

# Décomposition d'un maillage triangulaire 3D en carreaux quadrangulés

Roseline Bénière<sup>1,3</sup>, Gérard Subsol<sup>1</sup>, Gilles Gesquière<sup>2</sup>, François Le Breton<sup>3</sup> et William Puech<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LIRMM, Univ. Montpellier 2, CNRS ; 161 rue Ada, 34392 , France

<sup>2</sup>LSIS, Université Aix-Marseille, CNRS, IUT, BP 90178, 13637 Arles Cedex

<sup>3</sup>C4W , Montpellier, France

{roseline.beniere;gerard.subsol;william.puech}@lirmm.fr;gilles.gesquiere@Isis.org;flb@c4w.com

---

## Résumé

*Dans cet article, nous présentons une méthode permettant de décomposer un maillage triangulaire en un ensemble de carreaux quadrangulés. Elle se base sur la construction de quadrangles par fusion de triangles. Les quadrangles sont ensuite regroupés afin de composer des zones quadrangulées qui sont redécoupées en carreaux. Cette méthode a la particularité de ne pas modifier les points du maillage triangulaire d'origine contrairement à de nombreuses méthodes de remaillage. Les carreaux quadrangulés extraits peuvent ensuite être utilisés comme support d'une surface paramétrique ou d'un schéma de subdivision.*

*In this paper we present a method that decomposes a 3D triangular mesh into a set of quadrangulated patches . It is based on the construction of quadrangles by merging triangles. The quadrangles are then grouped together to compose quadrangulated areas and patches. This method has the particularity of not moving the vertices of the original triangular mesh unlike many methods of remeshing. Quadrangulated patches extracted can then be used as a support of a parametric function which defines a surface or of a scheme of subdivision.*

---

**Mots clé :** Remaillage, Maillage quadrangulaire, Qualité des quadrangles, Dissection de polygones, Paramétrisation

## 1. Introduction

Dans le domaine de la conception assistée par ordinateur (CAO), lors de calculs numériques via des codes de calcul ou simplement pour des échanges de données, il peut être nécessaire de discrétiser un objet 3D, afin d'obtenir un maillage triangulaire. Cependant, pour de nombreuses applications, une représentation paramétrique de ces objets doit être retrouvée. Ce problème a donné lieu à de très nombreux travaux depuis plusieurs années. Une des méthodes pour résoudre ce problème consiste à calculer des carreaux (patches) quadrangulés qui servent alors de support de surfaces paramétriques, par exemple dans l'article [KL96].

Cependant, la recherche de ces zones particulières peut être utilisée pour d'autres applications sur les maillages. Ainsi dans son état de l'art des méthodes de subdivision, Arden [Ard01] montre l'importance des carreaux quadrangulés, pour certaines de ces méthodes. C'est par exemple le cas de l'algorithme de Catmull-Clark [CC78]. La décompo-

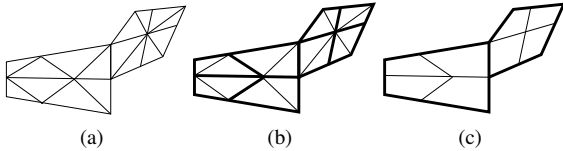
sition en carreaux peut être aussi envisagée lors de calcul numérique par éléments finis [FG99].

Enfin, dans le cadre de la rétro-ingénierie où l'on souhaite retrouver un modèle CAO constitué de "faces" paramétriques, la recherche de carreaux est essentielle [BVK09]. Notre travail se place dans ce cadre avec les trois contraintes suivantes :

- Les positions des sommets du maillage triangulaire 3D doivent être conservées et aucun sommet ne doit être ajouté. En effet, les positions sont censées avoir des valeurs exactes, car elles ont été déterminées par métrologie, elles proviennent directement de modèles CAO discrétisés ou elles ont été générées par calcul numérique à partir de modélisations physiques. Modifier ces sommets pourrait alors perturber la forme de l'objet et avoir des implications par exemple dans sa fabrication.
- Le maillage quadrangulaire doit s'appuyer sur le maillage triangulaire (présenté figure 1.a). Les arêtes du maillage quadrangulaire doivent être issues du maillage triangulaire (figure 1.b). Ceci permet de s'assurer que le maillage final ne contiendra aucune jonction incohérente ; par exemple une jonction en T où deux arêtes

se rejoignent sur un point n'étant pas un sommet du maillage. On ne peut alors plus utiliser ces carreaux en tant que support de Splines et cela nécessite d'introduire de nouvelles fonctions comme les T-Splines [Bak01].

