Changement dans un système d'argumentation : suppression d'un argument*

Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr
et Marie-Christine Lagasquie-Schiex
{bisquert,ccayrol,dupin,lagasq}@irit.fr

IRIT, Université Paul Sabatier,
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse, France

Résumé

Cet article traite d'un changement particulier dans les systèmes d'argumentation, peu étudié jusqu'à présent : la suppression d'un argument et de ses interactions. Pour étayer notre démarche, nous présentons un exemple issu du cadre juridique qui permet de comprendre l'intérêt de la suppression d'argument. Nous rappelons ensuite le cadre formel de l'argumentation théorique à la Dung puis nous introduisons les notions de changement expansif, limitatif et monotone. Ces notions permettent de caractériser l'impact qu'une suppression peut avoir sur un système d'argumentation et peuvent ainsi apporter une aide à la décision de suppression d'un argument.

Abstract

This article studies a specific kind of change in an argumentation system which has been little studied so far : the removal of an argument and its interactions. To support our approach, we present an example that underlines the interest of removing an argument. Then, we present Dung's argumentation formal framework and introduce the expansive, narrowing and monotonic change notions. These notions are used to characterize the impact that a removal can have on an argumentation system and so, they can be useful for making a decision about a removal.

Mots clés : argumentation, suppression d'argument, dynamique d'un système d'argumentation.
Keywords : argumentation, argument removal, dynamics of an argumentation system.

1 Introduction

L'argumentation est un secteur de recherche très actif, notamment pour ses applications concernant le raisonnement [14, 3] ou la négociation entre agents [4]. Elle permet de modéliser l'échange d'arguments entre plusieurs agents (dialogue), mais permet aussi à un unique agent de gérer des informations incomplètes et potentiellement contradictoires. L'argumentation est par conséquent une approche permettant la gestion de l'incertitude à propos de l'issue d'un dialogue ou de la conclusion d'un raisonnement. Les arguments ainsi émis sont en interaction les uns avec les autres, le plus souvent au moyen d'une relation d'attaque représentant les conflits entre arguments (par exemple, lorsque la conclusion d'un argument contredit la prémisse d'un autre).

*Ceci est le rapport technique correspondant à l'article publié dans la revue RIA, Hermès Vol. 26, N. 3/2012, pp. 225-254, Mai 2012. La publication originale est disponible sur le site : http://ria.revuesonline.com/article.jsp?articleId=17494

La théorie de l'argumentation se base sur la notion d'"*extension*", ensemble d'arguments dits *acceptables* (*i.e.* capables de se défendre collectivement tout en évitant de s'attaquer entre eux). Cette théorie permet aussi d'étudier le statut individuel de chaque argument calculé en fonction de son appartenance aux extensions. Des cadres formels ont été proposés pour modéliser les systèmes d'argumentation, en particulier celui de [14] qui permet de manipuler les arguments comme des entités purement abstraites liées les unes aux autres par des relations binaires.

Si la dynamique des systèmes d'argumentation a récemment été abordée par de nombreux travaux [9, 10, 5, 15], ces derniers n'ont que peu considéré la suppression d'un argument. Pourtant, il existe des applications pratiques.

- Tout d'abord, un orateur peut avoir besoin d'*occulter* un argument, notamment lorsqu'il ne veut, ou ne peut, présenter cet argument à un auditoire donné [1] ; il est alors nécessaire de connaître ce que serait le résultat de son système d'argumentation sans cet argument : ceci peut être réalisé par une suppression dans son système d'origine.
- D'autre part, ce même auditoire peut imposer de *supprimer* un argument, en particulier lorsque ce dernier est considéré comme illégal au regard du contexte. Il est important de noter que ce type d'argument peut ne pas être rejeté lors de son énonciation car il arrive que l'audience ne se rende pas immédiatement compte de son caractère illégal ; cependant, l'argument peut être rejeté plus tard, lorsque son illégalité ne fait plus aucun doute.
- Par ailleurs, la suppression s'avère utile pour évaluer *a posteriori* l'impact d'un argument sur les conclusions du système. En particulier, pour évaluer la qualité d'un dialogue, il est important de pouvoir différencier les arguments inutilement avancés des arguments décisifs (voir [2] : un argument est décisif si sa suppression permet de changer la conclusion du dialogue).
- Enfin, il peut être nécessaire de savoir comment garantir qu'un ou plusieurs arguments soient acceptés par la suppression d'un ensemble minimal d'arguments.

Notons que la suppression d'un argument X ne se ramène pas ici à l'ajout d'un argument Y attaquant X, puisque un argument attaqué peut, sous certaines conditions, être encore acceptable. Il est, par ailleurs, plus économique de supprimer un argument plutôt que d'en ajouter un, ce qui aurait pour effet d'alourdir le système au fil du temps. Nous nous proposons donc d'étudier l'impact, d'un point de vue théorique, que peut avoir une telle suppression sur l'ensemble des extensions initiales.

L'article est organisé comme suit. Un exemple illustrant l'intérêt de la suppression est présenté en section 2. La section 3 donne un état de l'art succinct de l'argumentation et du changement en argumentation, puis la section 4 revient sur l'exemple illustratif en donnant une modélisation de cet exemple sous la forme d'un système d'argumentation dans lequel se produisent diverses suppressions d'arguments. La section 5 expose quelques propositions concernant l'impact de la suppression sur les extensions et le statut des arguments (les démonstrations des propositions sont données dans l'annexe 7.1). La section 6 fait le lien avec des travaux proches et conclut cet article.

Notons par ailleurs que cet article est une version étendue et modifiée des articles [7] et [6]. La principale modification concerne l'ajout de deux nouvelles propriétés ; notre article contient également de nouveaux exemples.

2 Un exemple illustratif : le procès

Nous proposons un exemple de *jeu à quatre joueurs* inspiré de l'exemple donné par [12]. Ce jeu met en scène deux orateurs (le procureur et l'avocat) et deux auditeurs (le juge et les jurés). Bien que la discussion ne concerne que les deux orateurs, nous modélisons l'auditoire afin de pouvoir aborder le dialogue du point de vue d'un observateur extérieur neutre [2]. Le fait de disposer d'un juge permet d'illustrer un cas de suppression définitive d'argument : l'objection. Notons que cet exemple peut se généraliser aisément à plus de deux orateurs.

1. Normes sociales, volonté de ne pas fournir d'informations à un adversaire, etc.
2. La modélisation des jurés a aussi pour intérêt de pouvoir traiter les occultations qui tiennent compte des caractéristiques spécifiques de ces jurés-là.

2.1 Présentation du jeu

Ce jeu s'inspire du fonctionnement d'une audience d'un tribunal mettant en scène quatre entités aux rôles bien distincts qui interagissent pour déterminer si un argument est acceptable.

- Le *procureur* (P) veut faire accepter un argument particulier Q qui est le sujet de l'audience. Il possède son propre système d'argumentation au sein duquel il peut *occulter* des arguments menaçant Q, *i.e.* retirer temporairement certains arguments qui pourraient empêcher Q d'être accepté. Il peut également occulter certains autres arguments ne menaçant pas Q, mais étant jugés, par exemple, non pertinents ou dangereux par rapport à l'auditoire (ce qui relève d'une stratégie d'argumentation). Cependant, s'il s'avère que cette occultation est finalement préjudiciable, il peut ne plus en tenir compte.
- L'*avocat de la défense* (A), possédant également son propre système d'argumentation [3], fonctionne de la même façon que le procureur, à la différence qu'il tente de faire réfuter l'argument Q.
- Le *juge* (J) s'assure que le processus d'argumentation s'opère dans de bonnes conditions. Il intervient lorsqu'une objection est faite par un des participants ; il peut alors accepter cette objection (donc faire supprimer l'argument correspondant), ou la rejeter.
- Les *jurés* [4] ont le mot de la fin. Leur rôle est d'écouter les arguments du procureur et de l'avocat et d'en tirer une conclusion concernant l'acceptabilité de l'argument Q. Les jurés commencent le jeu avec un système d'argumentation ne contenant que l'argument Q et le complètent avec les arguments présentés successivement par le procureur et l'avocat (si ces arguments ne sont pas annulés par une objection). Ils n'interviennent pas durant les échanges entre le procureur, l'avocat et le juge. Lorsque l'audience est terminée (*i.e.* lorsque ni le procureur, ni l'avocat ne peuvent donner de nouveaux arguments), les jurés peuvent déterminer si Q est acceptable ou non.

Dans notre exemple, le sujet de l'argumentation porte sur la culpabilité de l'accusé concernant le meurtre de sa femme. Le tableau 1 résume l'ensemble des arguments de l'exemple ainsi que leur répartition entre le procureur et l'avocat de la défense.

2.2 Arguments du ministère public

Examinons les arguments du procureur. Celui-ci ne connaît que deux arguments pouvant attaquer sa thèse (l'argument 1) : les arguments 6 et 4. Le procureur ne se préoccupe pas outre mesure de 4 car il possède 5 lui permettant de défendre sa thèse contre lui. Le procureur ne connaît, par contre, aucun argument pouvant venir à bout de 6. Ne pouvant trouver de quoi battre cet argument, et espérant que l'avocat ne le connaît pas, le procureur décide de l'occulter afin d'assurer l'acceptabilité de sa thèse dans son système d'argumentation. Notons d'autre part que le procureur sait aussi que l'accusé a un associé et que le témoignage de ce dernier est sujet à caution étant donné les liens étroits entre les deux hommes (argument 3).

2.3 Arguments de la défense

Examinons maintenant les arguments de l'avocat de la défense qui cherche à empêcher l'acceptabilité de l'argument 1. Ainsi, l'avocat possède deux arguments attaquant directement 1 : 4 et 2. Si 2 n'est, à sa connaissance, pas attaqué, il n'en est pas de même pour 4. En effet, 4 est attaqué par 7 ; n'ayant rien à lui opposer, l'avocat préfère donc occulter 7 pour s'assurer que 1 sera rejeté, tout en espérant que le procureur ne l'énoncera pas.

