessaire.

Exemple :



$\xi = \{\{A, C\}\}$ $\xi' = \{\{Z, A, C\}\}$

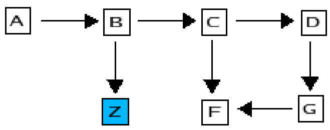


$\xi = \{\{A, C\}\}$, et après révision, il n'y a plus d'extension stable.

Preuve :
Un graphe sans circuit impair admet au moins une extension stable [cf. propriété 11]. L'ajout de Z ne pouvant créer de circuits impairs, il ne peut donc pas conduire à un graphe n'admettant aucune extension stable. Comme Z n'est pas attaqué, il appartient donc à toutes les extensions stables de G' [cf. propriété 5]. La révision est donc classique.

Théorème 6 :
Si l'interaction est de type $(X,\, Z)$, X étant rejeté de toutes les extensions de G et G possédant au moins une extension stable,
alors, la révision est classique.

Exemple :



$\xi = \{\{A, C, G\}, \{A, D, F\}\}$ $\xi' = \{\{Z, A, C, G\}, \{Z, A, D, F\}\}$.

Preuve (par l'absurde) :

Soit E_i les éléments de ξ et E'_i les éléments de ξ'.
Pour chaque E'_i, si Z n'appartient pas à E'_i alors E'_i attaque Z et E'_i est une extension stable de G. Il existe donc un argument X appartenant à E_i qui attaque Z ce qui contredit l'hypothèse selon laquelle X est rejeté de toutes les extensions de G. Z appartient donc à toutes les E'_i.

Comme nous l'avons dit précédemment, la révision d'un graphe par un argument (et une interaction) ne conduit pas toujours à l'acceptation de cet argument. La révision classique ne couvre donc qu'une partie de la révision en argumentation.

4. Autres types de révision en argumentation

4.1. Situations potentielles

Nous allons donc définir différentes révisions, dans lesquelles l'argument que l'on ajoute au graphe n'est plus " prioritaire " par rapport aux autres arguments. Ceci n'excluant pas que certaines de ces révisions soient des révisions classiques. Nous les différencierons en fonction des modifications qu'elles apportent aux extensions du graphe. Le tableau ci-dessous regroupe les différents cas possibles.

<table>
<tr><th>G'
G</th><th>$\xi' = \varnothing$</th><th>$\xi' = \{\{\}\}$</th><th>$\xi' = \{E'_1\}$</th><th>$\xi' = \{E'_1, \ldots, E'_p\}$
$p \geq 2$</th></tr>
<tr><td>$\xi = \varnothing$</td><td>muette</td><td>#1</td><td rowspan="2">décisive</td><td rowspan="2">équivo-expansive</td></tr>
<tr><td>$\xi = \{\{\}\}$</td><td>#2</td><td>muette</td></tr>
<tr><td>$\xi = \{E_1\}$</td><td rowspan="2">destructrice</td><td>#3</td><td>muette
expansive
mutante
radicale</td><td>équivoque</td></tr>
<tr><td>$\xi = \{E_1, \ldots, E_n\}$,
$n \geq 2$</td><td>#4</td><td>décisive</td><td>$n < p$: équivoque
$n > p$: sélective
$n = p$: muette
expansive
mutante
autres *</td></tr>
</table>

Avec $E_i \neq \varnothing$ et $E'_i \neq \varnothing$.
Dans chaque case se trouve le nom de la révision correspondant à la situation ; les #i désignant des situations qui sont impossibles (ce que nous démontrerons en section 4.3).
* : les révisions que nous allons définir ne couvrent pas toutes les situations possibles (il existe donc d'autres types de révisions que nous n'étudierons pas ici).

4.2. Les différentes révisions

Dans cette section et dans les suivantes, nous utiliserons lors des preuves des lemmes énoncés en annexe.

4.2.1. La révision décisive

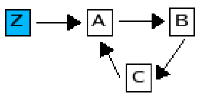
Nous l'avons qualifiée ainsi car elle rend possible une prise de décision. D'une situation dans laquelle on ne peut rien conclure ou dans laquelle plusieurs choix sont possibles, la révision nous conduit à une situation où un seul ensemble d'arguments est acceptable.

Définition 19 :
La révision Θ est dite “ décisive ” si et seulement si appliquée à G, ne possédant aucune extension, une extension vide ou plusieurs extensions ($\xi = \varnothing$, $\xi = \{\{\}\}$ ou $\xi = \{E_1, \ldots, E_n\}$ et $n \geq 2$), elle conduit à G' possédant une (et une seule) extension non vide ($\xi' = \{E'_1\}$, E'_1 non vide).

Propriété 13 :
La révision décisive est classique.
Si une révision est décisive alors l'interaction est de type (Z, X).

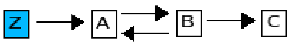
Preuve :
– $\xi = \varnothing$ et $\xi' = \{E'_1\}$ (sous la sémantique stable) :
La révision crée une extension, ce qui est impossible si l'on ajoute un argument attaqué [cf. lemme 4] ; l'interaction est donc de type (Z, X). De plus, un argument non attaqué appartient à toutes les extensions stables [cf. propriété 5]. Z appartient donc à l'extension stable créée. La révision est donc classique.
– $\xi = \{\{\}\}$ et $\xi' = \{E'_1\}$ (sous la sémantique basique et préférée) :
Si $\xi = \{\{\}\}$ et l'interaction est de type (X, Z) alors $\xi' = \{\{\}\}$ [cf. lemme 5] ; l'interaction est donc de type (Z, X). Z est donc non attaqué et appartient à l'extension (basique ou préférée) [cf. propriétés 6 et 2]. La révision est donc classique.
– $\xi = \{E_1, \ldots, E_n\}$ et $\xi' = \{E'_1\}$ (sous la sémantique stable ou préférée) :
La révision “ supprime ” des extensions, ce qui est impossible si on ajoute un argument attaqué [cf. lemme 7]. L'interaction est donc de type (Z, X). Z n'étant pas attaqué, il appartient à l'extension restante (stable ou préférée) [cf. propriétés 5 et 2]. La révision est donc classique.

Exemples :
1) sous la sémantique stable



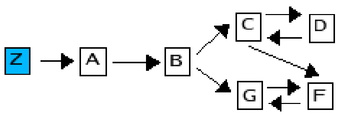
$$\xi = \varnothing,\ \xi' = \{\{Z, B\}\}.$$

2) sous la sémantique basique



$$\xi = \{\{\}\},\ \xi' = \{\{Z, B\}\}.$$

3) sous la sémantique préférée



$$\xi = \{\{A, C, G\}, \{A, D, G\}, \{A, D, F\}\},\ \xi' = \{\{Z, B, D, F\}\}.$$

4.2.2. La révision équivoque

Une révision est équivoque dans le sens où elle amène, voire renforce, le doute en multipliant les extensions. Cette multiplicité des extensions est ainsi vue comme une possibilité de choix (ce qui peut être une propriété positive ou négative).

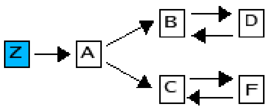
Définition 20 :
La révision Θ est dite " équivoque " si et seulement si G' possède plus d'extensions que G, G possédant au moins une extension non vide ($card\ (\xi') > card\ (\xi)$ et $\exists\ E \in \xi$ telle que $E \neq \varnothing$).

Remarque :
Tout graphe a une et une seule extension basique. Une telle révision n'existe donc pas sous la sémantique basique.

Propriété 14 :
La révision équivoque est classique.
Si une révision est équivoque alors l'interaction est de type (Z, X).

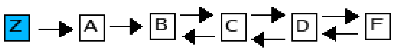
Preuve :
La révision équivoque crée des extensions, l'interaction est donc de type (Z, X) (car on ne peut pas créer d'extension en ajoutant un argument attaqué [cf. Lemme 7]). Z n'est pas attaqué, il appartient donc à toutes les extensions (stables ou préférées) [cf. propriétés 5 et 2]. La révision est donc classique.

Exemples :
1) sous la sémantique préférée (et stable)



$$\xi = \{A, D, F\}\}, \xi' = \{\{Z, B, C\}, \{Z, B, F\}, \{Z, D, C\}, \{Z, D, F\}\}.$$

2) sous la sémantique stable (et préférée)



$$\xi = \{\{A, C, F\}, \{A, D\}\}, \xi' = \{\{Z, B, D, \{Z, B, F\}, \{Z, C, F\}\}.$$

4.2.3. La révision équivo-expansive

La révision que nous allons définir est considérée comme équivoque parce qu'elle propose plusieurs choix. Elle peut aussi être considérée comme expansive dans la mesure où elle amène de l'information alors qu'il n'y en avait pas précédemment.

