Une approche décisionnelle du traitement de l'incohérence inspirée par le raisonnement non monotone
Managing Inconsistency : A decision-based approach issued from Nonmonotonic Reasoning

Claudette Cayrol   Marie-Christine Lagasquie-Schiex

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse,
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex, France

{ccayrol, lagasq}@irit.fr

Résumé

Dans le cadre de l'utilisation de bases de croyances inconsistantes, nous proposons un processus général en 4 étapes permettant de gérer et d'exploiter les diverses sous-bases consistantes (et conflictuelles) issues de la base de croyances initiale. Ainsi, nous offrons un cadre commun à des systèmes à bases de connaissances visant des modes de raisonnement différents (raisonnement non monotone, révision, fusion, décision...).

Dans un premier temps, nous présenterons donc le processus proposé qui s'inspire d'une approche décisionnelle du raisonnement non monotone. Puis nous l'utiliserons dans son domaine d'origine afin de retrouver des relations d'inférence non monotone connues et d'en définir de nouvelles.

Mots Clef

Formalisation des raisonnements, représentation des connaissances.

Abstract

The topic of this paper is the coherence-based management of inconsistent belief bases. We propose a general framework in 4 steps for coping with multiple consistent subsets extracted from the initial bases. This process is suitable for solving different problems about knowledge base systems (nonmonotonic reasoning, revision, fusion of belief bases, decision theory...).

So, in a first part, we describe the proposed process issued from a decision-based approach of nonmonotonic reasoning. Then, we use it in its primary context in order to recover and to define nonmonotonic consequence relations.

Keywords

Formalization of reasonings, knowledge representation.

1 Introduction

Quand on cherche à utiliser une base de croyances *inconsistante*, une des approches les plus classiques consiste à extraire de cette base des sous-ensembles *consistants* appelés *sous-bases* (il s'agit d'une des méthodes de restauration de la cohérence), puis à gérer les conflits entre ces diverses sous-bases. Au cours de ce processus, il arrive bien souvent que l'on exploite des préférences entre les formules de la base initiale.

Cette technique appliquée à l'inférence à partir d'une base de croyances inconsistante a donné lieu à de très nombreux travaux portant sur la définition de relations d'inférence non monotone (pouvant utiliser un pré-ordre total sur la base de croyances). En général, ces relations sont présentées comme étant la combinaison des 2 éléments suivants :

- premièrement un mécanisme de sélection qui fournit un ensemble de sous-bases consistantes issues de la base de croyances initiale ; ce mécanisme peut exploiter ou pas un ordre entre les croyances (voir [18, 3, 8, 9, 1] et [13] pour une synthèse de la plupart de ces travaux) ; on obtient ainsi les "sous-bases" dites "préférées" ;
- puis, on applique un principe d'inférence qui permet de définir la relation d'inférence non monotone à partir de l'inférence classique sur les sous-bases sélectionnées (voir [17, 13]).

Considérons la base de croyances suivante E stratifiée avec 3 niveaux de priorité et représentant le problème très connu des pingouins (p signifie "pingouin", o signifie "oiseau", v signifie "vole", a signifie "a des ailes") :

$$\begin{array}{c} p \\ p \rightarrow o \\ \hline p \rightarrow \neg v \\ o \rightarrow v \\ \hline o \rightarrow a \\ a \rightarrow v \end{array}$$

(les formules p et $p \rightarrow o$ sont prioritaires par rapport aux formules $p \rightarrow \neg v$ et $o \rightarrow v$ qui sont elles-mêmes prioritaires par rapport aux formules $o \rightarrow a$ et $a \rightarrow v$).
Parmi toutes les sous-bases consistantes issues de cette base (58 sur cet exemple), nous en isolons trois :

- $Y_1 = \{p, p \rightarrow o, p \rightarrow \neg v, o \rightarrow a\}$,
- $Y_2 = \{p, p \rightarrow o, p \rightarrow \neg v, a \rightarrow v\}$,
- $Y_3 = \{p, p \rightarrow o, o \rightarrow v, o \rightarrow a, a \rightarrow v\}$

(ce sont les sous-bases incl-préférées au sens de Brewka et la dernière est aussi card-préférée – voir en section 3.1 la définition de la "incl (resp. card)-préférence"). Remarquons que Y_1, Y_2 impliquent $\neg v$, et Y_3 implique v. De même, Y_1, Y_3 impliquent a, et Y_2 implique $\neg a$.
Cet exemple met en évidence certains problèmes liés au mode de définition classique des relations d'inférence non monotone :