2.4 Déroulement de l'audience

Maintenant que nous connaissons les argumentaires des deux orateurs, nous pouvons nous pencher sur les échanges entre ces derniers au cours de l'audience. Le tableau 2 montre le déroulement

3. Pour qu'il y ait confrontation, il est essentiel que le procureur et l'avocat partagent des arguments. Toutefois, ces arguments sont traités différemment par les orateurs : souvent à charge pour l'un et à décharge pour l'autre.

4. Bien qu'au pluriel, les jurés sont une seule et même entité décisionnaire.

Tableau 1 – *Arguments mis en jeu lors de l'audience au tribunal*

	Argument	Connu par
1	*M. X est coupable d'homicide volontaire avec préméditation sur la personne de Mme X, sa femme.*	P & A
2	*L'accusé a un alibi, son associé ayant juré sur l'honneur qu'il l'avait vu à l'heure de crime.*	A
3	*Les relations commerciales étroites entre M. X et son associé ne peuvent que mettre en doute la véracité des propos de ce dernier.*	P
4	*M. X aime si fort sa femme qu'il l'a demandée en mariage une deuxième fois. Or, un homme qui aime sa femme ne saurait en être le meurtrier.*	P & A
5	*M. X a la réputation d'être volage.*	P
6	*L'accusé n'aurait eu aucun intérêt à tuer sa femme, puisqu'il n'était pas le bénéficiaire de l'énorme assurance-vie contractée par celle-ci.*	P
7	*L'accusé est un homme connu pour être vénal et son "amour" pour une femme très riche ne pourrait être qu'appât du gain.*	A

de l'audience.

Le **tour 0** constitue l'établissement du sujet du dialogue ; c'est une étape obligatoire fixant l'argument que le procureur et l'avocat vont tenter de faire, respectivement, accepter ou rejeter.

Les **tours 1 à 4** sont des échanges "normaux" d'arguments entre les orateurs, arguments servant aux jurés pour construire leur système d'argumentation.

Le **tour 5** introduit le procédé d'objection, *i.e.* l'action de s'opposer à un argument considéré comme illégal[5] et donné par la partie adverse. Ici, l'avocat de la défense émet une objection concernant l'argument 5 car ce dernier constitue un *ouï-dire*.

La validité de l'objection est examinée lors du **tour 6** : le juge doit décider si l'argument présenté au tour 4 est illégal en s'aidant du protocole en vigueur lors de ce type d'audience.

5. Les critères d'illégalité des arguments font partie du protocole encadrant l'audience et sont sujet à changement selon le contexte ; on suppose néanmoins que les arguments fallacieux, sans rapport et obtenus par ouï-dire sont illégaux.

Tableau 2 – *Tours successifs de l'audience au tribunal*

Tour	Joueur	Énoncé
0	Procureur	Argument 1
1	Avocat	Argument 2
2	Procureur	Argument 3
3	Avocat	Argument 4
4	Procureur	Argument 5
5	Avocat	Objection
6	Juge	Retenue
7	Procureur	Fin
8	Avocat	Fin
9	Jurés	Délibération

Le juge accède finalement à la requête de l'avocat en retenant l'objection, ce qui introduit le mécanisme de suppression. En effet, une objection indique que l'argument ciblé ne doit plus être pris en compte ni inscrit dans le procès-verbal. Notons que l'ajout d'un nouvel argument n'est pas équivalent à la suppression d'un argument puisque l'addition augmente le nombre d'arguments, et donc la complexité du système. De plus, ajouter un nouvel argument attaquant l'argument illégal ne garantit pas le rejet de ce dernier, le nouvel argument pouvant, par exemple, être attaqué à son tour. La suppression de l'argument illégal assure ainsi l'impossibilité de tenir compte de celui-ci. Ainsi, toujours lors du tour 6, les jurés procèdent à la suppression de l'argument incriminé au sein de leur système d'argumentation, et les deux orateurs occultent cet argument qui ne peut plus être utilisé.

Les **tours 7 à 9** clôturent l'audience : aucun des deux orateurs n'a de nouvel argument à présenter, ce qu'ils indiquent successivement par l'action "*Fin*". S'ensuit logiquement une délibération des jurés pour savoir si le sujet de l'audience (l'argument 1) est accepté ou non.

Si on analyse cette audience, on peut identifier deux séquences :
- *argument* 1 - *argument* 2 - *argument* 3 puis
- *argument* 1 - *argument* 4 - *argument* 5 *rejeté*.

La première séquence n'apporte rien par rapport à l'argument 1, puisque c'est le procureur qui a le dernier mot. Par contre, la deuxième séquence est remportée par l'avocat puisque son dernier argument reste inattaqué.

Nous allons maintenant formaliser cet exemple, ce qui permettra de calculer le résultat effectif de cette délibération

3 Cadre formel

Posons tout d'abord les définitions du cadre formel utilisé dans ce travail. Il s'agit de la théorie de l'argumentation proposée par [14].

Définition 1 (Système d'argumentation) *Un* système d'argumentation *est une paire* $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$*, où* $\mathbf{A}$ *est un ensemble non vide fini d'arguments et* $\mathbf{R}$ *est une relation binaire sur* $\mathbf{A}$*, appelée* relation d'attaque. *Soit* $A, B \in \mathbf{A}$*,* $A\mathbf{R}B$ *signifie que* A *attaque* B. $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ *sera représenté par un graphe dont les sommets sont les arguments et les arcs correspondent à* $\mathbf{R}$.

Le calcul des ensembles acceptables d'arguments ("extensions") se fait à l'aide de sémantiques reposant essentiellement sur les notions suivantes :

Définition 2 (Sans conflit, défense, admissibilité) *Soit* $A \in \mathbf{A}$ *et* $\mathcal{S} \subseteq \mathbf{A}$
- $\mathcal{S}$ *est sans conflit si et seulement s'il n'existe pas* $A, B \in \mathcal{S}$ *tels que* $A\mathbf{R}B$.
- $\mathcal{S}$ *défend un argument* A *si et seulement si tout attaquant de* A *est attaqué par un argument de* $\mathcal{S}$*. L'ensemble des arguments défendus par* $\mathcal{S}$ *est noté* $\mathcal{F}(\mathcal{S})$ *;* $\mathcal{F}$ *est appelée la* fonction caractéristique *de* $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$.
- $\mathcal{S}$ *est un ensemble* admissible *si et seulement s'il est à la fois sans conflit et défend tous ses éléments.*

Dans cet article, nous ne nous intéressons qu'aux sémantiques les plus utilisées de [14].

Définition 3 (Sémantiques d'acceptabilité) *Soit* $\mathcal{E} \subseteq \mathbf{A}$.
- $\mathcal{E}$ *est une* extension préférée *si et seulement si* $\mathcal{E}$ *est un ensemble admissible maximal (par rapport à l'inclusion ensembliste* $\subseteq$*).*
- $\mathcal{E}$ *est l'unique* extension basique *si et seulement si* $\mathcal{E}$ *est le plus petit point fixe (par rapport à* $\subseteq$*) de la fonction caractéristique* $\mathcal{F}$.
- $\mathcal{E}$ *est une* extension stable *si et seulement si* $\mathcal{E}$ *est sans conflit et attaque tout argument n'appartenant pas à* $\mathcal{E}$.

De nombreuses autres sémantiques ont été proposées par Dung ou d'autres auteurs mais le but de ce papier n'étant pas l'exhaustivité de ce point de vue, elles seront considérées dans de futurs travaux.

Étant donné une sémantique, le *statut* d'un argument est fonction de sa présence dans les extensions du système d'argumentation. Par exemple, un argument est "accepté sceptiquement" (resp. "crédulement") s'il apparaît dans toutes les extensions (resp. au moins une extension) et "rejeté" s'il n'appartient à aucune extension.

D'autre part, nous utilisons également le cadre formel de [13] pour définir la suppression d'un argument et de ses interactions :

Définition 4 (Suppression d'un argument) *Soit $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ un système d'argumentation.* Supprimer un argument $Z \in \mathbf{A}$ *interagissant avec d'autres arguments est une opération de changement $\ominus_i^a$ fournissant un nouveau système d'argumentation, définie par :*

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle \ominus_i^a Z = \langle \mathbf{A} \setminus \{Z\}, \mathbf{R} \setminus \mathcal{I}_z \rangle$$

où $\mathcal{I}_z$ représente l'ensemble des interactions concernant Z, i.e. l'ensemble $\{(Z, X) | (Z, X) \in \mathbf{R}\} \cup \{(X, Z) | (X, Z) \in \mathbf{R}\}$ [6].

L'ensemble des extensions de $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ est noté $\mathbf{E}$ (avec $\mathcal{E}_1, \ldots, \mathcal{E}_n$ dénotant les extensions). Un changement crée un nouveau système d'argumentation $\langle \mathbf{A}', \mathbf{R}' \rangle$ représenté par un graphe $\mathcal{G}'$, dont l'ensemble des extensions est noté $\mathbf{E}'$ (avec $\mathcal{E}'_1, \ldots, \mathcal{E}'_n$ dénotant les extensions). Nous supposons que le changement ne concerne pas la sémantique, et qu'ainsi cette dernière reste la même après le changement.

Notons que si un système d'argumentation $\langle \mathbf{A}', \mathbf{R}' \rangle$ est obtenu par suppression d'un argument Z dans le système d'argumentation $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$, alors $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ peut être obtenu par ajout de Z dans $\langle \mathbf{A}', \mathbf{R}' \rangle$. La dualité entre ajout et suppression mise ainsi en évidence a fait l'objet d'un travail spécifique (voir [8]).

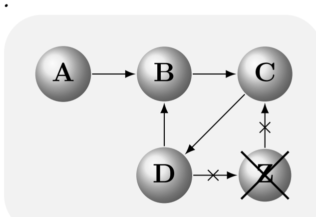
Une opération de changement a un impact sur la structure de l'ensemble des extensions et donc sur le statut d'arguments particuliers. Dans [13], de nombreuses propriétés ont été proposées (elles sont rappelées dans l'annexe 7.2). Parmi toutes ces propriétés, on trouve par exemple le changement expansif, que nous redéfinissons comme suit : un changement est expansif quand le nombre d'extensions reste le même, et quand toute extension de $\mathcal{G}'$ inclut strictement une extension de $\mathcal{G}$, et que toute extension de $\mathcal{G}$ est strictement incluse dans une extension de $\mathcal{G}'$ [7].