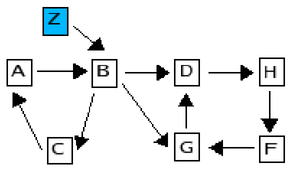
Définition 21 :
La révision Θ est dite " équivo-expansive " si et seulement si appliquée à G, ne possédant aucune extension ou une extension vide ($\xi = \varnothing$ ou $\xi = \{\{\}\}$), elle conduit à G' possédant plusieurs extensions ($\xi' = \{E'_1, \ldots, E'_n\}$ et $n \geq 2$).

Remarque :
Comme la révision précédente, cette révision n'existe pas sous la sémantique basique.

Propriété 15 :
La révision équivo-expansive est classique.
Si une révision est équivo-expansive alors l'interaction est de type (Z, X).

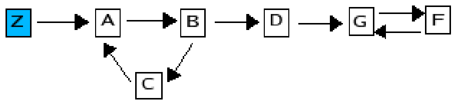
Preuve :
Comme la révision équivoque, la révision équivo-expansive crée des extensions, l'interaction est donc de type (Z, X) [cf. lemme 7] et Z appartient à toutes les extensions de G' [cf. propriétés 5 et 2]. La révision est donc classique.

Exemples :
1) sous la sémantique préférée



$$\xi = \{\{\}\},\ \xi' = \{\{Z, C, D, F\}, \{Z, C, H, G\}\}.$$

2) sous la sémantique stable



$$\xi = \varnothing,\ \xi' = \{\{Z, B, F\}, \{Z, B, G\}\}.$$

4.2.4. La révision destructrice

Comme l'indique son nom, la révision destructrice détruit les ensembles d'arguments acceptables existant précédemment. De plus, elle n'en crée pas et nous laisse donc dans une impasse décisionnelle.

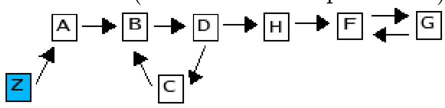
Définition 22 :
La révision Θ est dite " destructrice " si et seulement si G' ne possède pas d'extension alors que G en possédait au moins une.

Cette définition n'a de sens que sous la **sémantique stable**. En effet il n'y a qu'avec cette sémantique qu'un graphe peut ne pas posséder d'extension.
De plus, la révision destructrice n'est pas classique dans la mesure où, après révision, il n'y a plus d'extension.

Remarque :
Nous aurions aussi pu considérer comme destructrice la révision qui, d'un graphe G possédant (au moins) une extension non vide, nous conduit à un graphe G' possédant une extension vide (ce qui n'est possible que sous la sémantique basique ou préférée). Mais ce cas de figure n'est pas possible. En effet, si on ajoute un argument attaquant, il y aura toujours au moins une extension non vide. Et si on

ajoute un argument attaqué, il ne peut qu'étendre les extensions existantes et en aucun cas les supprimer.

Exemple de révision destructrice (sous la sémantique stable) :



$\xi = \{\{A, D, F\}, \{A, D, G\}\}$, après révision, il n'y a plus d'extension stable.

4.2.5. La révision sélective

La révision est dite sélective dans la mesure où, partant d'une situation où plusieurs choix sont possibles, elle restreint le nombre de possibilités mais sans pour autant en arriver à un seul choix (sinon elle serait décisive).

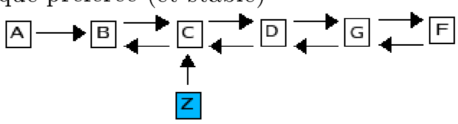
Définition 23 :
La révision Θ est dite " sélective " si et seulement si G' possède moins d'extensions que G, mais en possède au moins deux ($1 < card\ (\xi') < card\ (\xi)$).

Remarque :
Comme pour les révisions équivoque et équivo-expansive, une telle révision n'existe pas sous la sémantique basique.

Propriété 16 :
La révision sélective est classique.
Si une révision est sélective alors l'interaction est de type (Z, X).

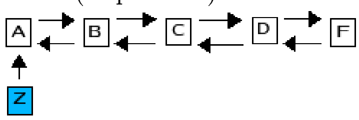
Preuve :
La révision sélective " supprime " des extensions, l'interaction est donc de type (Z, X) [cf. lemme 7]. Z est non attaqué et appartient donc à toutes les extensions de G' [cf. propriétés 5 et 2]. La révision est classique.

Exemples :
1) sous la sémantique préférée (et stable)



$\xi = \{\{A, C, G\}, \{A, D, F\}, \{A, C, F\}\}$, $\xi' = \{\{Z, A, G\}, \{Z, A, D, F\}\}$.

2) sous la sémantique stable (et préférée)



$\xi = \{\{A, C, F\}, \{A, D\}, \{B, D\}, \{B, F\}\}$, $\xi' = \{\{Z, C, F\}, \{Z, B, D\}, \{Z, B, F\}\}$.

Les révisions que nous allons définir maintenant n'agissent pas sur le nombre d'extensions, comme les précédentes, mais sur leur contenu.

4.2.6. La révision expansive

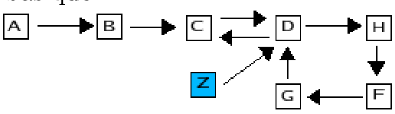
La révision est dite expansive dans le sens où elle ne fait que « compléter » les extensions déjà existantes du graphe initial.

Définition 24 :
La révision Θ est dite « expansive » si et seulement si G et G' ont le même nombre d'extensions et chaque extension de G' inclut (strictement) une extension de G.

Propriété 17 :
La révision expansive est classique.

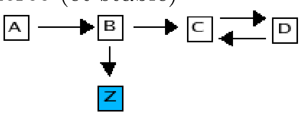
Preuve :
– si l'interaction est de type (Z, X) :
D'après le lemme 1, Z appartient à toutes les extensions de G' ; la révision est donc classique.
– si l'interaction est de type (X, Z) :
D'après le lemme 6, $\forall i$, soit $E'_i = E_i$, soit $E'_i = E_i \cup \{Z\}$. Comme la révision est expansive, $E'_i = E_i \cup \{Z\}$; la révision est donc classique.

Exemples :
1) sous la sémantique basique



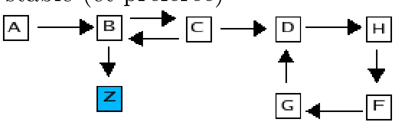
$$\xi = \{\{A\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C, H, G\}\}.$$

2) sous la sémantique préférée (et stable)



$$\xi = \{\{A, C\}, \{A, D\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C\}, \{Z, A, D\}\}.$$

3) sous la sémantique stable (et préférée)



$$\xi = \{\{A, C, H, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C, H, G\}\}.$$

4.2.7. La révision mutante

Nous avons nommé ainsi la révision qui modifie les ensembles d'arguments acceptables. Elle conserve leur nombre mais en modifie le contenu sans pour autant le changer du tout au tout.

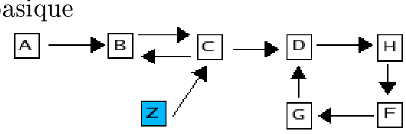
Remarque :
La révision par laquelle pour chaque E'_i de ξ', il existe E_i de ξ telle que $E'_i \subset E_i$ n'existe pas ($card\ (\xi') = card\ (\xi)$ et $card\ (\xi) \neq 0$). En effet :
– si l'interaction est de type $(Z,\, X)$,
  – soit Z appartient à toutes les E'_i et donc $E'_i \not\subset E_i$,
  – soit il n'y a plus d'extension (cas de la sémantique stable),
– si l'interaction est de type $(X,\, Z)$,
  – soit X appartient à E_i et donc $E'_i = E_i$,
  – soit X attaqué par un argument de E_i, alors Z appartient à E'_i et $E'_i \not\subset E_i$,
  – soit X rejeté de E_i (sans être attaqué par un argument de E_i), dans ce cas $E'_i = E_i$.

Définition 25 :
La révision Θ est dite " mutante " si et seulement si G et G' ont le même nombre non nul d'extensions et pour chaque E'_i de ξ', il existe E_i de ξ telle que $E_i \cap E'_i \neq \varnothing$ et $E_i \not\subset E'_i$.

Propriété 18 :
La révision mutante est classique.
Si une révision est mutante alors l'interaction est de type $(Z,\, X)$.

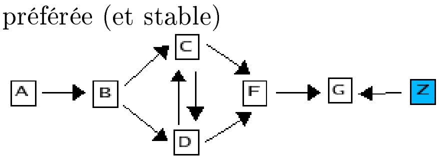
Preuve :
D'après le lemme 6, si l'interaction est de type (X, Z), $E'_i = E_i$ ou bien $E'_i = E_i \cup \{Z\}$ et donc $E_i \subset E'_i$. L'interaction est donc de type $(Z,\, X)$ et la révision est classique [cf. lemme 1].