- tout d'abord, *comment définir un "bon" mécanisme de sélection, ni trop, ni trop peu sélectif* :
  - si nous sélectionnons toutes les sous-bases consistantes de $(E, \leq)$, nous aurons beaucoup trop de sous-bases à gérer et cela pose un problème d'ordre calculatoire ;
  - si nous ne sélectionnons que trop peu de sous-bases, nous risquons d'"oublier" des croyances intéressantes : sur l'exemple précédent, si on sélectionne uniquement la sous-base Y_3, on perd une information importante : les pingouins peuvent ne pas voler ;
- d'autre part, *comment définir un "bon" principe d'inférence, ni trop prudent, ni trop permissif* :
  - s'il faut l'unanimité des sous-bases pour pouvoir conclure (principe sceptique), très peu de conclusions seront obtenues ; sur l'exemple précédent, si nous raisonnons avec Y_1, Y_2 et Y_3, nous ne pourrons rien conclure à propos des formules v et a ; nous obtenons le même manque de résultat avec le principe suivant : "au moins une sous-base pour et aucune contre" (principe dit argumentatif proposé par [2]) ;
  - par contre, avec le principe "au moins une sous-base pour" (principe crédule), nous tombons dans l'excès inverse en obtenant trop de conclusions (en particulier une formule et son contraire, v et $\neg v$, a et $\neg a$ dans l'exemple précédent en raisonnant avec Y_1, Y_2 et Y_3).

Afin de résoudre ces divers problèmes, nous nous proposons d'exploiter les idées suivantes :

- l'inférence d'une conclusion α est vue comme un problème décisionnel (il faut savoir si "oui ou non" on infère α de notre base de connaissances inconsistante) et on souhaiterait que le mécanisme mis en place pour résoudre ce problème soit sain (si on infère α, on ne doit pas inférer $\neg\alpha$) ;
- d'un point de vue plus général, on peut voir les sous-bases sélectionnées comme des "opinions" divergentes (voir sur l'exemple comment les sous-bases Y_1 et Y_2 qui sont d'accord sur le fait que le pingouin ne vole pas, ne sont plus d'accord dès qu'il s'agit de savoir si le pingouin a des ailes) ;
- donc la sélection des "sous-bases préférées" revient à définir un ensemble d'"opinions" (là-encore avec un *mécanisme de sélection* : la seule contrainte à respecter étant la consistance de ces "opinions") ;
- puis nous déterminons le poids de chacune de ces "opinions" avec un *mécanisme de pondération* qui prend en compte le fait que certaines "opinions" sont plus pertinentes que d'autres ;
- ensuite, le principe d'inférence est remplacé par un *mécanisme de vote* défini en fonction de ce que représentent les "opinions" ; ainsi, nous avons un processus de compensation entre les "opinions pour" et les "opinions contre" qui prend en compte le poids de chaque opinion ; nous serons alors capables de raisonner sur une formule α même s'il existe des "opinions contre" α (donc "pour" $\neg\alpha$) ;
- et enfin, nous concluons après avoir "compté les voix" (*mécanisme de décompte*).

Ainsi, nous nous donnons la possibilité de définir un ensemble réaliste d'"opinions", de mesurer leur "force" (ce qui sous-entend que toutes les "opinions" peuvent ne pas être de la même "force"), de demander leur avis sur une donnée particulière et de faire la synthèse de tous ces avis. Il s'agit là d'une approche très *décisionnelle* qui nous paraît adaptée au fait qu'il existe un conflit à résoudre (les "opinions pour" et les "opinions contre"). Toutes ces idées nous mènent au processus décrit dans la section 2.
Dans la section 3, nous montrerons comment des relations d'inférence non monotone déjà bien connues s'in-

tègrent parfaitement dans ce nouveau cadre et comment nous pouvons définir de "nouvelles" relations d'inférence non monotone.
Et enfin, dans la dernière section (section 4), nous conclurons et présenterons nos objectifs futurs.

2 Processus global de traitement des incohérences

Tout le long de ce papier, nous considérerons que la base de croyances inconsistante est équipée d'un pré-ordre total[1] et notée $(E, \leq)$.
Notre processus est constitué des 4 étapes suivantes :

$(E, \leq)$	Base de croyances inconsistante
$\downarrow$	*étape 1 : mécanisme de sélection*
$\{Y_i\}$	Ensemble d'"opinions" (sous-bases consistantes)
$\downarrow$	*étape 2 : mécanisme de pondération*
$\{(Y_i, p(Y_i))\}$	Ensemble d' "opinions" pondérées
$\downarrow$	*étape 3 : mécanisme de vote*
$n(\alpha)$	Vote des "opinions" pour une formule α
$n(\neg\alpha)$	Vote des "opinions" contre une formule α
$n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha)$	Vote des "opinions" indifférentes à α
$\downarrow$	*étape 4 : mécanisme de décompte des voix*
$(E, \leq) \mid\!\sim \alpha$	Conclusion concernant $(E, \leq)$ et α

Aucun processus global de ce type n'a encore été proposé à notre connaissance dans la littérature. Par contre, différentes parties de ce processus ont déjà été étudiées mais, à chaque fois, de manière isolée :

- de nombreux mécanismes de sélection ont été proposés dans [3, 8, 9, 1] ;
- l'étape 2 a déjà été traitée d'un point de vue possibiliste (voir [9]) et d'un point de vue probabiliste (voir [14]) ;
- l'étape 3 a été étudiée dans [14] en utilisant des fonctions de croyances (voir [19]) ;
- l'étape 4 a été abordée dans [17, 14].