Définition 5 (Changement expansif) *Le changement de $\mathcal{G}$ à $\mathcal{G}'$ est expansif si et seulement si*

- $\mathbf{E} \neq \varnothing$, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$,
- $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$ *et*
- $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$.

Cette définition est plus restrictive que celle proposée par [13] [8] :

Exemple 1 *Sous les sémantiques préférée et basique, le changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, C), (D, Z)\}$ est expansif car :*



$\mathbf{E} = \{\{A\}\}$,

$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}$.

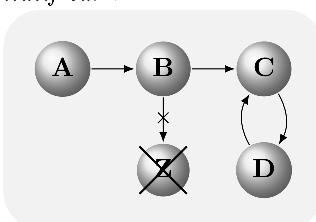
Sous la sémantique stable, le changement n'est pas expansif car $\mathbf{E} = \varnothing$ et $\mathbf{E}' = \{\{A, C\}\}$.

6. Dans le symbole $\ominus_i^a$, le a indique qu'il y a suppression d'un argument et le i signifie qu'il y a suppression des interactions avec cet argument.
7. La notation $\subset$ symbolise l'inclusion ensembliste stricte.
8. La troisième condition a été ajoutée afin de s'assurer que, lors d'un changement expansif, toutes les extensions existantes avant le changement soient toujours "présentes" après le changement (voir annexe 7.3).

Le premier apport de notre travail est l'introduction d'une nouvelle propriété qui pourrait être vue comme duale de la précédente [9]. Il s'agit du changement limitatif, où le nombre d'extensions reste le même tandis que toute extension de $\mathcal{G}'$ est strictement incluse dans une extension de $\mathcal{G}$ et toute extension de $\mathcal{G}$ inclut strictement une extension de $\mathcal{G}'$:

Définition 6 (Changement limitatif) *Le changement de $\mathcal{G}$ à $\mathcal{G}'$ est limitatif si et seulement si*
- $\mathbf{E} \neq \varnothing$, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$,
- $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_i$ *et*
- $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_i$.

Exemple 2 *Sous les sémantiques préférée, stable et basique, le changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(B, Z)\}$ est limitatif car :*

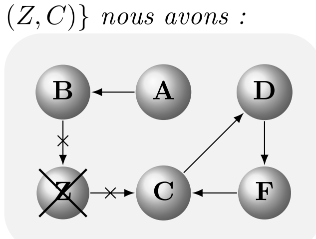


Préférée et stable :
$\mathbf{E} = \{\{A, C, Z\}, \{A, D, Z\}\}$ *et*
$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}$,

Basique : $\mathbf{E} = \{\{A, Z\}\}$ *et*
$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}$.

Un autre exemple permet d'illustrer le changement limitatif en montrant qu'il peut se produire pour certaines sémantiques et pas pour d'autres :

Exemple 3 *Dans le cadre des sémantiques préférée et basique, pour un changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(B, Z), (Z, C)\}$ nous avons :*



$\mathbf{E} = \{\{A, D, Z\}\}$,

$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}$.

Donc le changement est limitatif.

Alors que pour la sémantique stable, ce changement n'est pas limitatif car $\mathbf{E} = \{\{A, D, Z\}\}$ *et* $\mathbf{E}' = \varnothing$.

4 Retour sur l'exemple du procès

Le second apport de notre travail est de montrer que le cadre formel rappelé en section 3 est tout à fait adéquat pour modéliser le problème de la suppression d'arguments décrit en section 2. Ainsi, les systèmes d'argumentation du procureur et de l'avocat au début de l'audience sont représentés au tour 0 du tableau 3.

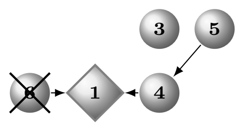
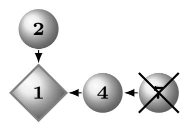
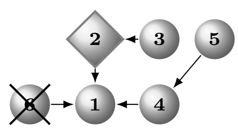
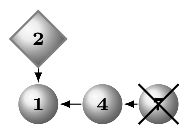
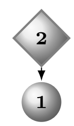
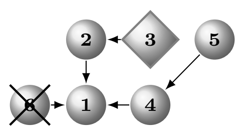
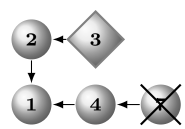
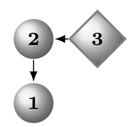
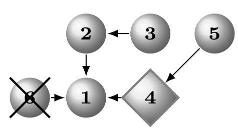
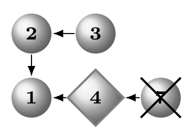
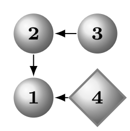
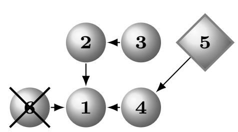
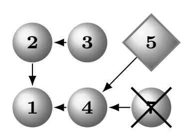
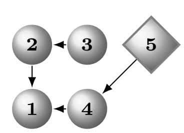
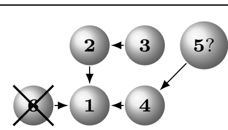
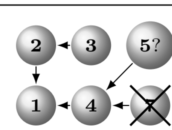
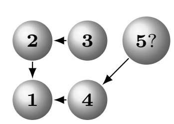
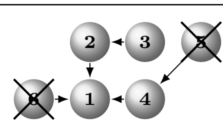
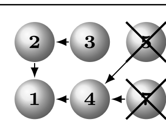
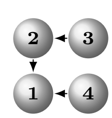
Au début du jeu, quelle que soit la sémantique choisie (préférée, basique ou stable), le système du procureur (resp. de l'avocat) admet l'unique extension $\mathcal{E} = \{1, 3, 5\}$ (resp. $\mathcal{E} = \{2, 4\}$). Notons qu'il est possible que chaque agent utilise sa propre sémantique puisque son raisonnement (et, *a fortiori*, son système d'argumentation et la sémantique associée) est personnel. Néanmoins, dans notre exemple, nous considérons que tous les agents utilisent la même sémantique car il semble naturel de supposer que le procureur et l'avocat de la défense connaissent la sémantique dont les jurés se servent et utilisent donc la même. De la même façon, nous supposons que les différents protagonistes partagent la même relation d'attaque entre arguments [10].

Notons qu'au début de l'audience, certaines attaques entre arguments peuvent n'apparaître sur aucun des systèmes d'argumentation des orateurs ; ici, par exemple,

9. Cette notion de dualité entre propriétés est elle aussi abordée dans [8] au même titre que la dualité entre ajout et suppression évoquée précédemment.

10. C'est-à-dire qu'en présence d'un même ensemble d'arguments, tous les agents considéreront les mêmes interactions (ils ont la même façon de calculer les conflits entre arguments).

Tableau 3 – *Évolution des systèmes d'argumentation au fil de l'audience (l'argument présenté lors du tour courant est mis en évidence par un losange)*

Tour (joueurs actifs durant le tour)	Système du procureur	Système de l'avocat	Système des jurés
0 (P)			
1 (A)			
2 (P)			
3 (A)			
4 (P)			
5 (A)			
6 – 9 (J;P;A)			

l'attaque de 3 vers 2, observable dès le tour 1 du tableau 3, n'est présente ni chez le procureur (qui ne connaissait pas 2), ni chez l'avocat (qui ne connaissait pas 3) au tour 0. Néanmoins, à chaque tour, ces derniers mettent à jour leur système d'argumentation lorsqu'ils rencontrent un argument qu'ils ne connaissaient pas (les jurés, qui au départ ne connaissent aucun argument, procèdent de même). Le tableau 3 montre l'évolution des différents systèmes d'argumentation tout au long de l'audience.

Lors de la délibération, les jurés doivent statuer sur le sujet de l'audience, *i.e.* l'argument 1. Pour cela, ils se penchent sur son statut (accepté ou rejeté) en calculant la (ou les) extension(s) de leur système d'argumentation en tenant compte de la sémantique choisie. Dans cet exemple, quelle que soit la sémantique adoptée par les jurés (préférée, basique ou stable), leur système d'argumentation ne possède qu'une seule extension $\mathcal{E} = \{3, 4\}$. L'accusé peut donc être jugé non coupable par les jurés puisque 1 n'appartient pas à l'extension.

Notons ici que la suppression de 5, sur lequel a porté l'objection, a eu une influence sur l'acceptabilité de 1. En effet, si l'objection avait été rejetée, 5 aurait pu défendre 1 et assurer sa présence dans l'extension, permettant à l'accusé d'être reconnu coupable. D'autre part, on peut constater que l'avocat a bien fait d'occulter 7 car cela a permis de sauver son client.

Rappelons que l'intérêt principal de cet exemple était d'illustrer la nécessité de prendre en compte la suppression d'arguments. Il ne permet cependant pas d'illustrer toutes les configurations possibles, puisque sa formalisation conduit à des systèmes d'argumentation ne possédant généralement qu'une seule extension. Nous serons donc amenés dans la suite de ce document à illustrer diverses propriétés à l'aide d'autres exemples.

5 Premiers pas vers une décision de suppression

Le troisième apport de ce travail concerne l'étude théorique de l'opération de suppression. Dans cette section, nous donnons quelques résultats caractérisant cette opération. Ainsi, un utilisateur pourra décider en connaissance de cause de faire une suppression particulière, selon la situation et ses objectifs. Notons que les propositions présentées ici sont les premiers résultats de notre étude à propos de l'opération de suppression. Ils méritent certainement d'être enrichis.