Exemples :
1) sous la sémantique basique



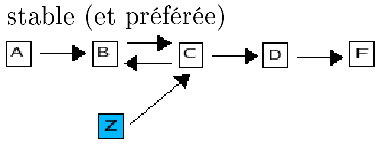
$$\xi = \{\{A, C, H, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, A\}\}.$$

2) sous la sémantique préférée (et stable)



$$\xi = \{\{A, C, G\}, \{A, D, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C\}, \{Z, A, D\}\}.$$

3) sous la sémantique stable (et préférée)



$$\xi = \{\{A, C, F\}\},\ \xi' = \{Z, A, D\}\}.$$

4.2.8. La révision radicale

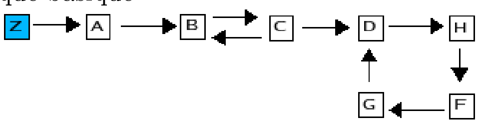
La révision radicale bouleverse toutes les croyances que l'on avait vis-à-vis de l'acceptabilité des arguments. Elle rejette tous les arguments qui étaient acceptés précédemment et en accepte au moins un autre qui était rejeté.

Définition 26 :
La révision Θ est dite " radicale " si et seulement si $\xi = \{E\}$, $\xi' = \{E'\}$, $E \cap E' = \varnothing$ et E et E' sont non vides.

Propriété 19 :
La révision radicale est classique.
Si une révision est radicale alors l'interaction est de type $(Z,\ X)$.

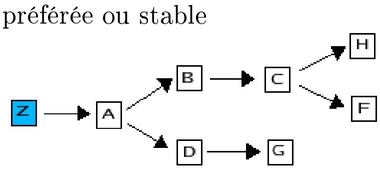
Preuve :
D'après le lemme 6, si l'interaction est de type $(X,\ Z)$, l'extension de G' est soit E soit $E \cup \{Z\}$. Dans ce cas, $E \cap E' \neq \varnothing$; l'interaction est donc de type $(Z,\ X)$. Z étant non attaqué, il appartient à E' [cf. lemme 1]. La révision est classique.

Exemples :
1) sous la sémantique basique



$$\xi = \{\{A, C, H, G\}\},\ \xi' = \{\{Z\}\}.$$

2) sous la sémantique préférée ou stable



$$\xi = \{\{A, C, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, B, D, H, F\}\}.$$

4.2.9. La révision muette

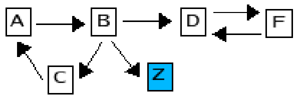
La révision muette, elle, n'agit ni sur le nombre d'extensions ni sur les extensions elles-mêmes. Elle ne modifie en rien les ensembles d'arguments acceptables.

Définition 27 :
La révision Θ est dite " muette " si et seulement si $\xi = \xi'$.

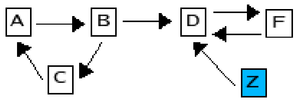
Remarque :
Par définition, la révision muette n'est pas classique.

Exemples :

1) sous la sémantique stable

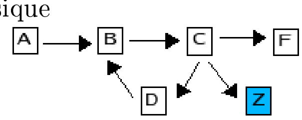


$$\xi = \varnothing, \xi' = \varnothing.$$



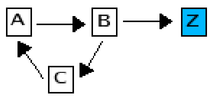
$$\xi = \varnothing, \xi' = \varnothing.$$

2) sous la sémantique basique

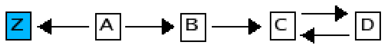


$$\xi = \{\{A, C\}\}, \xi' = \{\{A, C\}\}.$$

3) sous la sémantique préférée



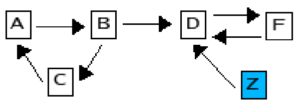
$$\xi = \{\{\}\}, \xi' = \{\{\}\}.$$



$$\xi = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}, \xi' = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}.$$

Propriété 20 :
Si l'interaction est de type (X, Z), la révision ne peut être que muette ou expansive (la réciproque est fausse).

Preuve :
Cette propriété découle des lemmes 4, 5, 6 et 7.
Sous la sémantique stable, une révision peut être muette même si l'interaction est de type (Z, X) :



$$\xi = \varnothing, \xi' = \varnothing.$$

D'où la non réciprocité de la propriété.

4.3. Les situations impossibles

4.3.1. Situations 1 et 2

($\xi = \varnothing$ et $\xi' = \{\{\}\}$) ou ($\xi = \{\{\}\}$ et $\xi' = \varnothing$) :
Il n'y a que sous la sémantique stable qu'un graphe peut ne pas posséder d'extension. Or, sous la sémantique stable, un graphe ne peut pas posséder d'extension vide. Quel que soit le type de l'interaction entre le nouvel argument Z et un argument du graphe, de telles situations sont donc impossibles, quelle que soit la sémantique.

4.3.2. Situation 3

$\xi = \{ E_1 \}$ et $\xi' = \{\{\}\}$:
Comme nous l'avons dit précédemment, sous la sémantique stable, un graphe ne peut pas posséder d'extension vide, cette situation n'est donc pas possible sous cette sémantique.
Sous la sémantique basique, étant donné que $\xi = \{ E_1 \}$, G contient au moins un argument W non attaqué. Si l'interaction est de type (X, Z), W est toujours non attaqué, G' possède donc toujours une extension non vide. Si l'interaction est de type (Z, X), Z est non attaqué, Z appartient à l'extension de G' qui n'est donc pas vide. Cette situation est donc aussi impossible pour la sémantique basique.
Sous la sémantique préférée, si l'interaction est de type (Z, X), Z n'est pas attaqué, il appartient à l'extension préférée (et peut même en créer de nouvelles), qui par conséquent, n'est pas vide. Si l'interaction est de type (X, Z), Z n'attaque pas les arguments qui appartiennent à E_1, ils appartiennent donc aussi à l'extension de G' qui n'est donc pas vide.
Cette situation est donc impossible sous les trois sémantiques que nous étudions.

4.3.3. Situation 4

$\xi = \{ E_1, \ldots, E_n \}$ avec $N \geq 2$ et $\xi' = \{\{\}\}$:
Cette situation ne pourrait être envisageable que sous la sémantique préférée (en effet, sous la sémantique basique un graphe ne possède qu'une et une seule extension, il ne peut donc pas en posséder plusieurs, et sous la sémantique stable, un graphe ne peut pas posséder d'extension vide). Étudions donc le cas de la sémantique préférée.
Si l'interaction est de type (Z, X), Z peut " détruire " des extensions (ou même en créer), mais il appartient à toutes les extensions de G' donc en aucun cas G' ne possède une extension vide. Si l'interaction est de type (X, Z), Z n'attaque pas les arguments des E_i, qui appartiennent donc à toutes les E'_i, qui ne sont donc pas vides.
Cette situation est donc, elle aussi, impossible.

4.4. Propriétés des différentes révisions

Dans ce paragraphe nous allons étudier les conditions qu'il faut réunir pour pouvoir rencontrer les différentes révisions définies selon les sémantiques.

4.4.1. . . . sous la sémantique basique

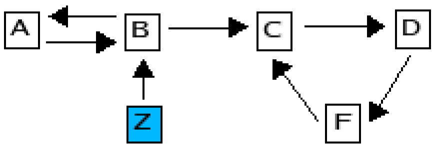
Comme nous l'avons dit précédemment, un graphe possède une et une seule extension basique. C'est pourquoi il ne peut y avoir de révision équivoque, équivo-expansive, sélective ou destructrice sous la sémantique basique.

Une extension basique est vide si et seulement si tous les arguments du graphe sont contrariés. Elle est non vide si au moins un argument du graphe n'est pas contrarié.
Dans ce paragraphe, E désignera l'extension basique du graphe initial G et E' l'extension basique du graphe après révision G'.

4.4.1.1. Révision par un argument attaquant

Théorème 7 :
Si l'interaction est de type (Z, X) et E est vide,
alors, la révision est décisive.

Exemple :

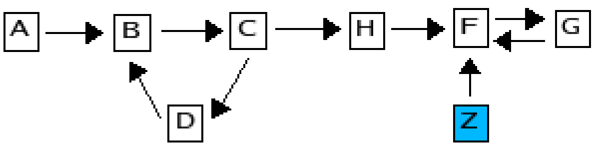


$E = \{\}, E' = \{Z, A\}$

Preuve :
L'extension basique du nouveau graphe G', E', est le plus petit point fixe de $\mathcal{F}'$, la fonction $\mathcal{F}$ appliquée à G' (i.e. $E' = \mathcal{F}'(E')$). Z n'étant pas attaqué, il appartient à $\mathcal{F}'(E')$ et donc à l'extension basique. G' possède donc une extension basique non vide.