- Le maillage quadrangulaire doit être décomposé en carreaux, c'est-à-dire en grilles de quadrangles ayant le même nombre de lignes pour toutes les colonnes (figure 1.c). Ceci nous permettra alors de coder l'objet dans des formats surfaciques utilisés en CAO comme IGES.



**Figure 1:** Extraction de carreaux quadrangulés : un maillage quadrangulaire est calculé à partir du maillage triangulaire (b). Puis le maillage quadrangulaire est décomposé en carreaux quadrangulés (c).

Après avoir dressé un état de l'art dans la section 2 où certaines limites des méthodes existantes sont mises en avant. Une nouvelle méthode de décomposition d'un maillage triangulaire 3D en carreaux quadrangulés est proposée section 3. Les résultats sont alors présentés dans la section 4 et permettent d'envisager des perspectives dans la section 5.

## 2. Etat de l'art

Nous avons choisi de répartir les méthodes de transformation d'un maillage triangulaire en un maillage quadrangulaire en trois classes :

### 2.1. Les algorithmes de remaillage (remeshing)

Dans ces méthodes, les points de la triangulation ne sont pas conservés. Un nouveau maillage quadrangulaire est construit au plus près de la surface triangulée. L'idée du remaillage quadrangulaire est relativement ancienne (voir par exemple [HG00]) mais de nouvelles méthodes appelées "Quad dominant remeshing" ont vu le jour ces dernières années. En 2003, Alliez et coll. [ACSD\*03] proposent de calculer en tout point de la surface les directions principales de courbure. Les lignes de courbure qui sont les lignes intégrales des directions principales permettent de tracer un quadrillage sur la surface. Cette méthode a depuis été étendue : par exemple, Dong, Kircher et Garland proposent d'utiliser des fonctions harmoniques afin de paramétrer des surfaces de genre quelconque [DKG05]. L'article [AUGA07] propose une synthèse des méthodes et des algorithmes récents sont décrits dans [BZK09], [LKH09], [DBG\*06] ou [HZM\*08]. Parmi ces articles, nombreux sont ceux qui soulèvent le problème des jonctions en T qu'il faut supprimer

par un post-traitement afin d'éviter de voir apparaître des incohérences dans le maillage.

### 2.2. Les algorithmes par avancement du front

La méthode la plus représentative est Q-Morph [OSCS98]. Le principe de celle-ci est de propager la construction des quadrangles, depuis le ou les bords vers l'intérieur du maillage triangulaire. Les quadrangles sont construits à partir des arêtes du maillage triangulaire. Cependant, elles sont "modifiées", et leurs sommets ne correspondent plus aux points initiaux du maillage triangulaire. De plus, cette méthode pose un problème dans le cas de maillages fermés. Récemment, Miyazaki et Harada ont proposé une solution pour utiliser la méthode Q-Morph dans le cas d'un maillage fermé [MH09]. Pour cela, les auteurs segmentent en régions le maillage en se fondant sur les normales aux points. Puis la méthode Q-Morph est appliquée sur chaque région.

### 2.3. Les algorithmes de fusion

Ces méthodes sont issues, pour la plupart, de l'analyse numérique. Elles ont pour but de transformer un maillage géométrique donné sous la forme de triangle en un maillage quadrangulaire mieux adapté à du calcul numérique par éléments finis. Beaucoup de ces algorithmes se limitent à la 2D mais certaines méthodes se généralisent à la 3D. En particulier, une méthode simple et modulaire est présentée dans [BFG97]. Elle est fondée sur une fusion des triangles en fonction d'un coefficient de qualité. Comme [TPC\*10], nous avons adapté et développé cette idée pour la première étape de notre décomposition.