5.1 Quelques résultats concernant la "monotonie"

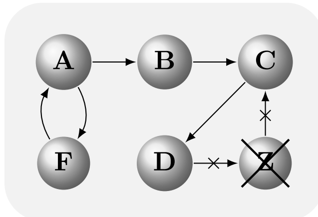
Dans le cadre du changement en argumentation, la "monotonie" évoque la conservation des extensions ; ainsi, après un changement monotone, les arguments déjà acceptés le restent. [13] en donnent la définition précise suivante : le changement de $\mathcal{G}$ à $\mathcal{G}'$ satisfait la monotonie si et seulement si toute extension de $\mathcal{G}$ est incluse dans au moins une extension de $\mathcal{G}'$. Ainsi, la proposition suivante nous permet de savoir dans quelles conditions un ensemble d'arguments accepté conjointement l'est toujours après le changement (rappelons que toutes les démonstrations sont données dans l'annexe 7.1) :

Proposition 1 *Dans le cadre de la suppression d'un argument Z,*

- *Si $\mathcal{E}$ est une extension préférée de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$ et donc il existe une extension préférée $\mathcal{E}'$ de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est une extension stable de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E}$ est stable dans $\mathcal{G}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$ où $\mathcal{E}'$ est l'extension basique de $\mathcal{G}'$.*

L'exemple suivant illustre la proposition ci-dessus pour les trois sémantiques considérées dans cet article.

Exemple 4 *Dans le cadre des sémantiques préférée et stable, pour un changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(D, Z), (Z, C)\}$ nous avons :*



Préférée :
$\mathbf{E} = \{\{A\}, \{B, D, F\}\}$ *et*
$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{B, D, F\}\}$.

Stable :
$\mathbf{E} = \{B, D, F\}\}$ *et*
$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{B, D, F\}\}$.

Pour la sémantique basique, nous avons $\mathbf{E} = \{\{\}\}$ *et* $\mathbf{E}' = \{\{\}\}$.

En conséquence de la proposition 1, on obtient une condition nécessaire et suffisante pour la monotonie :

Proposition 2 (Condition nécessaire et suffisante de monotonie) *Lors de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée, stable ou basique,*

$$(\forall \mathcal{E} \in \mathbf{E}, Z \notin \mathcal{E}) \text{ si et seulement si } (\forall \mathcal{E} \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}' \in \mathbf{E}' \text{ telle que } \mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}').$$

L'exemple 4 illustre déjà la proposition 2 en ce qui concerne la monotonie. Quant à la non-monotonie, elle est illustrée par l'exemple 2.

L'argument que l'on supprime appartenant potentiellement à une extension, il peut être intéressant de considérer aussi les conditions permettant une monotonie "*faible*", à la manière de [9] (conservation d'une extension sans tenir compte de l'argument supprimé) :

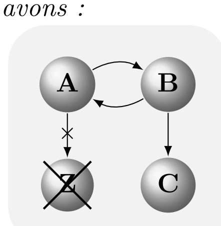
Proposition 3 *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, alors*
- *$\forall \mathcal{E}$ extension préférée de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$ et donc $\exists \mathcal{E}'$ extension préférée de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E} \setminus \{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$.*
- *$\forall \mathcal{E}$ extension stable de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est une extension stable de $\mathcal{G}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}'$.*

L'exemple 2 illustre fort bien la précédente proposition : on peut y voir que les extensions de $\mathcal{G}$, une fois l'argument Z retiré, sont toutes incluses dans une des extensions de $\mathcal{G}'$, sous les trois sémantiques (ici, elles sont égales).

Les propositions suivantes portent sur la conservation d'une extension suite au changement. La proposition 4 concerne toutes les sémantiques mais uniquement pour un cas particulier d'extensions (celles qui ne contiennent pas Z), alors que la proposition 5 concerne toutes les extensions mais seulement pour la sémantique préférée :

Proposition 4 *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z en sémantique préférée, stable ou basique, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, alors $\forall \mathcal{E}$ extension de $\mathcal{G}$ telle que $Z \notin \mathcal{E}$, $\mathcal{E}$ est une extension de $\mathcal{G}'$.*

Exemple 5 *Dans le cadre des sémantiques préférée et stable, pour un changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(A, Z)\}$ nous avons :*



$\mathbf{E} = \{\{A, C\}, \{B, Z\}\}$,

$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{B\}\}$.

Nous pouvons observer qu'une seule des deux extensions ($\{A, C\}$) est concernée par la proposition 4. En effet, elle ne contient pas l'argument Z, elle sera donc conservée telle quelle après suppression de Z. Quant à la sémantique basique, l'extension de départ étant vide, elle ne contient pas Z et sera conservée par le changement.

Proposition 5 *Dans le cadre de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$ alors, pour toute extension $\mathcal{E}_i$ de $\mathcal{G}$,*

– *Si* $Z \notin \mathcal{E}_i$ *alors* $\mathcal{E}_i$ *est une extension préférée de* $\mathcal{G}'$*.*
– *Si* $Z \in \mathcal{E}_i$ *alors* $\mathcal{E}_i \backslash \{Z\}$ *est une extension préférée de* $\mathcal{G}'$*.*
De plus, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$*.*

Il est possible de constater sur l'exemple 5 que le nombre d'extensions est effectivement conservé, notamment sous la sémantique préférée. De plus, l'extension de $\mathcal{G}$ contenant Z ($\{B, Z\}$) devient une extension de $\mathcal{G}'$ une fois Z retiré alors que l'autre extension de $\mathcal{G}$ ($\{A, C\}$) se révèle être une extension de $\mathcal{G}'$ sans nécessiter de modification.

5.2 Quelques résultats du changement expansif

L'intérêt du changement expansif est d'augmenter la taille des extensions (donc d'obtenir un plus grand nombre d'arguments dans chaque extension). Les propositions suivantes donnent les conditions sous lesquelles un changement ne peut pas être expansif ; ce sont des conditions nécessaires de changement expansif pour la sémantique stable (proposition 6), puis pour les sémantiques préférée et basique (proposition 7).

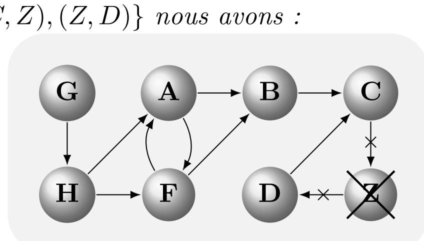
Proposition 6 *Il est impossible d'avoir un changement expansif de type suppression d'argument dans le cadre de la sémantique stable.*

Remarquons que l'exemple 1, construit pour illustrer le changement expansif, n'est pas valable pour la sémantique stable.

Proposition 7 *Lors de la suppression d'un argument* Z *en sémantique préférée ou basique, si ce changement est expansif, alors*
– Z *n'appartient à aucune extension de* $\mathcal{G}$ *et*
– Z *attaque au moins un élément de* $\mathcal{G}$*.*

L'exemple 6 illustre cette proposition.

Exemple 6 *Dans le cadre des sémantiques préférée et basique, pour un changement* $\ominus_i^a$ *avec* Z *et* $\mathcal{I}_z = \{(C, Z), (Z, D)\}$ *nous avons :*



Préférée :
$\mathbf{E} = \{\{A, G\}, \{F, G\}\}$ *et*
$\mathbf{E}' = \{\{A, D, G\}, \{D, F, G\}\}$.

Basique :
$\mathbf{E} = \{\{G\}\}$ *et* $\mathbf{E}' = \{\{D, G\}\}$.

5.3 Quelques résultats du changement limitatif

De façon duale au changement expansif, le changement limitatif restreint la taille des extensions. Ceci peut être souhaitable lorsque l'on désire réduire les possibilités d'argumentation d'un adversaire. La proposition suivante donne une condition nécessaire de changement limitatif.

Proposition 8 *Dans le cadre d'une suppression d'un argument* Z *en sémantique préférée, stable ou basique, si le changement est limitatif, alors il existe une extension* $\mathcal{E}$ *de* $\mathcal{G}$ *telle que* $Z \in \mathcal{E}$*.*

En effet, supprimer un argument absent d'une extension n'inflige aucune perte à cette dernière, puisque l'argument supprimé n'est en rien nécessaire à l'acceptabilité des arguments de l'extension. Par ailleurs, si un changement est limitatif, alors toute extension perd des arguments et, par conséquent, l'argument supprimé était présent dans au moins l'une d'entre elles. L'exemple 2 en est une illustration.

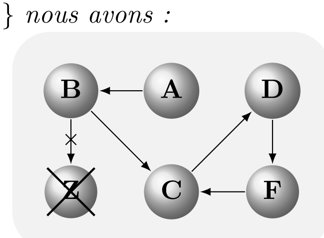
Pour les sémantiques préférée et basique, il est aussi possible d'avoir une condition suffisante.

Tableau 4 – *Synthèse des conditions nécessaires et/ou suffisantes suivant les sémantiques (S : stable, P : préférée, B : basique)*

Numéro	**Correspond à**	**Sémantique**
Proposition 2	CNS pour la monotonie	S, P, B
Proposition 3	CS pour la monotonie faible	S, P, B
Proposition 4	CS pour la conservation d'une extension	S, P, B
Proposition 5	CS pour la conservation d'une extension	P
Proposition 6	CN pour un changement expansif	S
Proposition 7	CN pour un changement expansif	P, B
Proposition 8	CN pour un changement limitatif	S, P, B
Proposition 9	CS pour un changement limitatif	P, B

Proposition 9 *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z en sémantique préférée ou basique, si Z n'attaque aucun argument et appartient à toutes les extensions, alors le changement est limitatif.*

Exemple 7 *Dans le cadre des sémantiques préférée et basique, pour un changement $\ominus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(B, Z)\}$ nous avons :*



$\mathbf{E} = \{\{A, Z\}\}$,

$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}$.

Remarquons bien que la proposition est fausse pour la sémantique stable puisque $\mathbf{E} = \varnothing$ et $\mathbf{E}' = \varnothing$.

5.4 Synthèse des résultats

Nous avons présenté des propositions permettant la caractérisation de l'opération de suppression. Ces résultats, résumés au sein du tableau 4, permettent de connaître le comportement de cette opération en différentes circonstances et donc de raisonner sur son utilité en amont.

Ainsi, si un utilisateur souhaite ne pas conserver l'une des extensions du système, il peut se référer à la proposition 2 et en déduire que la suppression doit concerner un argument appartenant à cette extension.