Théorème 8 :
Si l'interaction est de type (Z, X), $X \notin E$ et E non vide,
alors, la révision est expansive.

Exemple :

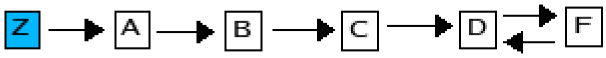


$E = \{A, C\}, E' = \{Z, A, C, G\}$

Preuve :
Soit Y un argument. Si $Y \in E$ c'est que Y est non attaqué ou que Y est défendu directement ou indirectement par un argument de E non attaqué [cf. propriété 6]. Après révision, comme $X \notin E$, les arguments qui appartiennent à E sont toujours soit non attaqués (ils appartiennent donc à E'), soit défendus par un argument non attaqué de E (et donc de E'), ils appartiennent donc aussi à E'. De plus, Z n'étant pas attaqué, il appartient à l'extension basique de G' [cf. propriété 6] ainsi que les arguments qu'il défend. On a donc $E \subset E'$.

Théorème 9 :
Si l'interaction est de type (Z, X),
alors, la révision est radicale si et seulement si X est le seul argument de G non attaqué.

Exemple :



$E = \{A, C, F\}, E' = \{Z, B\}$

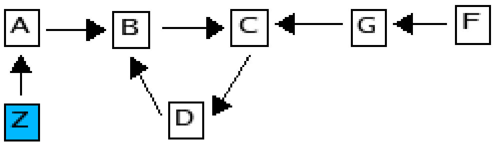
Preuve :

– X est le seul argument de G non attaqué $\Rightarrow$ révision radicale :
$\mathcal{F}(\varnothing) = \{X\}$ et $\mathcal{F}'(\varnothing) = \{Z\}$. Comme Z attaque X, X n'appartient pas à E' (E' $= \mathcal{F}'$ (E')) et comme il est le seul défenseur indirect des autres arguments de E, eux non plus n'appartiennent pas à E'. Aucun argument de E n'appartient donc à E'. De plus, Z appartient à l'extension basique de G' [cf. propriété 6] ainsi que les arguments qu'il défend. On a donc $E \cap E' = \varnothing$

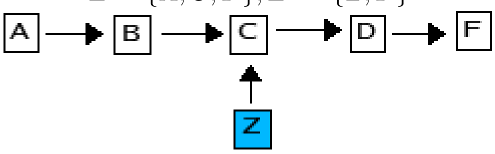
– révision radicale $\Rightarrow$ X est le seul argument de G non attaqué :
La révision est radicale donc tous les arguments qui appartiennent à E n'appartiennent pas à E'. Tous les arguments non attaqués de G sont donc attaqués dans G'. Comme on ne rajoute qu'une seule interaction à G, il ne peut y avoir qu'un seul argument non attaqué dans G qui est attaqué dans G' : c'est celui que Z attaque. X est donc le seul argument de G non attaqué.

Théorème 10 :
Si l'interaction est de type $(Z,\ X)$, $X \in E$ et
– soit X non attaqué dans G et $\exists Y \neq X$ non attaqué dans G,
– soit X attaqué dans G,
alors, la révision est mutante.

Exemples :



$E = \{A, C, F\}, E' = \{Z, F\}$



$E = \{A, C, F\}, E' = \{Z, A, D\}$

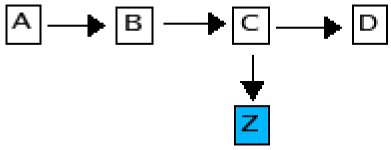
Preuve :
L'extension basique E est non vide. Il existe donc $X_0 \in E$, X_0 non attaqué. Par hypothèse sur X, on peut supposer que $X_0 \neq X$, Z n'attaque donc pas X_0. Donc E' contient à la fois Z et X_0 et donc $E \cap E' \neq \varnothing$. De plus Z attaque X, un argument de E. X n'est pas défendu contre Z (car Z n'est pas attaqué) donc il n'appartient pas à E' et donc $E \not\subset E'$.

4.4.1.2. Révision par un argument attaqué

Théorème 11 :
Si l'interaction est de type $(X,\ Z)$ et $X \in E$

alors, la révision est muette.

Exemple :

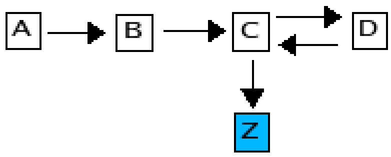


$$E = \{A, C\}, E' = \{A, C\}$$

Preuve :
Z étant attaqué, il n'attaque aucun argument de G, donc les arguments qui appartiennent à E, appartiennent à E'. Z est attaqué par un argument de E (et donc de E'), il est donc rejeté de E' donc $E = E'$.

Théorème 12 :
Si l'interaction est de type (X, Z), avec $X \notin E$ et E n'attaque pas X,
alors, la révision est muette.

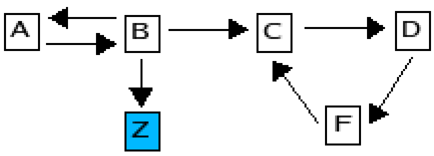
Exemple :



$$E = \{A\}, E' = \{A\}$$

Preuve :
Z étant attaqué, il n'attaque aucun argument de G, donc les arguments qui appartiennent à E, appartiennent à E'. X n'est pas attaqué par un argument de E donc Z n'est pas défendu, Z n'appartient donc pas à E' donc $E = E'$.

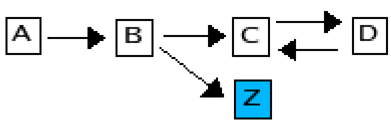
Remarque :
$E = \{\}$ est un cas particulier de cette situation :



$$E = \{\}, E' = \{\}$$

Théorème 13 :
Si l'interaction est de type (X, Z), avec $X \notin E$ et E attaque X,
alors, la révision est expansive et $E' = E \cup \{Z\}$.

Exemple :



$$E = \{A\}, E' = \{Z, A\}$$

Remarque :

Il ne suffit pas que X soit rejeté de E (voir l'exemple donné pour le théorème 12).

Preuve :
Z étant attaqué, il n'attaque aucun argument de G, donc les arguments qui appartiennent à E, appartiennent à E'. De plus X est attaqué par un argument de E (et donc de E') donc Z est défendu par E' et appartient donc à E' d'où $E \subset E'$ et $E' = E \cup \{Z\}$ [cf. lemme 6].

4.4.2. ... sous la sémantique stable

La particularité de cette sémantique est qu'un graphe peut ne pas posséder d'extension stable. Une condition nécessaire pour qu'un graphe ne possède pas d'extension stable est qu'il doit contenir (au moins) un circuit impair.

Propriété 21 :
Si un graphe G contient un circuit impair non attaqué (aucun argument du circuit n'est attaqué par un argument extérieur au circuit) ou bien un circuit impair attaqué (il existe un argument [extérieur au circuit] qui attaque un argument du circuit) et défendu (directement ou indirectement par un argument non attaqué) contre tous ses attaquants, alors G ne possède pas d'extension stable.

Preuve :
Voir en annexe.

Mais un graphe contenant un circuit impair peut posséder une (ou des) extension(s) stable(s). Cependant, formuler des conditions suffisantes pour qu'un graphe contenant un circuit impair possède une extension stable reste un problème ouvert[1].

Soit E_i les éléments de ξ et E'_i les éléments de ξ'.

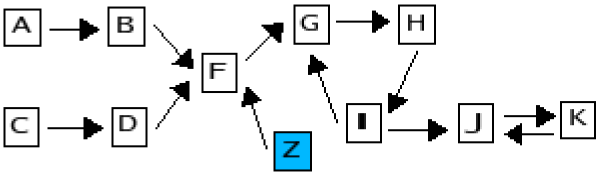
4.4.2.1. Révision par un argument attaquant

Théorème 14 :
Si l'interaction est de type (Z, X) et si G possède au moins une extension stable et contient au moins un circuit impair, X attaque un circuit impair de G et appartient à tous les chemins attaquant ce circuit impair,
alors, la révision est destructrice.

Remarque :
1) " X attaque un circuit " signifie que X attaque (directement ou indirectement) un argument de ce circuit auquel il n'appartient pas.
2) " X appartient à tous les chemins attaquant un circuit " signifie qu'il n'existe pas d'argument W, non attaqué, qui attaque indirectement un argument Y de ce circuit et tel que tout chemin de W à Y ne passe pas par X.

[1] Un graphe se résumant à un circuit impair et des arguments attaquant directement ce circuit possède une extension stable. Mais ce type de graphe ne représente qu'une minorité de systèmes d'argumentation tant les conditions sont restrictives.