En effet, chacun de ces travaux avait été réalisé dans un but bien spécifique :

- la définition d'une taxonomie de relations d'inférence non monotone pour [17],
- la révision des croyances pour [19],
- le diagnostic pour [14],
- Le raisonnement non monotone et/ou la logique des défauts pour [3, 8, 9, 1].

La diversité des thèmes abordés et l'abondance des travaux prouvent l'intérêt de ce processus permettant d'englober dans un même cadre plusieurs contextes de recherche.
D'autre part, ce cadre de travail offre une très grande flexibilité et un pouvoir d'expression important : en effet, à chaque étape, plusieurs choix sont possibles et chaque étape peut être contrôlée de manière indépendante.
Dans la section suivante, nous allons utiliser ce processus dans le contexte du raisonnement non monotone.

3 Application au raisonnement non monotone

La base de croyances E est considérée de manière syntaxique, comme dans [16] : c'est-à-dire que chaque croyance est un élément d'information bien distinct et que seules les croyances présentes explicitement dans la base sont prises en compte.
D'autre part, étant donné le statut de croyances de ses éléments, E peut être inconsistante. Et enfin, on considère que E est munie d'un pré-ordre total $\leq$ (appelé aussi relation de priorité), qui modélise une relation de pertinence. Cela revient à considérer que E est stratifiée sous la forme d'une collection $(E_1, \ldots, E_q)$ de bases de croyances, avec E_1 contenant les formules les plus prioritaires (ou pertinentes) et E_q celles de plus faible priorité. Le couple $(E, \leq)$ est appelé une base de croyances *stratifiée*[2]. Chaque E_i est appelée une *strate* de E.

3.1 Où l'on retrouve des relations d'inférence non monotone connues

Définitions initiales Comme nous l'avons signalé dans l'introduction de ce papier (voir section 1), l'inférence non monotone à partir d'une base de croyances peut être vue comme un processus en deux étapes, qui, premièrement, génère les sous-bases préférées, puis, qui gère ces différentes sous-bases à l'aide d'un principe d'inférence.

Les mécanismes de sélection.

Les méthodes les plus courantes consistent à utiliser des sous-bases de E consistantes maximales (au sens de l'inclusion). D'autre part, il existe différentes manières d'utiliser la relation de priorité sur E pour sélectionner les sous-bases consistantes préférées (voir [4] pour une synthèse de ces travaux). Dans ce papier, nous allons nous contenter d'exploiter trois relations de préférence : la relation de préférence "Best-Out" issue de la logique possibiliste, une relation de préférence qui combine les priorités et la maximalité pour l'inclusion

[1] On estime que ce pré-ordre nous est fourni par un "expert". Bien sûr, il existe des cas où ce pré-ordre n'est pas total et on a alors 2 possibilités : soit en extraire un pré-ordre total – par exemple, par tri topologique –, soit utiliser alors d'autres techniques de raisonnement – par exemple, la gestion des conflits à l'aide d'un pré-ordre partiel, voir [7].

[2] Dans la suite, nous utiliserons la notation simplifiée E pour dénoter une base de croyances stratifiée.

des sous-bases sélectionnées, et une relation de préférence qui combine les priorités et la maximalité pour la cardinalité.

Définition 1 *Soient $X = (X_1 \cup \ldots \cup X_q)$ et $Y = (Y_1 \cup \ldots \cup Y_q)$ deux sous-bases consistantes de E (avec $X_i = (X \cap E_i)$ et $Y_i = (Y \cap E_i)$), on définit :*

Préférence Best-Out *(voir [1]) : pour X sous-base consistante de E, posons $a(X) = \min \{i \mid \exists \Phi \in E_i \setminus X\}$. La préférence Best-Out est le pré-ordre total défini par : $X \ll^{bo} Y$ ssi $a(X) \leq a(Y)$*[3].

Préférence basée sur l'inclusion *(voir [8] et [11] pour des définitions équivalentes) : c'est l'ordre partiel strict défini par : $X \ll^{incl} Y$ ssi $\exists i$ tel que $X_i \subset Y_i$ et $\forall j \mid 1 \leq j < i$, $X_j = Y_j$.*

Préférence basée sur la cardinalité *(voir [15, 1]) : c'est l'ordre strict défini par : $X \ll^{card} Y$ ssi $\exists i$ tel que $|X_i| < |Y_i|$ et $\forall j \mid 1 \leq j < i$, $|X_j| = |Y_j|$ ($|Y|$ dénotant la cardinalité de Y).*

Les sous-bases consistantes qui sont maximales pour la préférence Best-Out (resp. basée sur l'inclusion, basée sur la cardinalité) sont appelées les sous-bases bo-(resp. incl, card) préférées de E.

La préférence Best-Out n'est pas très sélective puisque certaines sous-bases bo-préférées ne sont même pas maximales pour l'inclusion[4].

La préférence basée sur l'inclusion raffine l'inclusion ensembliste puisque toutes les sous-bases incl-préférées sont maximales pour l'inclusion. D'autre part, elles sont de la forme $(X_1 \cup \ldots \cup X_q)$ telles que $(X_1 \cup \ldots \cup X_i)$ soit une sous-base consistante maximale de $(E_1 \cup \ldots \cup E_i)$ pour tout $i = 1 \ldots q$. Cela implique qu'elles soient aussi bo-préférées[5].