Revenons à l'exemple et examinons-le à travers le prisme de ces différentes propriétés. L'avocat, depuis son occultation au tour 0 et jusqu'au tour 3, a intérêt à faire des changements monotones puisque dans son système l'argument 1 (prônant la culpabilité de son client) est rejeté (les changements qui se produisent au cours de ces tours étant des ajouts c'est la propriété 20 de [13] qui garantit la monotonie). Après le tour 4, l'argument 1 devient accepté (grâce à l'habileté du procureur). À cette étape, pour l'avocat, il faut absolument que le changement suivant soit non monotone. Il choisit une objection (donc une suppression) et l'argument qu'il supprime appartient bien à l'unique extension courante, la non-monotonie est donc garantie par la proposition 2 [11].

11. Notons que l'avocat désire une non-monotonie mais pas n'importe laquelle, c'est pour cela qu'il a choisi de retirer l'argument 5 plutôt qu'un autre.

6 Mise en perspective et conclusion

Dans cet article, nous avons étudié un changement particulier en argumentation : la suppression d'un argument et de ses interactions. Nous avons tout d'abord proposé un exemple provenant du monde juridique pour présenter la suppression et en montrer au moins deux utilisations distinctes, *rejet par objection* et *occultation*. Après avoir rappelé les bases théoriques de l'argumentation, nous avons modélisé l'exemple du procès en montrant l'impact de ces suppressions. Puis nous avons étudié quelques propriétés de l'opération de suppression.

Bien que la suppression d'un argument soit peu abordée, nous pouvons citer au moins trois travaux s'y intéressant.

– [9] étudient la suppression d'arguments et d'attaques (appelée "abstraction") sous une forme un peu particulière puisque les auteurs s'intéressent aux cas où il n'existe qu'une extension unique que l'on cherche à conserver à l'identique suite à une suppression [12]. Les différents résultats donnés par [9] permettent de caractériser en fonction des sémantiques utilisées (en général la sémantique basique) certains ensembles spécifiques d'attaques à supprimer afin de respecter cette conservation d'extension. Ce travail donne aussi une caractérisation de la propriété de conservation lors de la suppression d'un argument, cette caractérisation est exprimée en fonction des interactions entre cet argument et le système d'argumentation. Cela nous a conduit à la notion de monotonie "faible" et aux conditions exprimées dans la proposition 3.
– [5] traitent la question de la modification d'un système d'argumentation de manière à garantir qu'un ensemble donné d'arguments soit contenu dans une extension, ce qu'ils appellent "*enforcement*". Les modifications considérées sont l'ajout d'arguments (et des interactions associées) et le changement de sémantique. Des résultats d'impossibilité et des résultats concernant la monotonie sont proposés. Les auteurs soulignent que la suppression d'argument présente peu d'intérêt pour le problème considéré, puisqu'il suffirait de supprimer tous les arguments autres que ceux que l'on veut garantir. En revanche, si l'on considère un critère de changement minimal, il nous paraît intéressant de chercher les ensembles minimaux d'arguments à supprimer de manière à garantir l'acceptation d'un ensemble donné d'arguments. C'est une des perspectives de notre travail.
– Notons enfin que [13] donnent aussi des exemples de suppression illustrant diverses propriétés du changement. Par ailleurs, ce même article montre qu'un parallèle entre l'addition dans un système d'argumentation et la révision au sens de [1] (AGM) n'est pas opportun (les formalismes sont différents et la notion de consistance au cœur du travail d'AGM n'a pas d'équivalent en argumentation). Pour les mêmes raisons, le parallèle entre la suppression d'argument et l'opération de contraction proposée par AGM n'est pas facilement envisageable (même si certaines notions d'AGM ont inspiré nos travaux).

Par ailleurs, des travaux explorent le changement au niveau des attaques plutôt que des arguments. Ainsi, [11] étudient un protocole argumentatif permettant à un groupe d'agents de statuer sur l'acceptabilité d'un argument donné. Ces agents possèdent le même ensemble d'arguments (qui n'évolue pas) et partagent la même sémantique (la sémantique basique), mais peuvent diverger quant aux attaques existant dans leurs systèmes. Ce travail s'intéresse tout particulièrement à l'impact de l'ajout et de la suppression d'attaque sur l'acceptabilité de l'argument étudié. Bien que les changements sur la relation d'attaque et les changements sur l'ensemble des arguments soient de type différent, une combinaison des deux approches pourrait être intéressante.

De nombreux points de notre travail sont à préciser et à améliorer. Voici quelques-unes des futures orientations de nos recherches :

– Nous prévoyons d'approfondir l'étude des propriétés de la suppression.
– Intuitivement, il semble qu'un argument objecté, et donc supprimé, fait néanmoins son effet sur l'auditoire ; des jurés ne peuvent instantanément sortir cet argument de leur esprit

12. Cette "conservation de l'extension" conservera tous les arguments à l'exception de l'argument supprimé.

et risquent d'en être influencés. On pourrait donc étudier l'impact que peut avoir un tel argument sur les préférences des jurés, ce qui traduirait cette influence.

– Le changement limitatif peut être vu comme une propriété duale du changement expansif, tout comme la suppression paraît être duale de l'addition. Cette notion de *dualité* entre opérations et changements a déjà fait l'objet d'une étude préliminaire (voir [8]) mais mérite d'être approfondie.
– Dans l'exemple illustratif, nous avons vu qu'il peut être profitable de ne pas révéler certains arguments. Une de nos perspectives est de caractériser les situations, à la manière de [16], où il est crucial de sélectionner les arguments à révéler ou à cacher. Cela nous permettra d'élaborer des stratégies pour maximiser les chances d'avoir une audience plus favorable à un argument spécifique. Par ailleurs, il serait intéressant de se concentrer particulièrement sur les cas où les participants ne partagent pas la même sémantique, et sur les choix stratégiques qui pourraient survenir en conséquence.

Remerciements : Les auteurs remercient les relecteurs anonymes dont les remarques ont permis d'améliorer la qualité de l'article.

Références

[1] C. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson. On the logic of theory change : partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50 :510–530, 1985.

[2] L. Amgoud and F. Dupin de Saint-Cyr. Extracting the core of a persuasion dialog to evaluate its quality. In Claudio Sossai and Gaetano Chemello, editors, *Proceedings of the 10th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty*, volume LNAI 5590 of *ECSQARU '09*, pages 59–70, Berlin, Heidelberg, 2009. Springer-Verlag.

[3] Leila Amgoud and Claudette Cayrol. Inferring from inconsistency in preference-based argumentation frameworks. *International Journal of Automated Reasoning*, 29(2) :125–169, janvier 2002.

[4] Leila Amgoud, Nicolas Maudet, and Simon Parsons. Modelling dialogues using argumentation. In *Proc. of ICMAS*, pages 31–38, juillet 2000.

[5] Ringo Baumann and Gerhard Brewka. Expanding argumentation frameworks : Enforcing and monotonicity results. In *Proceeding of the 2010 conference on Computational Models of Argument : Proceedings of COMMA 2010*, pages 75–86, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 2010. IOS Press.

[6] Pierre Bisquert. Changement dans un système d'argumentation : suppression d'un argument. In *10ème Rencontres des Jeunes Chercheurs en Intelligence Artificielle (RJCIA)*, pages 841–854. Presses Universitaires des Antilles et de la Guyane, 2011.

[7] Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint Cyr - Bannay, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in argumentation systems : exploring the interest of removing an argument (regular paper). In Salem Benferhat and John Grant, editors, *International Conference on Scalable Uncertainty Management (SUM), Dayton, Ohio, 10/10/2011-12/10/2011*, pages 275–288, http ://www.springerlink.com/, 2011. Springer-Verlag.

[8] Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Le changement en argumentation : Typologie et dualités. Technical Report RR–2012-2–FR, IRIT, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse, France, Janvier 2012. ftp ://ftp.irit.fr/pub/IRIT/ADRIA/report_dual.pdf.

[9] Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Abstraction principles and the grounded extension. In *Proc. of ECSQARU (LNAI 5590)*, pages 107–118, 2009.

[10] Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Attack refinement and the grounded extension. In *Proc. of AAMAS*, pages 1213–1214, 2009.

[11] Elise Bonzon and Nicolas Maudet. On the outcomes of multiparty persuasion. In *Proceedings of the 10th International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2011)*, pages 47–54, May 2011. Runner-up for the best paper award.

[12] Gerhard Brewka. Dynamic argument systems : A formal model of argumentation processes based on situation calculus. *Journal of Logic and Computation*, 11(2) :257–282, 2001.

[13] Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in abstract argumentation frameworks : Adding an argument. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 38 :49–84, mai 2010.

[14] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.

[15] Martín O. Moguillansky, Nicolás D. Rotstein, Marcelo A. Falappa, Alejandro J. García, and Guillermo R. Simari. Argument theory change through defeater activation. In *Proceeding of the 2010 conference on Computational Models of Argument : Proceedings of COMMA 2010*, pages 359–366, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 2010. IOS Press.

[16] Iyad Rahwan, Kate Larson, and Fernando Tohmé. A characterisation of strategy-proofness for grounded argumentation semantics. In *Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, pages 251–256, San Francisco, CA, USA, 2009. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Annexe

7 Annexes

7.1 Démonstrations

Proposition 1. — *Dans le cadre de la suppression d'un argument Z,*

- *Si $\mathcal{E}$ est une extension préférée de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$ et donc il existe une extension préférée $\mathcal{E}'$ de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est une extension stable de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E}$ est stable dans $\mathcal{G}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}$ et $Z \notin \mathcal{E}$ alors $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$ où $\mathcal{E}'$ est l'extension basique de $\mathcal{G}'$.*

Preuve de la proposition 1. —

- **Sémantique préférée** : Il suffit de montrer que toute extension $\mathcal{E}$ de $\mathcal{G}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$. Soit $\mathcal{E} \in \mathbf{E}$:
  - $\mathcal{E}$ est sans conflit dans $\mathcal{G}$ et donc toujours sans conflit dans $\mathcal{G}'$.
  - Montrons que $\mathcal{E}$ défend ses éléments dans $\mathcal{G}'$.
    Si $X \in \mathcal{E}$ tel que X est attaqué par Y dans $\mathcal{G}'$, alors X est également attaqué par Y dans $\mathcal{G}$, or $X \in \mathcal{E}$, donc il est défendu par un argument $T \in \mathcal{E}$ qui attaque Y dans $\mathcal{G}$. Comme par hypothèse $Z \notin \mathcal{E}$, on sait que $T \neq Z$, donc $T \in A'$ et donc T attaque aussi Y dans $\mathcal{G}'$. Ainsi, $\mathcal{E}$ défend X dans $\mathcal{G}'$.