Exemple :

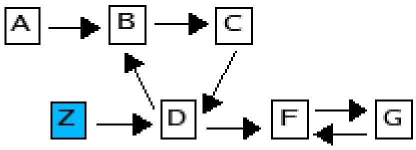


$$\xi = \{\{A, C, F, H, J\}, \{A, C, F, H, K\}\},\ \xi' = \varnothing.$$

Preuve :
X appartient à tous les chemins attaquant un circuit impair, Z défend donc ce circuit impair de toutes les attaques, aucun argument de ce circuit n'est donc acceptable ; G' ne possède donc pas d'extension stable.

Théorème 15 :
Si l'interaction est de type (Z, X), avec $\forall i \geq 1$, $X \notin E_i$,
alors, la révision est expansive et $\forall i$, $E_i' = E_i \cup \{Z\}$.

Exemple :



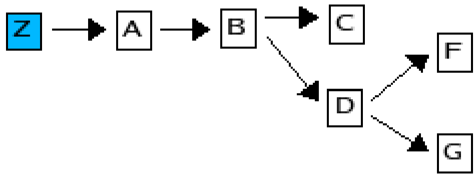
$$\xi = \{\{A, C, F\}, \{A, C, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C, F\}, \{Z, A, C, G\}\}.$$

Preuve :
$\forall i$, E_i est sans-conflit dans G. Comme Z attaque un argument rejeté de E_i, E_i est sans-conflit dans G' et surtout $E_i \cup \{Z\}$ est sans-conflit dans G'.
E_i attaque tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans G, E_i attaque donc tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans $G' \setminus \{Z\}$ et donc $E_i \cup \{Z\}$ attaque tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans G'.
$E_i \cup \{Z\}$ est donc une extension stable de G'.
Supposons qu'il existe une extension de G', E_j' telle que $E_j' \neq E_i \cup \{Z\}$.
$Z \in E_j'$ [cf. propriété 5]. X est attaqué par un argument de chaque E_i (car X est rejeté de toutes les E_i) donc Z, qui attaque X, ne défend pas de nouveaux arguments. Tous les arguments que Z défend étaient déjà défendus par les E_i ; il n'y a donc pas d'autres extensions que les $E_i \cup \{Z\}$.

Remarque :
Le théorème 8 peut aussi s'appliquer sous la sémantique stable, à la condition d'avoir un graphe sans circuit. C'est un cas particulier du théorème 15.

Théorème 16 :
Si l'interaction est de type (Z, X), G sans circuit,
alors, la révision est radicale si et seulement si X est le seul argument de G non attaqué.

Exemple :

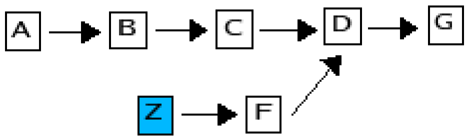


$\xi = \{\{A, C, D\}\}$, $\xi' = \{\{Z, B, F, G\}\}$.

Preuve :
Comme G ne contient pas de circuit, G' n'en contient pas non plus. L'extension stable E' de G' peut être calculée comme l'extension basique [cf. propriété 9]. On se retrouve dans le cas du Théorème 9 où la révision est radicale.

Théorème 17 :
Si l'interaction est de type (Z, X), G sans circuit (possédant donc une seule extension stable E [cf. propriété 9]), $X \in E$ et
– soit X non attaqué dans G et $\exists Y \neq X$ non attaqué dans G,
– soit X attaqué dans G,
alors, la révision est mutante.

Exemple :

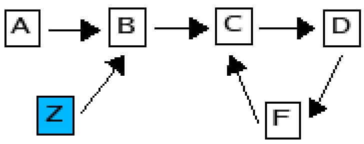


$\xi = \{\{A, C, F, G\}\}$, $\xi' = \{\{Z, A, C, G\}\}$.

Preuve :
Comme G ne contient pas de circuit, G' n'en contient pas non plus. C'est donc un système sans circuit, où l'extension stable E' de G' est basique. On se retrouve dans le cas du Théorème 10 où la révision est mutante.

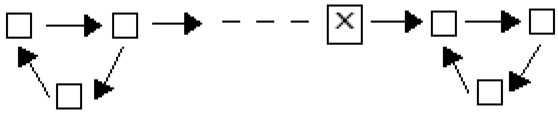
Théorème 18 :
Si l'interaction est de type (Z, X), $\xi = \varnothing$ et X attaque un circuit impair,
alors, la révision est muette.

Exemple :

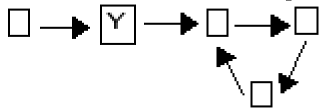


$\xi = \varnothing$, $\xi' = \varnothing$.

Preuve :
$\xi = \varnothing$ donc il existe un circuit impair qui est soit non attaqué soit défendu contre tous ses attaquants [cf. propriété 21].
S'il y a un circuit impair non attaqué, il y a forcément un autre circuit impair (car X attaque un circuit impair) :



Comme Z attaque X, le premier circuit impair reste non attaqué donc $\xi' = \varnothing$.
Si le circuit impair est défendu contre tous ses attaquants :

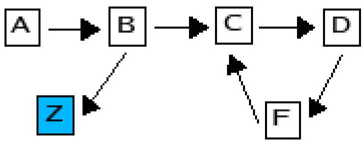


Soit $X = Y$ et si Z attaque X le circuit est toujours défendu.
Soit X attaque un autre circuit impair et le premier circuit demeure défendu ; donc $\xi' = \varnothing$.

4.4.2.2. Révision par un argument attaqué

Théorème 19 :
Si l'interaction est de type $(X,\ Z)$ et $\xi = \varnothing$,
alors, la révision est muette.

Exemple :

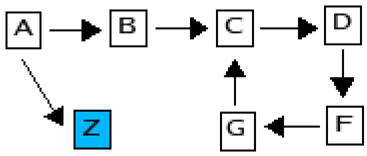


$$\xi = \varnothing,\ \xi' = \varnothing.$$

Preuve :
Ce résultat découle du lemme 4.

Théorème 20 :
Si l'interaction est de type $(X,\ Z)$ et $\forall i \geq 1,\ X \in E_i$,
alors, la révision est muette.

Exemple :



$$\xi = \{\{A, C, F\}, \{A, D, G\}\},\ \xi' = \{\{A, C, F\}, \{A, D, G\}\}.$$

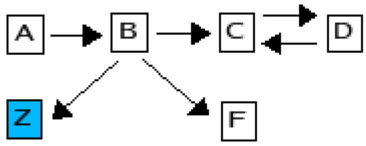
Preuve :
$\forall i \geq 1$, E_i reste sans-conflit dans G' et attaque tous les arguments qui ne lui appartiennent pas. Ce sont donc des extensions de G'.
D'après le lemme 7, la révision conserve le nombre d'extensions, il n'y a donc pas d'autres extensions que les E_i ; la révision est donc muette.

Remarque :

Le théorème 11 est aussi valable sous la sémantique stable, avec un graphe sans circuit. C'est un cas particulier du théorème 20.

Théorème 21 :
Si l'interaction est de type (X, Z) et $\forall i \geq 1$ $X \notin E_i$,
alors, la révision est expansive et $\forall i$ $E'_i = E_i \cup \{Z\}$.

Exemple :



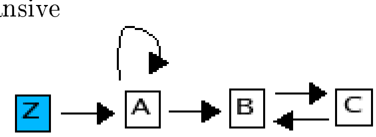
$$\xi = \{\{A, C, F\}, \{A, D, F\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, C, F\}, \{Z, A, D, F\}\}.$$

Preuve :
Le seul attaquant de Z est X et $X \notin E_i$, $E_i \cup \{Z\}$ est donc sans-conflit. De plus, E_i attaque tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans G, $E_i \cup \{Z\}$ attaque ces mêmes arguments et donc tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans G' ; c'est donc un élément de ξ'.
D'après le lemme 7, G' possède autant d'extensions que G. Les extensions de G' sont donc les $E_i \cup \{Z\}$.

Remarque :
Avec un graphe sans circuit, le théorème 13 est applicable sous la sémantique stable, mais c'est une situation prise en compte dans le théorème 21.