La préférence basée sur la cardinalité raffine la préférence basée sur l'inclusion. En effet, toute sous-base card-préférée est aussi incl-préférée, l'inverse étant faux.

Nous noterons T (resp. Incl, Card, Bo) le mécanisme de sélection produisant l'ensemble des sous-bases maximales consistantes (resp. incl-préférées, card-préférées, bo-préférées) de E.

Les principes d'inférence.

Les plus connus utilisables en présence de sous-bases conflictuelles sont les principes sceptiques et crédules. Il existe toutefois une taxonomie beaucoup plus complète établie par Pinkas et Loui (voir [17]) en fonction de la prudence des principes étudiés. Ici, nous allons en utiliser trois.

Définition 2 *Soit $m(E)$ un ensemble de sous-bases consistantes de E (par exemple, $m(E)$peut être obtenu avec l'un des mécanismes* T, Incl, Card *ou* Bo*). Soit Φ une formule propositionnelle. On définit :*

Le principe Uni *: Φ est inférée à partir de $m(E)$ en utilisant le principe d'inférence sceptique (ou universel) si et seulement si Φ est inférée classiquement par chaque élément de $m(E)$.*

Le principe Exi *: Φ est inférée à partir de $m(E)$ en utilisant le principe d'inférence crédule (ou existentiel) si et seulement si Φ est inférée classiquement par au moins un des éléments de $m(E)$*[6].

Le principe Arg *: il consiste à ne garder parmi les conséquences crédules que celle dont la négation n'est pas inférée*[7]*. Φ est inférée à partir de $m(E)$ en utilisant le principe d'inférence argumentatif si et seulement si Φ est inférée classiquement par au moins un élément de $m(E)$ et qu'aucun élement de $m(E)$ n'infère classiquement $\neg\Phi$.*

La définition finale.

Nous pouvons donc maintenant donner une définition précise des relations d'inférence non monotone utilisables sur une base de croyances stratifiée. Chacune d'entre elles apparaît au croisement d'un mécanisme de sélection m et d'un principe d'inférence p.

Définition 3 *Soit E une base de croyances stratifiée et Φ une formule propositionelle. $E \mid\!\sim^{p,m} \Phi$*[8] *ssi Φ est inférée à partir de $m(E)$ en utilisant le principe d'inférence p ; $m(E)$ dénote l'ensemble des sous-bases consistantes de E qui sont préférées au sens du mécanisme m.*

Par exemple, $m \in$ {T, Incl, Card, Bo} et $p \in$ {Uni, Exi, Arg}.

Ainsi, une relation d'inférence non monotone est représentée par le couple p-m.

[3] Cet ordre dépend seulement de la strate de plus haute priorité dans laquelle au moins une formule a été supprimée pour restaurer la cohérence.

[4] En effet, soit $amax(E) = \max \{i \mid E_1 \cup \ldots \cup E_i$ soit consistant$\}$. Si $amax(E) = k$, alors les sous-bases bo-préférées de E sont exactement les sous-bases consistantes de E qui contiennent $(E_1 \cup \ldots \cup E_k)$.

[5] Les sous-bases incl-préférées sont aussi appelées sous-théories dans [3], et correspondent exactement aux sous-bases consistantes fortement maximales de [9].

[6] Il est trivial de montrer que chaque conclusion obtenue à partir de $m(E)$ par le principe Uni est aussi obtenue par le principe Exi.

[7] Voir [2] pour une présentation de cette inférence dite argumentative.

[8] On dira que E infère "non monotoniquement" la formule α à l'aide du mécanisme de sélection m et du principe d'inférence p.

Redéfinition dans le cadre de l'approche décisionnelle Les relations d'inférence non monotone p-m précédemment décrites peuvent être obtenues à l'aide du processus général décrit dans la section 2 :

- pour l'étape 1, nous choisissons le mécanisme de sélection m (avec $m \in \{$T, Incl, Card, Bo$\}$) ;
- pour l'étape 2, nous considérons que chaque sous-base a le même poids 1 ;
- pour l'étape 3, nous définissons :
  - $n(\alpha)$ = somme des poids des sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement la formule α[9] ;
  - $n(\neg\alpha)$ = somme des poids des sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement $\neg\alpha$;
  - $n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha)$ = somme des poids des sous-bases sélectionnées qui n'infèrent classiquement ni α,ni $\neg\alpha$;
- pour l'étape 4 :
  - le principe d'inférence Uni est retrouvé en imposant que :
    $n(\alpha) > 0$, $n(\neg\alpha) = 0$ et $n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha) = 0$;
  - le principe d'inférence Exi est retrouvé en imposant que : $n(\alpha) > 0$;
  - le principe d'inférence Arg est retrouvé en imposant que : $n(\alpha) > 0$ et $n(\neg\alpha) = 0$.