  $\mathcal{E}$ est donc admissible. En conclusion, puisque $\mathcal{E}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$, elle est incluse dans une des extensions préférées de $\mathcal{G}'$.

- **Sémantique stable** : Il suffit de montrer que toute extension stable $\mathcal{E}$ de $\mathcal{G}$ est aussi une extension stable dans $\mathcal{G}'$. Soit $\mathcal{E} \in \mathbf{E}$:
  - $\mathcal{E}$ est sans conflit dans $\mathcal{G}$ et donc toujours sans conflit dans $\mathcal{G}'$.
  - Si $Y \in A'$ et $Y \notin \mathcal{E}$, alors $Y \in A$ et $Y \notin \mathcal{E}$.
    Comme l'extension $\mathcal{E}$ est stable dans $\mathcal{G}$, $\mathcal{E}$ attaque Y dans $\mathcal{G}$. Donc, il existe $T \in \mathcal{E}$ tel que T attaque Y. Comme par hypothèse, $Z \notin \mathcal{E}$, on sait que $Z \neq T$ et donc T attaque Y dans $\mathcal{G}'$.

  $\mathcal{E}$ est donc stable dans $\mathcal{G}'$.

- **Sémantique basique** :
  Cas où $\mathbf{E} = \{\{\}\}$: On sait que $\mathbf{E}'$ est non vide (puisque nous sommes dans le cadre de la sémantique basique). Donc il existe $\mathcal{E}' \in \mathbf{E}'$. Comme $\mathcal{E} = \varnothing \subseteq \mathcal{E}'$, la proposition est vraie.

  Cas où $\mathbf{E} \neq \{\{\}\}$: Il suffit de montrer que l'extension $\mathcal{E}$ de $\mathcal{G}$ est incluse dans l'extension basique $\mathcal{E}'$ de $\mathcal{G}'$.
  Nous savons, grâce à la définition 1, que la relation binaire $\mathbf{R}$ est finie. Or, d'après [14], si $\mathbf{R}$ est finie, alors $\mathcal{E} = \bigcup_{i \geq 1} \mathcal{F}^i(\varnothing)$ et $\mathcal{E}' = \bigcup_{i \geq 1} \mathcal{F}'^i(\varnothing)$. Prouvons par induction sur $i \geq 1$ que $\mathcal{F}^i(\varnothing) \subseteq \mathcal{F}'^i(\varnothing)$.
  - $i = 1$: pour tout argument Y, si $Y \in \mathcal{F}(\varnothing)$ alors Y n'est pas attaqué dans $\mathcal{G}$. La suppression de Z ne changeant rien à cela, Y n'est donc pas attaqué dans $\mathcal{G}'$, et donc $Y \in \mathcal{F}'(\varnothing)$.
  - Hypothèse d'induction (pour $1 \leq i \leq p, \mathcal{F}^i(\varnothing) \subseteq \mathcal{F}'^i(\varnothing)$) : soit $\mathcal{S} = \mathcal{F}^p(\varnothing)$ et $\mathcal{S}' = \mathcal{F}'^p(\varnothing)$.
    Tout d'abord, prouvons que $\mathcal{F}(\mathcal{S}) \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S})$. Soit $Y \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$. Par définition, $\mathcal{F}(\mathcal{S}) \subseteq \mathcal{E}$, donc $Y \in \mathcal{E}$. Si Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}'$, alors Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}$. Mais puisque $Y \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$, $\mathcal{S}$ défend Y dans $\mathcal{G}$, donc $\exists T \in \mathcal{S}$ tel que T attaque X dans $\mathcal{G}$.
    Par hypothèse, $Z \notin \mathcal{E}$, donc $Z \notin \mathcal{S}$, donc $T \neq Z$ et donc $T \in \mathbf{A}'$. Ainsi, $\mathcal{S}$ défend Y dans $\mathcal{G}'$. Donc $Y \in \mathcal{F}'(\mathcal{S})$.
    Nous venons de montrer que $\mathcal{F}(\mathcal{S}) \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S})$ et nous avons aussi, par l'hypothèse d'induction, $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{S}'$. Sachant que, par définition, $\mathcal{F}'$ est monotone, nous avons $\mathcal{F}(\mathcal{S}) = \mathcal{F}^{p+1}(\varnothing) \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}) \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}') = \mathcal{F}'^{p+1}(\varnothing)$. Donc, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$.

■

Proposition 2. — *Lors de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée, stable ou basique, ($\forall \mathcal{E} \in \mathbf{E}$, $Z \notin \mathcal{E}$) si et seulement si ($\forall \mathcal{E} \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}' \in \mathbf{E}'$ telle que $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$).*

Preuve de la proposition 2. —

Condition nécessaire : Quelle que soit la sémantique, c'est une conséquence directe de la proposition 1.

Condition suffisante : On prouve la contraposée. Quelle que soit la semantique, s'il existe une extension $\mathcal{E} \in \mathbf{E}$ telle que $Z \in \mathcal{E}$ alors $\forall \mathcal{E}' \in \mathbf{E}'$, $\mathcal{E} \not\subseteq \mathcal{E}'$ car, du fait de la suppression, Z n'appartient à aucune des extensions de $\mathcal{G}'$. Donc, $\exists \mathcal{E} \in \mathbf{E}$ telle que $\forall \mathcal{E}' \in \mathbf{E}'$ $\mathcal{E} \not\subseteq \mathcal{E}'$.

■

Proposition 3. — *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, alors*

- *$\forall \mathcal{E}$ extension préférée de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est admissible dans $\mathcal{G}'$ et donc $\exists \mathcal{E}'$ extension préférée de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E} \setminus \{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$.*
- *$\forall \mathcal{E}$ extension stable de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est une extension stable de $\mathcal{G}'$.*
- *Si $\mathcal{E}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ est l'extension basique de $\mathcal{G}'$.*

Preuve de la proposition 3. —

Sémantique préférée : $\mathcal{E}$ est sans conflit dans $\mathcal{G}$ et donc $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est sans conflit dans $\mathcal{G}'$.

Montrons que $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ défend ses éléments dans $\mathcal{G}'$. Si $X \in \mathcal{E} \setminus \{Z\}$ tel que X est attaqué par Y dans $\mathcal{G}'$, alors X est également attaqué par Y dans $\mathcal{G}$, or $X \in \mathcal{E}$ donc il est défendu par un argument $T \in \mathcal{E}$ qui attaque Y dans $\mathcal{G}$. Comme, par hypothèse, Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, on sait que $T \neq Z$, donc $T \in \mathcal{E}\setminus\{Z\}$ et T attaque Y dans $\mathcal{G}'$. Ainsi, $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ défend X dans $\mathcal{G}'$.

Sémantique stable : soit un argument Y tel que $Y \notin \mathcal{E} \setminus \{Z\}$, et $Y \in \mathcal{G}'$. Alors, $Y \neq Z$ et donc $Y \notin \mathcal{E}$. Or, $\mathcal{E}$ est une extension stable de $\mathcal{G}$, donc $\mathcal{E}$ attaque Y dans $\mathcal{G}$. Comme Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ attaque également Y dans $\mathcal{G}$. Or, étant dans le cadre de la suppression de Z, $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ attaque aussi Y dans $\mathcal{G}'$ et donc $\mathcal{E} \setminus \{Z\}$ est stable dans $\mathcal{G}'$.

Sémantique basique : nous savons, grâce à la définition 1, que la relation binaire $\mathbf{R}$ est finie. Or, d'après [14], si $\mathbf{R}$ est finie, alors $\mathcal{E} = \bigcup_{i\geq 1} \mathcal{F}^i(\varnothing)$ et $\mathcal{E}' = \bigcup_{i\geq 1} \mathcal{F}'^i(\varnothing)$. Nous allons tout d'abord montrer, par induction sur i, que $\mathcal{E}\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$, puis que $\mathcal{E}' \subseteq \mathcal{E}\setminus\{Z\}$ en montrant que $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ est un point fixe de $\mathcal{F}'$.