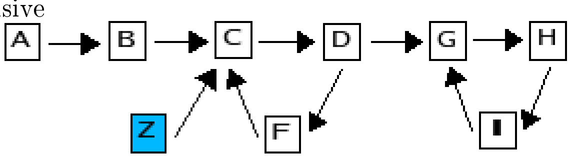
4.4.2.3. Mais aussi

Sous la sémantique stable, on peut aussi rencontrer d'autres révisions pour lesquelles nous n'avons pas trouvé de théorème de caractérisation :
– la révision équivo-expansive



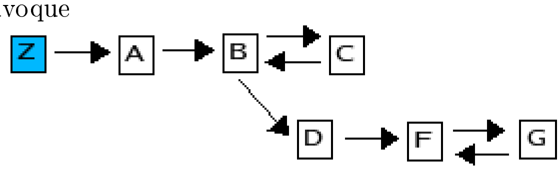
$$\xi = \varnothing,\ \xi' = \{\{Z, B\}, \{Z, C\}\}.$$

– la révision décisive



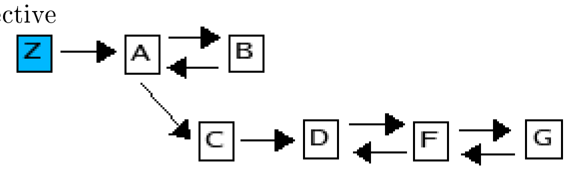
$$\xi = \varnothing,\ \xi' = \{\{Z, A, D, H\}\}.$$

– la révision équivoque



$$\xi = \{\{A, C, D, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, B, F\}, \{Z, B, G\}, \{Z, C, D, G\}\}.$$

– la révision sélective



$$\xi = \{\{A, D, G\}, \{A, F\}, \{B, C, F\}, \{B, C, G\}\},\ \xi' = \{\{Z, B, C, F\}, \{Z, B, C, G\}\}.$$

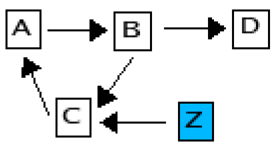
4.4.3. . . . sous la sémantique préférée

Soit E_i les éléments de ξ et E'_i les éléments de ξ'.

4.4.3.1. Révision par un argument attaquant

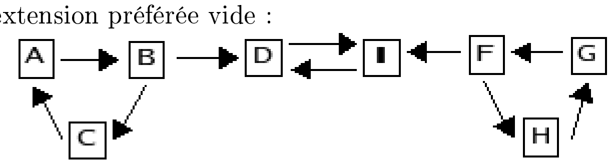
Théorème 22 :
Si l'interaction est de type $(Z,\ X)$, $\xi = \{\{\}\}$ et G ne contient pas de circuit pair, alors, la révision est décisive.

Exemple :

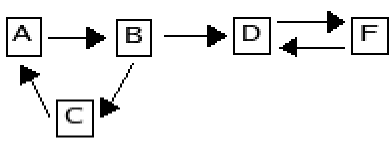


$$\xi = \{\{\}\},\ \xi' = \{\{Z, A, D\}\}.$$

Remarque :
Un graphe dont tous les arguments sont attaqués et contenant un circuit pair peut posséder une extension préférée vide :

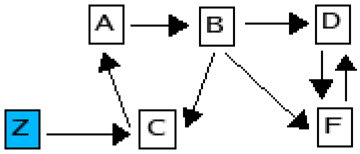


mais en général, de tels graphes possèdent (au moins) une extension préférée non vide :



$$\xi = \{\{F\}\}.$$

De plus, si le graphe contient un (ou des) circuit(s) pair(s), la révision peut conduire à un graphe possédant plusieurs extensions ; ce serait alors une révision équivo-expansive :



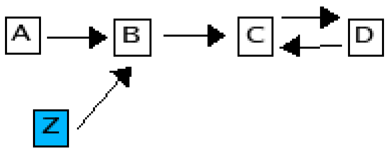
$$\xi = \{\{\}\}, \xi' = \{\{Z, A, D\}, \{Z, A, F\}\}.$$

C'est pourquoi nous nous limiterons aux graphes sans circuit pair.

Preuve :
L'interaction est de type $(Z,\ X)$, Z n'est donc pas attaqué ; il appartient donc à toutes les extensions préférées [cf. propriété 2]. De plus, G ne contient pas de circuit pair, G' n'en contient donc pas non plus. G' possède donc une seule extension préférée, qui n'est pas vide puisqu'elle contient au moins Z.

Théorème 23 :
Si l'interaction est de type $(Z,\ X)$, $\forall i \geq 1$, $X \notin E_i$ et G ne contient pas de circuit impair,
alors, la révision est expansive et $\forall i$, $E'_i = E_i \cup \{Z\}$.

Exemple :



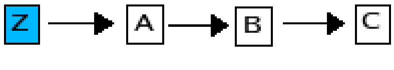
$$\xi = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}, \xi' = \{\{Z, A, C\}, \{Z, A, D\}\}.$$

Preuve :
G ne contient pas de circuit impair, le système est donc cohérent [cf. Définition 11]. Les extensions préférées sont stables. On retrouve le cas du théorème 15 où $\forall i$, $E'_i = E_i \cup \{Z\}$.

Remarque :
Le théorème 8 peut aussi s'appliquer sous la sémantique préférée, à la condition d'avoir un graphe sans circuit. C'est un cas particulier du théorème 23.

Théorème 24 :
Si l'interaction est de type $(Z,\ X)$ et G sans circuit,
alors, la révision est radicale si et seulement si X est le seul argument de G non attaqué.

Exemple :

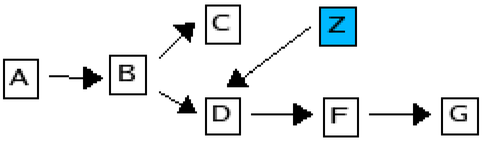


$$\xi = \{\{A, C\}\}, \xi' = \{\{Z, B\}\}.$$

Preuve :
Comme G ne contient pas de circuit, G' n'en contient pas non plus. G' possède donc une seule extension préférée E' qui peut être calculée comme l'extension basique [cf. propriété 9]. On se retrouve dans le cas du Théorème 9.

Théorème 25 :
Si l'interaction est de type (Z, X), G sans circuit (possédant donc une seule extension préférée E [cf. propriété 9]), $X \in E$ et
– soit X non attaqué dans G et $\exists Y \neq X$ non attaqué dans G,
– soit X attaqué dans G,
alors, la révision est mutante.

Exemple :



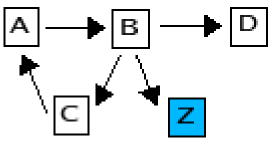
$$\xi = \{\{A, C, D, G\}\}, \xi' = \{\{Z, A, C, F\}\}.$$

Preuve :
Comme G ne contient pas de circuit, G' n'en contient pas non plus. C'est donc un système sans circuit, où l'extension préférée E' de G' est basique. On se retrouve dans le cas du Théorème 10 où la révision est mutante.

4.4.3.2. Révision par un argument attaqué

Théorème 26 :
Si l'interaction est de type (X, Z), $\xi = \{\{\}\}$,
alors, la révision est muette.

Exemple :

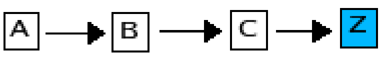


$$\xi = \{\{\}\}, \xi' = \{\{\}\}.$$

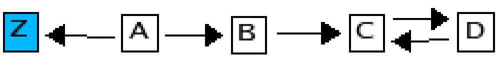
Preuve :
Ce résultat découle du lemme 5.

Théorème 27 :
Si l'interaction est de type (X, Z) et $\forall i \geq 1$, $X \in E_i$,
alors, la révision est muette.

Exemples :



$$\xi = \{\{A, C\}\}, \xi' = \{\{A, C\}\}.$$



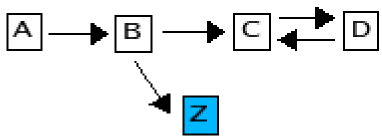
$$\xi = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}, \xi' = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}.$$

Preuve :
$\forall i \geq 1$ E_i reste sans-conflit, admissible et maximal dans G' (aucun argument de G n'est attaqué et chaque E_i attaque Z). Ce sont donc des extensions de G'.
D'après le lemme 7, la révision conserve le nombre d'extensions ; il n'y a donc pas d'autres extensions que les E_i.

Remarque :
Le théorème 11 est aussi valable sous la sémantique préférée, avec un graphe sans circuit. C'est un cas particulier du théorème 27.

Théorème 28 :
Si l'interaction est de type $(X,\ Z)$, $\forall i \geq 1$, E_i attaque X,
alors, la révision est expansive et $\forall i$, $E'_i = E_i \cup \{Z\}$.

Exemple :



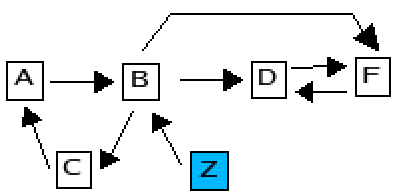
$$\xi = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}, \xi' = \{\{Z, A, C\}, \{Z, A, D\}\}.$$

Preuve :
$\forall i$, X est attaqué par (au moins) un argument de E_i, Z est donc défendu par E_i et donc, comme E_i est sans-conflit, admissible et maximal dans G, $E_i \cup \{Z\}$ est sans-conflit, admissible et maximal dans G'. C'est donc un élément de ξ'. D'après le lemme 7, il n'y en a pas d'autres.