Exemple Toutes ces relations, qu'elles soient définies à l'aide de notre processus ou pas, présentent toujours les mêmes inconvénients (déjà cités dans la section 1). Reprenons donc l'exemple de la section 1 en explicitant les résultats obtenus en fonction des relations d'inférence connues :

- avec le mécanisme Card, nous ne sélectionnons qu'une seule sous-base ($\{p, p \rightarrow o, o \rightarrow v, o \rightarrow a, a \rightarrow v\}$) ; l'"opinion" en faveur de l'incapacité à voler d'un pingouin est supprimée ; ce mécanisme est donc trop sélectif ;
- avec le mécanisme Bo, il y a 8 sous-bases sélectionnées (contenant toutes l'ensemble $\{p, p \rightarrow o\}$) ; ce mécanisme n'est donc pas assez sélectif ;
- avec le mécanisme Incl (qui représente un compromis acceptable du point de vue de la sélectivité), les sous-bases sélectionnées sont :
  $Y_1 = \{p, p \rightarrow o, o \rightarrow \neg v, o \rightarrow a\}$,
  $Y_2 = \{p, p \rightarrow o, o \rightarrow \neg v, a \rightarrow v\}$ et
  $Y_3 = \{p, p \rightarrow o, o \rightarrow v, o \rightarrow a, a \rightarrow v\}$),
  et, si nous y associons les principes d'inférence Uni et Arg, nous ne pouvons rien déduire à propos des formules v et a ; ces principes sont donc trop prudents ;
- toujours avec le mécanisme Incl mais cette fois associé au principe d'inférence Exi, nous pouvons déduire v et $\neg v$, a et $\neg a$; ce qui est trop ! ce principe est donc peu prudent.

Ces relations ne sont donc pas vraiment satisfaisantes. Grâce au processus présenté dans ce papier et à sa très grande flexibilité (voir section 2), nous allons définir de "nouvelles" relations d'inférence non monotone corrigeant les problèmes explicités ci-dessus.

[9] Ainsi, étant donné le choix effectué à l'étape 2, $n(\alpha)$ représente le nombre de sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement α.

3.2 Quelques "nouvelles" relations d'inférence non monotone

Parmi toutes les relations d'inférence non monotone que l'on peut définir à l'aide du processus donné dans ce papier, nous avons choisi d'en présenter deux :

- Le premier exemple est une variante des relations p-Incl (avec $p \in \{$Uni, Exi, Arg$\}$) dans laquelle nous avons modifié l'étape 4 (le mécanisme de décompte) ;
- Le second exemple est plus complexe et lié au mode de raisonnement probabiliste.

Exemple 1 : Grad-EquAdd-Incl
Cette relation d'inférence non monotone est définie de la manière suivante :

- pour l'étape 1, nous choisissons le mécanisme de sélection Incl ;
- pour les étapes 2 et 3, nous conservons les choix donnés pour les relations d'inférence non monotone présentées dans la section 3.1 - paragraphe "Redéfinition dans le cadre de l'approche décisionnelle" ;
- pour l'étape 4, nous imposons que $n(\alpha) > n(\neg\alpha)$ et $n(\alpha) \geq n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha)$: le nombre de sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement α est strictement supérieur à celui des sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement $\neg\alpha$, et supérieur ou égal à celui des sous-bases sélectionnées qui n'infèrent ni α, ni $\neg\alpha$.

Nous avons ainsi une relation qui permet de prendre en compte un ensemble d'"opinions" réaliste et qui s'appuie sur un vote démocratique pour décider quelle formule conclure.

Exemple 2 : Grad-PosMax-T
Cette relation d'inférence non monotone est définie de la manière suivante :

- pour l'étape 1, nous choisissons le mécanisme de sélection T ;

– pour l'étape 2, nous utilisons les définitions suivantes :

Définition 4 *(voir [9]) Soit Y_i une sous-base de $(E, \leq)$, le* poids possibiliste *de Y_i noté avec $p_{po}(Y_i)$ est défini par : si $Y_i \neq E$ alors $p_{po}(Y_i) = x$ (x = numéro de la strate de plus haute priorité dans laquelle on a supprimé une formule afin de restaurer la cohérence) et sinon $p_{po}(E) = q+1$ (q = nombre max de strates dans $(E, \leq)$).*

– pour l'étape 3, nous définissons :
  – $n(\alpha)$ = max des poids des sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement α ;
  – $n(\neg\alpha)$ = max des poids des sous-bases sélectionnées qui infèrent classiquement $\neg\alpha$;
  – $n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha)$ = max des poids des sous-bases sélectionnées qui n'infèrent classiquement ni α, ni $\neg\alpha$;

– pour l'étape 4, nous imposons que $n(\alpha) > n(\neg\alpha)$ et $n(\alpha) \geq n(\text{ni } \alpha, \text{ ni } \neg\alpha)$.

Ici, nous utilisons le fait que la stratification de la base induit l'aspect probabiliste suivant : les "opinions" ayant le plus fort poids sont celles qui ont la plus grande probabilité d'avoir raison (si on considère que les formules de plus forte priorité sont celles qui ont le plus de chances d'être vraies). Et cette approche est encore renforcée par l'opérateur "max" choisi pour l'étape 3.

Remarquons que, par définition, ces deux "nouvelles" relations d'inférence non monotone sont saines : il n'est pas possible d'inférer à la fois une formule et sa négation.