- Prouvons par induction sur $i \geq 1$ que $\mathcal{F}^i(\varnothing)\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'^i(\varnothing)$.
  - $i = 1$: si $Y \in \mathcal{F}(\varnothing)\setminus\{Z\}$ alors $Y \in \mathcal{G}'$ et Y n'est pas attaqué dans $\mathcal{G}$, donc Y n'est pas attaqué dans $\mathcal{G}'$ et $Y \in \mathcal{F}'(\varnothing)$.
  - Hypothèse d'induction (pour $1 \leq i \leq p, \mathcal{F}^i(\varnothing)\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'^i(\varnothing)$) : soit $\mathcal{S} = \mathcal{F}^p(\varnothing)$ et $\mathcal{S}' = \mathcal{F}'^p(\varnothing)$. Tout d'abord, prouvons que $\mathcal{F}(\mathcal{S})\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}\setminus\{Z\})$.
    Soit $Y \in \mathcal{F}(\mathcal{S})\setminus\{Z\}$. Si Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}'$, alors Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}$. $Y \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$, donc $\mathcal{S}$ défend Y dans $\mathcal{G}$ et il existe un argument $T \in \mathcal{S}$ tel que T attaque X dans $\mathcal{G}$. Comme Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, $T \neq Z$ donc $T \in \mathcal{S}\setminus\{Z\}$ et donc $\mathcal{S}\setminus\{Z\}$ défend Y dans $\mathcal{G}'$. Donc $Y \in \mathcal{F}'(\mathcal{S}\setminus\{Z\})$.
    Nous avons donc $\mathcal{F}(\mathcal{S})\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}\setminus\{Z\})$. Par l'hypothèse d'induction, $\mathcal{S}\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{S}'$. Sachant que $\mathcal{F}'$ est monotone, nous avons $\mathcal{F}'(\mathcal{S}\setminus\{Z\}) \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}')$, d'où $\mathcal{F}^{p+1}(\varnothing)\setminus\{Z\} = \mathcal{F}(\mathcal{S})\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{S}') = \mathcal{F}'^{p+1}(\varnothing)$. Donc $\mathcal{E}\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$.
- Prouvons maintenant que $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ est un point fixe de $\mathcal{F}'$, c'est-à-dire que $\mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\}) = \mathcal{E}\setminus\{Z\}$.
  - Montrons tout d'abord que $\mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\}) \subseteq \mathcal{E}\setminus\{Z\}$: soit $Y \in \mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\})$. Alors $Y \neq Z$. Si un argument X attaque Y dans $\mathcal{G}$, puisque Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, $X \neq Z$, donc Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}'$. Donc il existe un argument $T \in \mathcal{E}\setminus\{Z\}$ tel que T attaque X dans $\mathcal{G}'$. Donc T attaque X dans $\mathcal{G}$ et $\mathcal{E}$ défend Y dans $\mathcal{G}$. Donc $Y \in \mathcal{F}(\mathcal{E}) = \mathcal{E}$ et comme $Y \neq Z$, $Y \in \mathcal{E}\setminus\{Z\}$. Donc $\mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\}) \subseteq \mathcal{E}\setminus\{Z\}$
  - Montrons ensuite que $\mathcal{E}\setminus\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\})$: soit $Y \in \mathcal{E}\setminus\{Z\}$. Si un argument X attaque Y dans $\mathcal{G}'$, alors X attaque Y dans $\mathcal{G}$. Comme $Y \in \mathcal{E} = \mathcal{F}(\mathcal{E})$, $\mathcal{E}$ défend Y dans $\mathcal{G}$. Donc il existe un argument $T \in \mathcal{E}$ tel que T attaque X dans $\mathcal{G}$. $T \neq Z$ donc $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ attaque X dans $\mathcal{G}$ et donc $\mathcal{E}\setminus\{Z\}$ défend Y dans $\mathcal{G}'$. Ainsi, $Y \in \mathcal{F}'(\mathcal{E}\setminus\{Z\})$ et donc

$\mathcal{E}\backslash\{Z\} \subseteq \mathcal{F}'(\mathcal{E}\backslash\{Z\})$.

$\mathcal{E}'$ étant par définition le plus petit point fixe de $\mathcal{F}'$, il en découle que $\mathcal{E}' \subseteq \mathcal{E}\backslash\{Z\}$. Ainsi, $\mathcal{E}' = \mathcal{E}\backslash\{Z\}$.

■

PROPOSITION 4. — *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z en sémantique préférée, stable ou basique, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, alors $\forall\mathcal{E}$ extension de $\mathcal{G}$ telle que $Z \notin \mathcal{E}$, $\mathcal{E}$ est une extension de $\mathcal{G}'$.*

La démonstration de cette proposition nécessite l'utilisation du lemme suivant :

Lemme 1 *Dans le cadre de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée, si $\mathcal{E}'_j$ est admissible dans $\mathcal{G}'$ et Z n'attaque pas $\mathcal{E}'_j$ dans $\mathcal{G}$, alors $\mathcal{E}'_j$ est admissible dans $\mathcal{G}$.*

PREUVE DU LEMME 1. — Soit $\mathcal{E}'_j$ un ensemble admissible dans $\mathcal{G}'$. $\mathcal{E}'_j$ reste sans conflit dans $\mathcal{G}$. Soit un argument $Y \in \mathcal{E}'_j$ tel qu'il est attaqué par un argument X dans $\mathcal{G}$. Par hypothèse, Z n'attaque pas $\mathcal{E}'_j$ donc $X \neq Z$. Donc Y est attaqué par X dans $\mathcal{G}'$. $\mathcal{E}'_j$ est admissible donc défend Y dans $\mathcal{G}'$. Il défend donc aussi Y dans $\mathcal{G}$. ■

PREUVE DE LA PROPOSITION 4. —

- **Sémantique préférée** : soit $\mathcal{E}$ une extension préférée de $\mathcal{G}$. D'après la proposition 3, il existe une extension $\mathcal{E}'$ de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E} \setminus \{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$. Or, $Z \notin \mathcal{E}$, donc $\mathcal{E} = \mathcal{E} \setminus \{Z\} \subseteq \mathcal{E}'$. Par ailleurs, d'après le lemme 1, puisque Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$, toute extension de $\mathcal{G}'$ est admissible dans $\mathcal{G}$, donc il existe une extension $\mathcal{E}_i$ de $\mathcal{G}$ telle que $\mathcal{E}' \subseteq \mathcal{E}_i$. Donc $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}' \subseteq \mathcal{E}_i$. Or, $\mathcal{E}$ est un ensemble admissible maximal pour l'inclusion dans $\mathcal{G}$. Donc $\mathcal{E} = \mathcal{E}' = \mathcal{E}_i$. Ainsi, $\mathcal{E}$ est une extension de $\mathcal{G}'$.
- **Sémantiques stable et basique** : découle directement de la proposition 3 et du fait que $\mathcal{E} \setminus \{Z\} = \mathcal{E}$.

■

PROPOSITION 5. — *Dans le cadre de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée, si Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$ alors, pour toute extension $\mathcal{E}_i$ de $\mathcal{G}$,*

- *Si $Z \notin \mathcal{E}_i$ alors $\mathcal{E}_i$ est une extension préférée de $\mathcal{G}'$.*
- *Si $Z \in \mathcal{E}_i$ alors $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$ est une extension préférée de $\mathcal{G}'$.*

De plus, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$.

PREUVE DE LA PROPOSITION 5. — Nous allons tout d'abord montrer que $\forall\mathcal{E}_i \in \mathbf{E}$, si $Z \notin \mathcal{E}_i$ (resp. si $Z \in \mathcal{E}_i$) alors $\exists\mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}',\ \mathcal{E}_i \subseteq \mathcal{E}'_j$ (resp. $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\} \subseteq \mathcal{E}'_j$), puis que $\forall\mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}'$, si $Z \notin \mathcal{E}_i$ (resp. si $Z \in \mathcal{E}_i$) alors $\exists\mathcal{E}_i \in \mathbf{E},\ \mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i$ (resp. $\mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$).

- Soit $\mathcal{E}_i$ une extension préférée de $\mathcal{G}$.
  - Si $Z \notin \mathcal{E}_i$, d'après la proposition 4, $\mathcal{E}_i$ est une extension de $\mathcal{G}'$.
  - Si $Z \in \mathcal{E}_i$, d'après la proposition 3, il existe une extension préférée $\mathcal{E}'_j$ de $\mathcal{G}'$ telle que $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\} \subseteq \mathcal{E}'_j$. $Z \in \mathcal{E}_i$, donc $\mathcal{E}_i$ défend Z dans $\mathcal{G}$. Mais Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$ donc $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$ défend Z dans $\mathcal{G}$. Donc, en tant que sur-ensemble, $\mathcal{E}'_j$ défend aussi Z dans $\mathcal{G}$. D'après le lemme 1, $\mathcal{E}'_j$ est admissible dans $\mathcal{G}$. Donc $\mathcal{E}'_j \cup \{Z\}$ est un ensemble admissible dans $\mathcal{G}$. Alors, il existe une extension préférée $\mathcal{E}_k$ de $\mathcal{G}$ telle que $\mathcal{E}'_j \cup \{Z\} \subseteq \mathcal{E}_k$.
    Ainsi, nous avons $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\} \subseteq \mathcal{E}'_j$, $Z \in \mathcal{E}_i$ et $\mathcal{E}'_j \cup \{Z\} \subseteq \mathcal{E}_k$. Donc, $\mathcal{E}_i \subseteq \mathcal{E}'_j \cup \{Z\} \subseteq \mathcal{E}_k$. $\mathcal{E}_i$ et $\mathcal{E}_k$ étant des ensembles admissibles maximaux pour l'inclusion, $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_k = \mathcal{E}'_j \cup \{Z\}$ et donc $\mathcal{E}'_j = \mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$.

  Cette première partie prouve que $|\mathbf{E}'| \geq |\mathbf{E}|$.

- Soit $\mathcal{E}'_j$ une extension préférée de $\mathcal{G}'$. D'après le lemme 1, $\mathcal{E}'_j$ est admissible dans $\mathcal{G}$ donc il existe une extension préférée $\mathcal{E}_i$ de $\mathcal{G}$ telle que $\mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i$.
  - Si $Z \notin \mathcal{E}_i$, d'après la proposition 4, $\mathcal{E}_i$ est une extension de $\mathcal{G}'$, donc $\mathcal{E}'_j = \mathcal{E}_i$ et $\mathcal{E}'_j$ est une extension de $\mathcal{G}$.
  - Si $Z \in \mathcal{E}_i$, d'après la première partie de la preuve, $\mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$ est une extension préférée de $\mathcal{G}'$. On a ainsi $\mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i$ et $Z \notin \mathcal{E}'_j$, donc $\mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i\backslash\{Z\}$. Une extension étant un ensemble

admissible maximal pour l'inclusion, on a $\mathcal{E}'_j = \mathcal{E}_i \backslash \{Z\}$ et donc $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}'_j \cup \{Z\}$. $\mathcal{E}'_j \cup \{Z\}$ est donc une extension préférée de $\mathcal{G}$.

Cette deuxième partie prouve que $|\mathbf{E}| \geq |\mathbf{E}'|$. Ainsi, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$.