Remarque :
Avec un graphe sans circuit, le théorème 13 est applicable sous la sémantique préférée mais c'est une situation prise en compte dans le théorème 28.

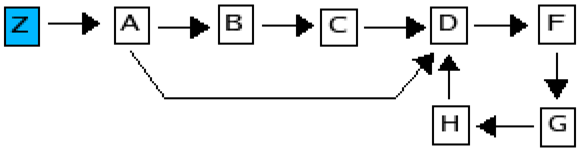
4.4.3.3. Mais aussi...

Sous la sémantique préférée, on peut aussi rencontrer des révisions pour lesquelles nous n'avons pas trouvé de théorème de caractérisation.
– équivo-expansive :



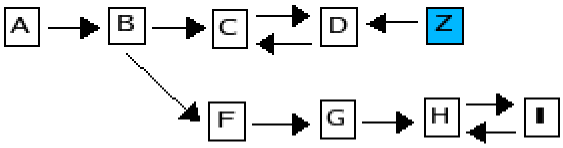
$$\xi = \{\{\}\}, \xi' = \{\{Z, C, D\}, \{Z, C, F\}\}.$$

– équivoque :



$$\xi = \{\{A, C, F, H\}\},\ \xi' = \{\{Z, B, D, G\}, \{Z, B, F, H\}\}.$$

– sélective :



$$\xi = \{\{A, C, F, H\}, \{A, C, F, I\}, \{A, D, F, H\}, \{A, D, F, I\}\},$$
$$\xi' = \{\{Z, A, C, F, H\}, \{Z, A, C, F, I\}\}.$$

De par les caractéristiques de la sémantique préférée, seule la révision destructrice est impossible (en effet, un graphe possède au moins une extension préférée).

5. Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail était de proposer un nouveau modèle de révision applicable à l'argumentation. Pour ce faire, nous avons tout d'abord formalisé une opération de révision s'appliquant à un système d'argumentation. Pour nous rapprocher du modèle usuel de la révision des croyances, nous avons ensuite défini et étudié une révision “ classique ” qui assure l'acceptation du nouvel argument, au même titre que la révision garantit l'appartenance de la nouvelle information à la base. Puis, nous avons défini différents types de révision en fonction de leur impact sur l'acceptabilité des arguments (il se trouve que certaines d'entre elles sont également classiques). Nous avons enfin cherché à caractériser ces révisions ; le tableau ci-dessous indique les révisions pour lesquelles, sous différentes sémantiques, nous avons énoncé des théorèmes de caractérisation.

Sémantiques / Révisions	Sémantique basique	Sémantique stable	Sémantique préférée
Révision décisive	Théorème 7	?	Théorème 22
Révision équivoque	impossible	?	?
Révision équivo-expansive	impossible	?	?
Révision destructrice	impossible	Théorème 14	impossible
Révision sélective	impossible	?	?
Révision expansive	Théorèmes 8 et 13	Théorèmes 15 et 21	Théorèmes 23 et 28
Révision mutante	Théorème 10	Théorème 17	Théorème 25
Révision radicale	Théorème 9	Théorème 16	Théorème 24
Révision muette	Théorèmes 11 et 12	Théorèmes 18, 19 et 20	Théorèmes 26 et 27

Dans chaque case se trouve :
– soit le numéro du (ou des) théorème(s) de caractérisation énoncé(s) pour la révision donnée, sous la sémantique donnée,
– soit “ impossible ” lorsque la révision n'existe pas sous cette sémantique,
– soit “ ? ” lorsque la révision est possible mais pour laquelle nous n'avons pas formulé de théorème.

Ce premier travail sur la révision en argumentation nous a permis de montrer son utilité. Partant d'un système d'argumentation, on peut déterminer, en fonction des modifications que l'on souhaite apporter aux extensions, les conditions que le nouvel argument doit remplir.
Cette notion peut ainsi être utilisée pour élaborer une stratégie, comme dans le cadre d'un débat où plusieurs opinions s'opposent. Les arguments déjà avancés par les différents camps constituent le système d'argumentation. Chaque parti peut ainsi

définir l'argument adverse qu'il a intérêt à affaiblir pour contredire un maximum de contre-arguments et défendre ses propres arguments. Il construit donc l'argument par lequel il révisera le système en fonction de l'argument à attaquer. De même, l'arbitre du débat peut choisir de clore la discussion sur un " match nul ", en révisant le système d'argumentation par un argument qui créera plusieurs ensembles d'arguments acceptables (révision équivoque) ou qui détruira toutes les extensions (révision destructrice).

Mais, comme le montre le tableau récapitulatif, cette étude n'est qu'une ébauche. En effet, nous n'avons pas déterminé de conditions nécessaires à trois de ces révisions. De même, la liste des révisions définies n'est pas exhaustive. Nous n'avons étudié que les cas les plus évidents, c'est pourquoi certaines situations ne sont pas prises en compte. Il pourrait être intéressant de compléter ce travail dans ce sens là.
Par ailleurs, en définissant une révision " classique ", nous avons adapté un des postulats de la révision à l'argumentation. On pourrait essayer de définir de nouvelles révisions respectant les autres postulats.
Et enfin, nous avons restreint la révision à un seul argument et une seule interaction entre cet argument et le système d'argumentation initial. Or la révision pourrait être envisagée sous maintes formes... Une révision par ajout d'un arc d'interaction sur des arguments déjà présents créerait, dans certains cas, des circuits qui pourraient tout aussi bien conduire à la multiplication qu'à la destruction d'extensions. Qu'adviendrait-il de la révision d'un système par plusieurs arguments ? Et quelle tournure prendrait la révision si on ne pouvait que supprimer une interaction ? Autant de questions qui pourraient donner lieu à d'intéressantes découvertes...

Annexe

Lemme 1 :
Si l'interaction est de type (Z, X) et G' admet une extension E' alors $Z \in E'$.

Preuve :
Ce résultat découle des propriétés 2, 5 et 6.

Lemme 2 :
Sous la sémantique stable, si l'interaction est de type (X, Z) et E' est une extension stable de G' alors $E' \setminus \{Z\}$ est une extension stable de G.

Preuve :
– E' est sans-conflit dans G' donc $E' \setminus \{Z\}$ est aussi sans-conflit dans G' et également dans G.
– E' attaque tout argument qui ne lui appartient pas dans G'. Comme Z n'attaque aucun argument, $E' \setminus \{Z\}$ attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à E'. $E' \setminus \{Z\}$ attaque donc tous les arguments qui ne lui appartiennent pas dans G. $E' \setminus \{Z\}$ est donc une extension stable de G.

Lemme 3 :
Sous la sémantique préférée, si l'interaction est de type (X, Z) et E' est une extension préférée non vide de G' alors $E' \setminus \{Z\}$ est admissible dans G et donc $E' \setminus \{Z\} \subseteq E$ où E est une extension préférée de G.

Preuve :
– E' est sans-conflit dans G' donc $E' \setminus \{Z\}$ est aussi sans-conflit dans G' et également dans G.
– Soit $Y \in E' \setminus \{Z\}$, s'il existe U tel que U R Y alors $U \neq Z$ (car Z n'attaque pas)
Comme E' est une extension préférée de G', il existe donc $V \in E'$ tel que V R U, $V \neq Z$, (car Z n'attaque pas).
On a donc $V \in E' \setminus \{Z\}$, $E' \setminus \{Z\}$ défend donc tous ses arguments.
$E' \setminus \{Z\}$ est admissible dans G et donc $E' \setminus \{Z\} \subseteq E$, avec E une extension préférée de G [cf. propriété 3].

Lemme 4 :
Si l'interaction est de type (X, Z) et G ne possède pas d'extension (stable) alors $\xi = \xi' = \varnothing$.

Preuve (par l'absurde) :
Supposons qu'il existe E' une extension stable non vide de G'. D'après le lemme 2, G posséderait une extension, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse.

Lemme 5 :
Si l'interaction est de type (X, Z) et G possède une extension vide alors $\xi = \xi' = \{\{\}\}$.