Étudions maintenant ces "nouvelles" relations, d'abord sur un exemple, puis d'un point de vue théorique, comme ce qui avait été fait dans [13].

3.3 Un exemple illustratif

Considérons la base de croyances suivante composée de 4 strates représentant une nouvelle version du problème des pingouins (p signifie "pingouin", o signifie "oiseau", v signifie "vole", a signifie "a des ailes", pl signifie "a des plumes") :

$$\begin{array}{c} p \\ p \to o \\ \hline p \to \neg v \\ \hline o \to a \\ a \to v \\ \hline a \to pl \end{array}$$

Il est important de noter que la validité des résultats obtenus est fonction de l'intuition que nous avons des résultats attendus. Ici, par exemple, il semble intuitivement correct de conclure $\neg v$ et pl, étant données la base de connaissances et la stratification choisies[10].

Examinons donc les résultats obtenus concernant ces deux formules par les différentes relations d'inférence non monotone ("anciennes" et "nouvelles") :

– ni $\neg v$, ni pl avec Uni-T,
– seulement $\neg v$ avec Uni-Bo, Uni-Incl et Uni-Card,
– v, $\neg v$, pl avec Exi-T,
– seulement pl avec Arg-T,
– $\neg v$, pl avec p-m ($p \in$ {Exi, Arg} et $m \in$ {Bo, Incl, Card}), et avec Grad-EquAdd-Incl et Grad-PosMax-T.

Dans cet exemple, nous obtenons de meilleurs résultats avec les "nouvelles" relations d'inférence non monotone qu'avec les relations Uni-m et certaines des relations Exi-m et Arg-m.

Dans [6], beaucoup d'autres exemples sont donnés, qui permettent de conclure, qu'en général, on arrive à définir à l'aide du processus présenté dans ce papier des relations fournissant des résultats tout à fait convenables du point de vue intuitif et bien souvent meilleurs que ceux obtenus par des relations d'inférence non monotone bien connues.

3.4 Étude théorique

Dans cette section, nous comparons les diverses relations décrites précédemment à l'aide des deux points de vue suivants :

– la prudence des relations (voir [17]),
– le respect des règles de déduction parfois appelées postulats de rationalité (voir [5]).

Nous donnerons aussi quelques indications concernant la complexité de ces relations.

Prudence des relations Soient 2 relations d'inférence R_1 et R_2, R_1 est dite plus prudente que R_2 ssi chaque conclusion obtenue par R_1 est aussi obtenue par R_2.

Nous complétons les résultats déjà connus sur ce sujet (présentés dans [5]) par de nouveaux résultats (dont les preuves sont données dans [6]). Nous obtenons ainsi la taxonomie décrite par la figure 1.

Ces résultats montrent que les "nouvelles" relations introduites grâce à notre processus ont le même niveau

[10] Il est bien entendu qu'une autre base et une autre stratification induisent un autre ensemble de résultats intuitifs attendus. Le but est donc ici de comparer pour une *même base et une même stratification* les résultats obtenus par différentes relations d'inférence non-monotone par rapport aux résultats intuitifs attendus.

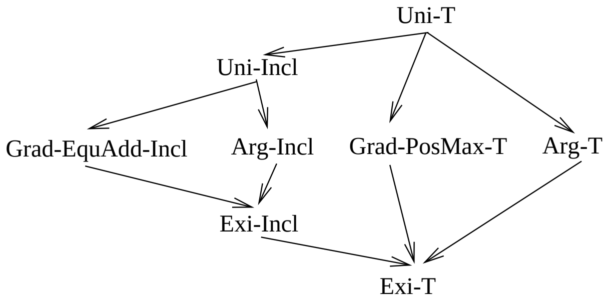

Fig. 1: Comparaison du point de vue de la prudence (les flèches signifient “plus prudent que”)

de prudence que les relations du type Arg-m (avec m $\in$ {T, Incl}).

Respect des règles de déduction De nombreux travaux ont été réalisés concernant la caractérisation de classes de relations d'inférence non monotone au moyen de propriétés logiques dites “règles de déduction” (voir [5]).
Les classes ainsi obtenues les plus connues sont les suivantes :

- les relations préférentielles définies par les règles du Système P (voir [12]) : Réflexivité (REF), Équivalence Logique Gauche (ELG), Affaiblissement Droit (AD), Monotonie Prudente (MP), Coupure, Ou ;
- les relations rationnelles (voir [12]) définies par le Système P et la Monotonie Rationnelle (MR) ;
- les relations définies à l'aide des postulats de base (voir [10]) : Supraclassicité (SCL), Équivalence Logique Gauche (ELG), Affaiblissement Droit (AD), Et, Monotonie Rationnelle Faible (MRF), Préservation de la Consistance (PC), Conditionnalisation Faible (CF) ;
- les relations comparatives définies par l'ensemble des postulats étendus (voir [10]) : postulats de base avec Cumulativité (CUM), Monotonie Rationnelle (MR), Ou.