### 2.4. Conclusion

Au final, toutes ces méthodes fournissent des maillages quadrangulaires, mais ils ne reposent pas uniquement sur des points et des arêtes du maillage. De plus, ils ne sont pas décomposés explicitement en carreaux. Certaines méthodes permettent la décomposition en carreaux, comme celle présentée dans [EGKT08], mais elles ne s'appliquent qu'à des maillages quadrangulaires.

Dans cet article nous proposons une méthode simple qui associe la quadrangulation et la décomposition en carreaux.

## 3. Présentation de la méthode

Dans cette partie nous présentons une méthode de décomposition en carreaux quadrangulés, elle se découpe en trois étapes :

- un coefficient de qualité définissant la qualité du quadrangle formé par deux triangles est calculé pour chaque couple de triangles adjacents ;

- des zones quadrangulées sont construites en utilisant les quadrangles en fonction des valeurs des coefficients de qualité ;
- les zones quadrangulées sont ensuite décomposées en carreaux quadrangulés.

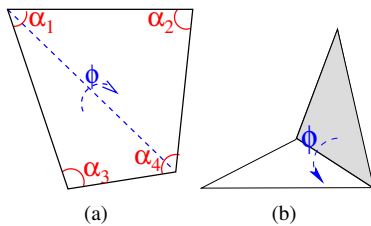
### 3.1. Création de quadrangles

La première étape consiste donc à créer des quadrangles en se basant sur les triangles du maillage. Ces quadrangles doivent être construits à partir de points et d'arêtes du maillage de départ. Un quadrangle est défini comme la fusion de deux triangles. Or un triangle peut au maximum appartenir à trois quadrangles, un par arête. Un triangle ne doit être utilisé que pour la construction d'un seul quadrangle, ce qui implique qu'il faut mettre en place un critère de choix entre les différents quadrangles possibles.

Ce choix, comme dans [BFG97], peut se faire en fonction d'un coefficient de qualité, calculé pour chaque couple de triangles adjacents. Dans notre cas, nous avons voulu favoriser les quadrangles se rapprochant d'un rectangle plan. Ceci implique (voir figure 2) que chacun des 4 angles  $\alpha_i$  du quadrangle se rapproche le plus possible de  $\frac{\pi}{2}$  et que l'angle dièdre  $\phi$  entre les deux triangles formant le quadrangle ne soit pas trop éloigné de  $\pi$ . Le coefficient de qualité  $Q$  est alors défini de la façon suivante :

$$Q = \begin{cases} 2\pi & \text{si } |\phi - \pi| > \epsilon_\phi \\ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left| \frac{\pi}{2} - \alpha_i \right| & \text{sinon .} \end{cases} \quad (1)$$

Le coefficient est donc égal à la moyenne des différences absolues entre chaque angle et  $\frac{\pi}{2}$ . Ainsi, plus le quadrangle se rapproche d'un rectangle et plus le coefficient est proche de zéro.



**Figure 2:** Angles utilisés pour le calcul du coefficient de qualité  $Q$  : les  $\alpha_i$  (représentés en rouge) sont les angles aux sommets du quadrangle et  $\phi$  est l'angle dièdre entre les deux triangles adjacents. L'illustration b, montre un angle dièdre incorrect, car éloigné de  $\pi$

Si l'écart entre l'angle dièdre et  $\pi$  est plus grand que la tolérance  $\epsilon_\phi$ , le quadrangle sera jugé incorrect. Par exemple, le

quadrangle de la figure 2.b est jugé incorrect, car son angle dièdre est trop éloigné de  $\pi$ . De plus, les quadrangles dont le coefficient est supérieur à la tolérance  $Q_{max}$  ne seront pas pris en compte lors de la construction des zones quadrangulés.

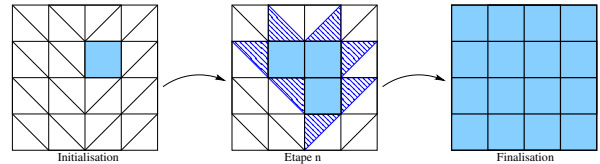
### 3.2. Extraction de zones quadrangulées

L'objectif de cette étape est d'extraire des zones quadrangulées en utilisant le critère défini précédemment. Ces zones serviront de base pour la construction des carreaux.