Preuve :
– sous la sémantique basique :
$\xi = \{\{\}\}$, G ne contient pas d'argument non attaqué. Comme Z est attaqué, G' n'en contient pas non plus, $\xi' = \{\{\}\}$.
– sous la sémantique préférée (par l'absurde) :

Supposons qu'il existe E' une extension non vide de G'. Il existe donc un argument Y tel que $Y \in E'$.
Soit $Y = Z$, soit $Y \in G$. Dans les deux cas, Y est attaqué (car tous les arguments de G sont attaqués et l'interaction est de type (X, Z)) et donc E' doit défendre Y.
Si $Y = Z$, E' ne peut pas être réduit à Y (car Z n'attaque aucun argument et ne peut donc pas se défendre). $E' \setminus \{Z\}$ est donc non vide.
Si $Y \neq Z$, $Y \in E' \setminus \{Z\}$, $E' \setminus \{Z\}$ est donc aussi non vide.
De plus, d'après le lemme 3, $E' \setminus \{Z\}$ est sans-conflit admissible dans G et donc $E' \setminus \{Z\} \subseteq E$ où E est une extension préférée de G.
G possède donc une extension non vide, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse.

Lemme 6 :
Si l'interaction est de type (X, Z) et G possède au moins une extension non vide, $\xi = \{E_1, \ldots, E_n\}$, alors $\forall i \geq 1$
– soit E_i est une extension de G',
– soit $E_i \cup \{Z\}$ est une extension de G'.

Preuve :
– sous la sémantique basique ($n = i = 1$) :
Z n'attaque aucun argument de G, les arguments de E_1 appartiennent donc à l'extension de G'. De plus, si $X \in E_1$ alors Z est rejeté de l'extension de G' et E_1 est l'extension de G'. Si E_1 attaque X alors Z est défendu par E_1 contre X, $E_1 \cup \{Z\}$ est l'extension de G'. Si $X \notin E_1$ et E_1 n'attaque pas X alors Z n'est pas défendu et E_1 est l'extension de G'.
– sous la sémantique stable :
Z n'attaque aucun argument de G donc $\forall i$, E_i est sans conflit dans G'. De plus, si $X \in E_i$ alors Z est rejeté de E_i (car X attaque Z) et E_i est une extension de G'. Si $X \notin E_i$ alors X est attaqué par un argument de E_i, Z est donc défendu contre X, $E_i \cup \{Z\}$ est une extension de G'.
– sous la sémantique préférée :
Z n'attaque aucun argument de G, $\forall i$, E_i est donc admissible dans G'. Il existe donc une extension préférée E'_j de G' contenant E_i. Or E_i ne contient pas Z, donc $E_i \subseteq E'_j \setminus \{Z\}$. D'après le lemme 3, $E'_j \setminus \{Z\}$ est admissible dans G, il existe donc $k \geq 1$ tel que $E_i \subseteq E'_j \setminus \{Z\} \subseteq E_k$. On déduit de la définition d'une extension préférée (admissible maximale) que $E_i = E'_j \setminus \{Z\} = E_k$. De plus, soit $E'_j = E_i$ (si $Z \notin E'_j$), soit $E'_j = E_i \cup \{Z\}$ (si $Z \in E'_j$).

Lemme 7 :
Si l'interaction est de type (X, Z), alors la révision conserve le nombre d'extensions.

Preuve :
On peut déduire des lemmes 5 et 6 que si l'interaction est de type (X, Z) G' possède au moins autant d'extensions que G.
On peut aussi déduire du lemme 4 que si $\xi = \varnothing$ la révision ne crée pas d'extension, et du lemme 5 que si $\xi = \{\{\}\}$ elle n'en crée pas non plus.
Montrons qu'elle n'en crée pas non plus si $\xi = \{E_1, \ldots, E_n\}$, $n \geq 1$ et $\forall i$, $E_i \neq \varnothing$:
– sous la sémantique stable :
D'après le lemme 6, $\forall i \geq 1$ soit E_i est une extension de G', soit $E_i \cup \{Z\}$ est une extension de G'.
Supposons qu'il existe E'_j une extension de G', telle que $E'_j \setminus \{Z\} \neq E_i$. D'après le lemme 2, $E'_j \setminus \{Z\}$ est une extension de G, ce qui est contradictoire. $\forall j$, $E'_j = E_i$ ou bien $E'_j = E_i \cup \{Z\}$.
– sous la sémantique préférée :

Soit E'_i une extension de G'. D'après le lemme 3, $E'_i \setminus \{Z\}$ est admissible dans G. Il existe donc E_j, une extension de G telle que $E'_i \setminus \{Z\} \subseteq E_j$.
D'après le lemme 6, il existe E'_j extension de G', telle que $E_j \subseteq E'_j$.
Si $Z \notin E'_i$ alors $E'_i \setminus \{Z\} = E'_i$, on a donc $E'_i \subseteq E_j \subseteq E'_j$ et comme E'_j et E'_i sont des extensions préférées, on a donc $E'_i = E_j = E'_j$. On retrouve donc une extension de G.
Si $Z \in E'_i$ alors $E'_i \setminus \{Z\} \subseteq E_j \subseteq E'_j$. Comme E'_i est admissible dans G' et que Z est attaqué par X, il existe $Y \in E'_i$ qui attaque X. $Y \neq Z$ (car Z n'est pas attaquant) donc $Y \in E'_i \setminus \{Z\}$ et donc $Y \in E_j$ et attaque X. X n'appartient donc pas à E_j et E_j défend Z. $E_j \cup \{Z\}$ est donc admissible dans G' et $E'_j = E_j \cup \{Z\}$ [cf. lemme 6]. On a donc $E'_i \subseteq E'_j$ et donc $E'_i = E'_j$. On retrouve donc une $E_j \cup \{Z\}$.
G' n'accepte donc pas plus d'extensions que G.

Propriété 21 :
Si un graphe G contient un circuit impair non attaqué (aucun argument du circuit n'est attaqué par un argument extérieur au circuit) ou bien un circuit impair attaqué (il existe un argument [extérieur au circuit] qui attaque un argument du circuit) et défendu (directement ou indirectement par un argument non attaqué) contre tous ses attaquants, alors G ne possède pas d'extension stable.

Preuve :
i) G contient un circuit impair non attaqué :

$$A_1 \to A_2 \to \ldots \to A_{2p+1} \to A_1$$

$\forall i \geq 1$, A_i n'est attaqué que par A_{i-1} ($A_0 = A_{2p+1}$ par convention).
Supposons qu'il existe une extension stable E.
– si E ne contient pas A_1 alors E doit contenir son seul attaquant A_{2p+1}. E ne contient donc pas A_{2p} (car E est sans conflit). E contient alors A_{2p-1} etc $\ldots E$ contiendra donc A_{2p-1}, A_{2p-3}, $\ldots$, A_1. Il y a donc une contradiction.
– si E contient A_1, E ne contient pas A_{2p+1} donc E doit contenir A_{2p}, $\ldots$, A_2 et donc ne peut contenir A_1. Là encore il y a une contradiction.
Donc G ne possède pas d'extension stable.
ii) G contient un circuit impair attaqué et défendu contre tous ses attaquants :

$$B_{2k} \to \ldots \to B_2 \to B_1 \to A_1 \to A_2 \to \ldots \to A_{2p+1} \to A_1$$

Supposons qu'il existe une extension stable E de G. $\forall k \geq 1$, B_{2k} appartient à E (s'il n'y appartient pas, c'est qu'il est attaqué et non défendu ; le circuit impair serait donc lui aussi attaqué et non défendu). Donc E ne peut contenir aucun attaquant extérieur au circuit.
On retombe sur le même problème que précédemment :
– si E ne contient pas A_1 alors E doit contenir A_{2p+1}, $\ldots$, A_1 donc contradiction.
– si E contient A_1, E ne contient pas A_{2p+1}, $\ldots$, A_1 donc contradiction.
G ne possède pas d'extension stable.

Bibliographie

[1] :
C. Alchourrón, P. Gärdenfors, D. Makinson. On the logic of theory change : partial meet contraction and revision functions. " Journal of symbolic logic ", vol. 50, pages 510-530, 1985.

[2] :
L. Amgoud. Contribution à l'intégration des préférences dans le raisonnement argumentatif. " Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse ", 1999.

[3] :
C. Berge. Graphs and hypergraphs. " North-Holland, North-Holland Mathematical Library ", 1973.

[4] :
Y. Dimopoulos, A. Torres. Graph theoretical structures in logic programs and default theories. " Theoretical Computer Science ", vol. 170, pages 209-244, 1996.

[5] :
S. Doutre. Autour de la sémantique préférée des systèmes d'argumentation. " Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse ". 2002.

[6] :
P.M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning and logic programming and n-person games. " Artificial Intelligence ", vol. 77, pages 321-357, 1995.

[7] :
M. Elvang-Goransson, J. Fox, P. Krause. Dialectic reasoning with inconsistent information. Actes de " 9^{th} Conference on Uncertainty In Artificial Intelligence ", pages 114-121, 1993.

[8] :
M. Elvang-Goransson, A. Hunter. Argumentative logics : Reasoning with classically inconsistent information. " Data and Knowledge Engineering ", vol. 6, pages 125-145, 1995.