Nous obtenons alors les résultats suivants pour les “nouvelles” relations d'inférence définies à l'aide de notre processus (les preuves sont dans [6]) :

- Grad-EquAdd-Incl vérifie seulement les propriétés REF, ELG, SCL et PC ;
- Grad-PosMax-T vérifie seulement les propriétés REF, ELG, AD, SCL, CF et PC.

Ces résultats confirment le fait que les “nouvelles” relations d'inférence ont le même comportement que les relations Arg-m.

Rappelons au passage que les résultats de la comparaison théorique semblent privilégier certaines relations (par exemple celles utilisant le principe Uni – voir [6]). Il nous semble que ceci constitue la preuve qu'il est urgent de définir de nouveaux critères de comparaison plus réalistes, ce qui devrait être facilité par le fait que l'on s'inscrit dans un processus général permettant d'établir un lien avec d'autres domaines de recherche (voir section 4).

Quelques remarques sur la complexité Nous n'avons pas mené d'étude de complexité. Toutefois, on peut constater facilement que répondre à la question $E \mid\!\sim \alpha$, avec $\mid\!\sim$ une relation non-monotone définie à l'aide du processus proposé ici, nécessite (pour la plupart des $\mid\!\sim$ possibles) le calcul de toutes les “opinions” avant de pouvoir implémenter la phase de vote, ce qui correspond en général à une complexité très importante (par exemple Δ_3^p pour certains cas – voir l'étude de complexité de Arg-m dans [13]). Bien sûr, cette analyse doit être affinée, en particulier pour la recherche de cas particuliers menant à une complexité plus faible (voir par exemple, l'étude de complexité de Uni-Card toujours dans [13][11]). Il s'agit là d'une des perspectives futures de cette étude.

3.5 Conclusion sur le raisonnement non monotone

Dans le contexte du raisonnement non monotone, le processus décrit dans la section 2 nous permet :

- de retrouver les relations d'inférence non monotone bien connues (en particulier toutes les p-m décrites dans [5]) ;
- de définir de “nouvelles” relations d'inférence non monotone (par exemple, les deux relations décrites en section 3.2) qui paraissent prometteuses du point de vue des résultats obtenus (proches des résultats intuitifs attendus) ;
- de comparer toutes ces relations entre elles avec différents points de vue (par exemple, la prudence et le respect des règles de déduction – voir la section 3.4).

4 Conclusion et objectifs

Le domaine abordé par ce papier est la gestion de bases de croyances inconsistantes à partir de l'extraction de sous-bases conflictuelles en utilisant des préférences données sur les formules de la base initiale.

[11]Dans [13], cette relation était notée Uni-Lex, la notation Uni-Card étant réservée à une autre relation correspondant à la sélection de sous-bases maximales consistantes et de cardinalité maximale sans tenir compte des préférences.

Nous proposons ici un processus général nouveau recouvrant cette technique et inspiré très fortement du processus classique de définition des relations d'inférence non monotone (voir [13]).

L'idée de base est de considérer le processus de déduction d'une formule α comme un processus décisionnel : doit-on inférer ou pas α ? Chaque sous-base peut donc être vue comme une "opinion" et nous pouvons avoir des "opinions" plus importantes, plus significatives que d'autres (cette notion d'importance d'une sous-base étant issue d'un ordre ou d'un pré-ordre entre les formules de l'ensemble initial). Puis chaque "opinion" vote pour ou contre une formule donnée α (nous acceptons les "votes blancs" : ni pour, ni contre), et nous comptons les votes. Le résultat de ce vote détermine la conclusion atteinte par l'utilisation de la base initiale (dans le cas du raisonnement non monotone : la base initiale infèrera-t-elle la formule donnée ?).

Le processus présenté comporte donc 4 étapes :

- *sélection* : choix de sous-bases consistantes[12] ;
- *pondération* : évaluation de l'importance de chacune des sous-bases sélectionnées ;
- *vote* : vote de chaque sous-base sélectionnée ;
- *décompte des voix* : exploitation du vote.

De par son origine, ce processus est très bien adapté au raisonnement non monotone (voir la section 3), puisqu'il permet de retrouver la plupart des relations d'inférence non monotone bien connues, d'en définir de "nouvelles" dont les résultats sont intuitivement plus proches de ce que l'on attend et de toutes les comparer dans un même cadre (d'où quelques résultats nouveaux en section 3.4).

Mais, ce n'est pas le seul domaine d'application. Dans le contexte de la fusion de bases de croyances, chaque ensemble de croyances provenant d'un expert peut être considéré comme une "opinion", auquel cas, le mécanisme de sélection étant inutile, on part directement de l'étape 2 pour effectuer notre raisonnement. Le mécanisme de pondération est lié à une hiérarchie entre les experts (pour un sujet donné, certains experts sont plus compétents que d'autres).

Nous pensons donc que cette approche est tout à fait prometteuse, puisqu'elle permet d'unir dans un même cadre divers modes de raisonnement devant gérer les inconsistances d'un ensemble de croyances à l'aide de sous-bases consistantes de l'ensemble initial et de préférences sur les formules de cet ensemble. Nous pouvons ainsi espérer découvrir de nouveaux liens entre des domaines jusqu'à présent distincts, voire utiliser des outils définis pour un domaine particulier dans un autre domaine.