La construction débute par l'initialisation d'une zone quadrangulée en prenant le quadrangle ayant le meilleur coefficient de qualité. La zone quadrangulée est ensuite propagée itérativement en ajoutant, à chaque pas, le quadrangle ayant le meilleur coefficient de qualité parmi ceux se trouvant dans le voisinage de la zone quadrangulée en cours de construction.

Pour trouver ce quadrangle, tous les quadrangles potentiels contenant un des triangles adjacents à une arête du contour de la zone quadrangulée sont étudiés. Par exemple, sur l'illustration du milieu de la figure 3, les triangles hachurés sont étudiés afin de trouver le prochain quadrangle qui sera ajouté à la zone quadrangulée, représentée par des carreaux pleins figure 3. Au maximum, il faut étudier deux quadrangles par triangle du contour. En effet, le quadrangle correspondant à l'arête du contour ne peut plus être utilisé.

Le processus de propagation est stoppé lorsqu'il n'y a plus de triangles voisins ou que les triangles sont isolés ou que les triangles voisins restants correspondent à des quadrangles ayant tous un coefficient supérieur à  $Q_{max}$ .

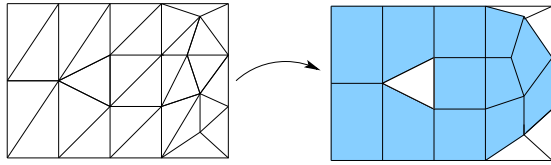


**Figure 3:** Extraction itérative d'une zone quadrangulée : à l'initialisation, le quadrangle de meilleure qualité est sélectionné. A chaque pas, le triangle permettant de créer le quadrangle de meilleure qualité est extrait parmi les triangles adjacents au contour de la zone en cours de construction (figure du milieu). Le processus s'arrête quand il n'y a plus de quadrangles à ajouter. Tout le maillage a été parcouru ou il ne reste que des triangles isolés ou les quadrangles à créer sont de qualité supérieure à  $Q_{max}$ .

Une fois la zone finalisée, une nouvelle zone quadrangulée est initialisée, avec le quadrangle ayant le meilleur coefficient de qualité, dans la partie du maillage triangulaire qui n'a pas été transformée en zone quadrangulée.

Ainsi pour un maillage triangulaire, une ou plusieurs

zones quadrangulées sont obtenues. Par exemple, une unique zone quadrangulée a été extraite figure 4. Cependant, tout le maillage triangulaire n'est pas utilisé. Les triangles restants correspondent à des triangles isolés ou à des triangles ne permettant pas de construire des quadrangles ayant un coefficient de qualité inférieur à  $Q_{max}$ .

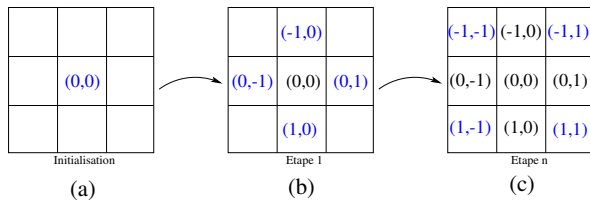


**Figure 4:** Extraction d'une zone quadrangulée (carreaux pleins) à partir d'un maillage triangulaire. Les triangles restants ne permettent pas de construire des quadrangles de qualité satisfaisante.

### 3.3. Décomposition en carreaux quadrangulés

Une fois les zones quadrangulées extraites, elles sont décomposées en sous-zones que nous appellerons "polygones rectilignes". Les quadrangles vont se voir attribuer une "position" unique sous la forme d'un numéro de ligne et d'un numéro de colonne qui va permettre de définir les polygones rectilignes.

Le quadrangle ayant le meilleur coefficient de qualité est choisi dans la zone quadrangulée et la position (0,0) lui est attribuée. Ensuite, les positions sont propagées à ses quatre voisins, comme illustré figure 5.