■

PROPOSITION 6. — *Il est impossible d'avoir un changement expansif de type suppression d'argument dans le cadre de la sémantique stable.*

PREUVE DE LA PROPOSITION 6. — Raisonnons par l'absurde : supposons qu'il existe une suppression expansive. On suppose donc que $\mathbf{E} \neq \varnothing$, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$, et pour toute extension $\mathcal{E}'$ de $\mathcal{G}'$, il existe une extension $\mathcal{E}$ de $\mathcal{G}$ telle que $\mathcal{E} \subset \mathcal{E}'$. Intéressons-nous à une extension quelconque de $\mathcal{G}'$ que nous nommons $\mathcal{E}'_j$; il existe donc une extension $\mathcal{E}_i$ de $\mathcal{G}$ telle que $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$. Donc il existe un argument $Y \in \mathcal{E}'_j$ tel que $Y \notin \mathcal{E}_i$. Notons que $Y \in \mathcal{G}$ puisque nous sommes dans le cadre de la suppression d'un argument. $\mathcal{E}_i$ étant stable dans $\mathcal{G}$, il existe un argument $T \in \mathcal{E}_i$ tel que T attaque Y dans $\mathcal{G}$. Or, $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$, donc $T \in \mathcal{E}'_j$, et, par hypothèse, $Y \in \mathcal{E}'_j$. Donc T attaque Y dans $\mathcal{G}'$ et donc $\mathcal{E}'_j$ n'est pas sans conflit, ce qui contredit notre hypothèse de départ. ■

PROPOSITION 7. — *Lors de la suppression d'un argument Z en sémantique préférée ou basique, si ce changement est expansif, alors*

- *Z n'appartient à aucune extension de $\mathcal{G}$ et*
- *Z attaque au moins un élément de $\mathcal{G}$.*

Preuve de la proposition 7. —

- Le premier point découle directement de la définition du changement expansif et de la proposition 2, aussi bien pour la sémantique préférée que pour la sémantique basique.
- Pour le second point, nous avons deux sémantiques à traiter :
  - **Sémantique préférée** : raisonnons par l'absurde, supposons qu'il existe un changement expansif et que Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$. Par le premier point de cette preuve, on sait que Z n'appartient à aucune extension de $\mathcal{G}$. D'apres la proposition 4, on a alors $\forall \mathcal{E}_i$ une extension préférée de $\mathcal{G}$, $\mathcal{E}_i$ est une extension préférée de $\mathcal{G}'$, ce qui contredit la définition du changement expansif.
  - **Sémantique basique** : raisonnons par l'absurde, supposons qu'il existe un changement expansif et que Z n'attaque aucun argument de $\mathcal{G}$. D'après le point 1 de la proposition 7, Z n'appartient pas à l'extension basique de $\mathcal{G}$ et, par la proposition 4, on a alors $\mathcal{E} = \mathcal{E}'$, où $\mathcal{E}'$ est l'extension basique de $\mathcal{G}'$, ce qui contredit le changement expansif.

■

Proposition 8. — *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z en sémantique préférée, stable ou basique, si le changement est limitatif, alors il existe une extension $\mathcal{E}$ de $\mathcal{G}$ telle que $Z \in \mathcal{E}$.*

Preuve de la proposition 8. —

- **Sémantique basique** : raisonnons par l'absurde, supposons que Z n'appartienne pas à l'extension basique de $\mathcal{G}$. D'après la proposition 2, nous avons $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$, où $\mathcal{E}$ (resp. $\mathcal{E}'$) est l'unique extension basique de $\mathcal{G}$ (resp. $\mathcal{G}'$), ce qui est contradictoire avec la définition du changement limitatif.
- **Sémantique préférée et stable** : raisonnons par l'absurde, supposons que Z n'appartienne à aucune extension de $\mathcal{G}$. D'après la proposition 2, $\forall \mathcal{E} \in \mathbf{E}$, $\exists \mathcal{E}' \in \mathbf{E}'$, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}'$. Or, le changement étant limitatif, $\mathbf{E} \neq \varnothing$ et $\mathbf{E}' \neq \varnothing$. Soit une extension $\mathcal{E}_i \in \mathbf{E}$, il existe donc une extension $\mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}'$ telle que $\mathcal{E}_i \subseteq \mathcal{E}'_j$. Par ailleurs, toujours d'après la définition du changement limitatif, il existe une extension $\mathcal{E}_k \in \mathbf{E}$ telle que $\mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_k$. On a donc $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}_k$.
  - (*Sémantique préférée*) Donc $\mathcal{E}_i$ n'est pas un ensemble admissible maximal et, par là-même, n'est pas une extension de $\mathcal{G}$, ce qui contredit notre hypothèse.
  - (*Sémantique stable*) Chaque extension stable étant également préferée, ceci est également impossible en sémantique stable.

■

Proposition 9. — *Dans le cadre d'une suppression d'un argument Z en sémantique préférée ou basique, si Z n'attaque aucun argument et appartient à toutes les extensions, alors le changement est limitatif.*

Preuve de la proposition 9. —

- **Sémantique préférée** : d'après la proposition 5, si Z appartient à toute extention préférée de $\mathcal{G}$, les extensions préférées de $\mathcal{G}'$ sont toutes de la forme $\mathcal{E}_i \backslash \{Z\}$, où $\mathcal{E}_i$ est une extension préférée de $\mathcal{G}$. D'autre part, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$, le changement est donc limitatif.
- **Sémantique basique** : découle directement de la proposition 3.

■

7.2 Rappels sur les propriétés proposées dans Cayrol *et al.*, 2010

Dans [13], a été étudié le changement d'un système d'argumentation. Cette étude a permis de mettre en évidence deux catégories de propriétés :

- des propriétés dites structurelles ont été obtenues en considérant une partition de l'ensemble des cas possibles d'évolution de l'ensemble des extensions suite au changement ;
- des propriétés décrivant l'évolution du statut de certains arguments.

Pour certaines de ces propriétés, on trouve dans [13] des conditions nécessaires et/ou suffisantes permettant de les caractériser suivant certaines sémantiques (la préférée et la basique) dans le cas de l'ajout d'un argument.

Le tableau 5 récapitule les propriétés structurelles définies dans [13].

Tableau 5 – *Récapitulatif des propriétés structurelles définies dans [13] (les cases avec le signe # indiquent des cas impossibles avec les sémantiques stable, préférée et basique)*

<table>
<tr><td>$\mathbf{E}' =$
$\mathbf{E} =$</td><td>$\varnothing$</td><td>$\{\{\}\}$</td><td>$\{\mathcal{E}'_1\}$</td><td>$\{\mathcal{E}'_1, \ldots, \mathcal{E}'_p\}$
$p \geq 2$</td></tr>
<tr><td>$\varnothing$</td><td>conservative</td><td>#</td><td rowspan="2">décisive</td><td rowspan="2">ambiguë</td></tr>
<tr><td>$\{\{\}\}$</td><td>#</td><td>conservative</td></tr>
<tr><td>$\{\mathcal{E}_1\}$</td><td rowspan="2">destructrice</td><td>#</td><td>conservative
expansive
modifiante</td><td>ambiguë</td></tr>
<tr><td>$\{\mathcal{E}_1,$
$\ldots,$
$\mathcal{E}_n\}$
$n \geq 2$</td><td>#</td><td>décisive</td><td>$n < p$:
ambiguë
$n > p$:
sélective
$n = p$:
conservative
expansive
modifiante</td></tr>
</table>

En ce qui concerne les propriétés basées sur le statut d'un argument, [13] en présente deux types :
- une propriété évoquant une notion de "priorité" donnée à l'argument ajouté (cet argument doit être désormais accepté sceptiquement) ;
- des propriétés évoquant une notion de monotonie (conservation d'arguments ou d'ensembles d'arguments) avec trois variantes :
  - monotonie : toute extension de départ (avant le changement) est incluse dans une extension d'arrivée (après le changement),
  - monotonie crédule : les arguments acceptés crédulement le sont toujours après le changement (l'union des extensions de départ est incluse dans l'union des extensions d'arrivée),
  - monotonie sceptique : les arguments acceptés sceptiquement le sont toujours après le changement (l'intersection des extensions de départ est incluse dans l'intersection des extensions d'arrivée).

7.3 Modification du changement expansif

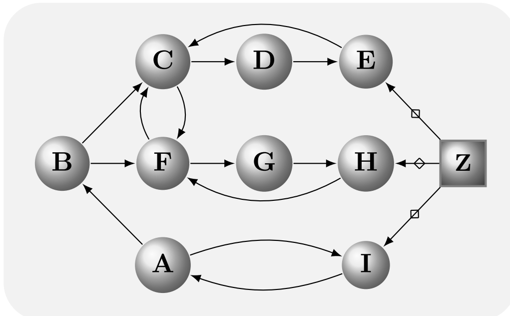
Dans notre travail, la définition 5 qui explicite ce qu'est un changement expansif est issue de [13] moyennant une légère modification. Nous rappelons ci-dessous l'ancienne définition.

Définition 12 de [13] (Changement expansif). — *Le changement de $\mathcal{G}$ à $\mathcal{G}'$ est* expansif *si et seulement si*
- *$\mathcal{G}$ et $\mathcal{G}'$ ont le même nombre d'extensions et*
- *toute extension de $\mathcal{G}'$ inclut strictement une extension de $\mathcal{G}$.*

Cette définition autorise le cas où l'une des extensions de $\mathcal{G}$ n'est incluse dans aucune des extensions de $\mathcal{G}'$ pourvu que toute extension de $\mathcal{G}'$ inclue strictement une extension de $\mathcal{G}$. Dans l'exemple 8, après l'ajout de Z [13], une des extensions de $\mathcal{G}$ est incluse strictement dans deux extensions de $\mathcal{G}'$, alors que l'autre n'est incluse dans aucune des extensions de $\mathcal{G}'$.

Exemple 8 *Dans le cadre de la sémantique préférée, pour un changement $\oplus_i^a$ avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, E), (Z, H), (Z, I)\}$ nous avons :*

13. Notons que l'ajout est symbolisé dans cet exemple par la forme carrée.



$\mathbf{E} = \{\{A\}, \{B, D, G, I\}\}$,

$\mathbf{E}' = \{\{A, C, G, Z\}, \{A, D, F, Z\}\}$.

Cet exemple satisfait la définition 12 de [13] mais pas notre définition 5 qui restreint la définition d'origine grâce à la contrainte supplémentaire imposant que toute extension de $\mathcal{G}$ soit incluse strictement dans une extension de $\mathcal{G}'$.