Nous pensons en particulier exploiter les travaux concernant la théorie de la décision, la théorie du vote et la théorie du choix social afin de définir de nouveaux outils de comparaison pour les relations d'inférence non monotone définies à l'aide du processus présenté ici.

[12] On peut utiliser ici les divers mécanismes de sélection définis dans la littérature, ou bien des mécanismes propres aux applications envisagées. Ici aussi, toute une étude peut être menée pour définir le ou les "meilleurs" mécanismes de sélection en fonction du contexte de travail.

Références

[1] Salem Benferhat, Claudette Cayrol, Didier Dubois, Jérôme Lang, et Henri Prade. Inconsistency management and prioritized syntax-based entailment. Dans Ruzena Bajcsy, éditeur, *Proc. of the 13th IJCAI*, pages 640–645, Chambéry, France, 1993. Morgan-Kaufmann.

[2] Salem Benferhat, Didier Dubois, et Henri Prade. Argumentative inference in uncertain and inconsistent knowledge bases. Dans David Heckerman et Abe Mamdani, éditeurs, *Proc. of the 9th UAI*, pages 411–419, Washington, DC, 1993. Morgan-Kaufmann.

[3] Gerhard Brewka. Preferred subtheories : An extended logical framework for default reasoning. Dans N.S. Sridharan, éditeur, *Proc. of the 11th IJCAI*, pages 1043–1048, Detroit, MI, 1989. Morgan-Kaufmann.

[4] Claudette Cayrol et Marie-Christine Lagasquie-Schiex. On the complexity of non-monotonic entailment in syntax-based approaches. Dans *Proc. of the 11th ECAI workshop on Algorithms, Complexity and Commonsense Reasoning*, Amsterdam, Nederland, 1994.

[5] Claudette Cayrol et Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Non-monotonic syntax-based entailment : A classification of consequence relations. Dans C. Froidevaux et J. Kohlas, éditeurs, *Lecture Notes in Artificial Intelligence 946 (Proc. of ECSQARU-95)*, pages 107–114, Fribourg, Switzerland, 1995. Springer Verlag.

[6] Claudette Cayrol et Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Quelques réflexions sur des relations d'inférence non-monotone graduelles. Rapport de recherche 97-28R, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (I.R.I.T.), France, Juin 1997.

[7] Claudette Cayrol, Marie-Christine Lagasquie-Schiex, et Jérôme Mengin. Une approche méthodologique de la résolution de conflits. Dans *Proc. of the 12th RFIA*, pages 215–224 (vol. 1), Paris, France, 2000.

[8] Claudette Cayrol, Véronique Royer, et Claire Saurel. Management of preferences in assumption-based reasoning. Dans R. Yager et B. Bouchon, éditeurs, *Advanced methods in AI. Lecture notes in computer science 682*, pages 13–22. Springer Verlag, 1993. Extended version in Technical Report IRIT-CERT, 92-13R (University Paul Sabatier Toulouse).

[9] Didier Dubois, Jérôme Lang, et Henri Prade. Inconsistency in possibilistic knowledge bases - to live or not to live with it. Dans L.A. Zadeh et J. Kacprzyk, éditeurs, *Fuzzy logic for the Management of Uncertainty*, pages 335–351. Wiley and sons, 1991.

[10] Peter Gärdenfors et David Makinson. Nonmonotonic inference based on expectations. *Artificial Intelligence*, 65 :197–245, 1994.

[11] H. Geffner. *Default reasoning : Causal and Conditional Theories.* MIT Press, 1992.

[12] Sarit Kraus, Daniel Lehmann, et Menachem Magidor. Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. *Artificial Intelligence*, 44 :167–207, 1990.

[13] Marie-Christine Lagasquie-Schiex. *Contribution à l'étude des relations d'inférence non-monotone combinant inférence classique et préférences.* Thèse, Université Paul Sabatier, IRIT, 1995.

[14] Jérôme Lang. Syntax-based default reasoning as probabilistic model-based diagnosis. Dans *Proc. of the 10^{th} UAI*, pages 391–398, Seattle, Washington, 1994.

[15] Daniel Lehmann. Another perspective on default reasoning. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 15 :61–82, 1995.

[16] Bernhard Nebel. Belief revision and default reasoning : Syntax-based approaches. Dans J.A. Allen, R. Fikes, et E. Sandewall, éditeurs, *Proc. of the 2^{nd} KR*, pages 417–428, Cambridge, MA, 1991. Morgan-Kaufmann.

[17] Gadi Pinkas et Ronald P. Loui. Reasoning from inconsistency : A taxonomy of principles for resolving conflict. Dans J.A. Allen, R. Fikes, et E. Sandewall, éditeurs, *Proc. of the 3^{rd} KR*, pages 709–719, Cambridge, MA, 1992. Morgan-Kaufmann.

[18] David Poole. A logical framework for default reasoning. *Artificial Intelligence*, 36 :27–47, 1988.

[19] Philippe Smets. Probability of deductibility and belief functions. Rapport de recherche 93-5.2, IRIDIA Université libre de Bruxelles, Bruxelles, 1993.