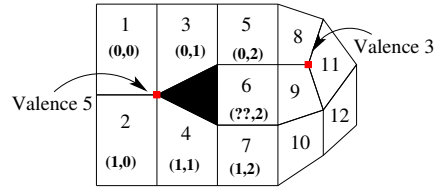


**Figure 5:** Propagation des positions d'un quadrangle à ses voisins.

Ainsi en figure 6, les positions des quadrangles 2 et 3 sont déduites du quadrangle 1 puis les positions des quadrangles 4 et 5 sont déduites des quadrangles 2 et 3, et ainsi de suite. Lorsqu'une position est attribuée à chaque quadrangle, un polygone rectiligne est défini en plaçant les quadrangles en fonction de leur position dans un quadrillage régulier.

Le fait de créer le polygone rectiligne en attribuant une position à chaque quadrangle en fonction de la position de ses voisins peut entraîner des ambiguïtés. Le premier quadrangle choisi figure 6 est le quadrangle 1, les positions des

quadrangles 2, 3, 4, 5 et 7 sont déduites ensuite sans difficulté. Le problème se pose pour le quadrangle 6 qui se trouverait à la fois à la position (1,2) en tant que voisin du "bas" du quadrangle 5 et à la position (0,2) en tant que voisin du "haut" du quadrangle 7. De plus, ces deux positions sont déjà attribuées. Il y aura également un autre problème avec le quadrangle 11, voisin "droit" à la fois du quadrangle 8 et du quadrangle 9, il y aura donc aussi deux positions possibles pour ce quadrangle.

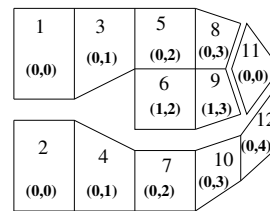


**Figure 6:** Décomposition en "polygones rectilignes" : problème d'ambiguïté sur le positionnement des quadrangles 6 et 11.

De telles ambiguïtés se produisent lorsque les points de la zone quadrangulée ne sont pas de valence 4. Dans l'exemple illustré figure 6, un point de valence 5 et un point de valence 3 sont à l'origine des difficultés d'attribution des positions.

Pour pallier ces problèmes, des tests ont été mis en place pour détecter si deux quadrangles se trouvent à la même position ou si deux positions sont attribuées à un même quadrangle, au cours de la création des polygones. Si cela se produit, le polygone rectiligne est séparé en deux. Le premier polygone continue à être propagé mais de façon bornée et un deuxième est initialisé à partir des quadrangles posant problème. Ainsi à partir du maillage quadrangulé de la figure 6, trois polygones rectilignes sont obtenus (figure 7).

Nous avons choisi de ne pas tenir compte, pour la suite, des polygones rectilignes contenant seulement un quadrangle. Le polygone rectiligne composé uniquement du quadrangle 11 ne sera donc pas étudié et restera dans le maillage sous la forme de triangles.



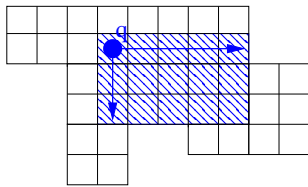
**Figure 7:** Découpage en trois polygones rectilignes.

La dernière phase consiste à décomposer les polygones rectilignes en carreaux, c'est-à-dire en grilles ayant pour chaque colonne le même nombre de lignes.

Pour cela une méthode itérative est utilisée. Tout d'abord,

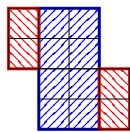
le carreau ayant le plus de quadrangles est extrait. Les quadrangles du carreau extrait sont ensuite enlevés du polygone rectiligne étudié. Le nouveau carreau ayant le plus de quadrangles peut alors être cherché dans le polygone rectiligne mis à jour. Le processus s'arrête lorsqu'il n'y a plus de quadrangles dans le polygone rectiligne.

Pour trouver le carreau ayant le plus de quadrangles dans le polygone rectiligne, chaque quadrangle du polygone rectiligne est étudié. Pour chaque quadrangle, tous les carreaux ayant ce quadrangle comme "coin supérieur gauche" sont calculés. Le calcul de ces carreaux passe par le parcours de deux directions ( $\rightarrow$  et  $\downarrow$ ), puisque les quadrangles accessibles par les deux autres directions ont été traités par l'étude des quadrangles précédents. La ligne ( $\rightarrow$ ) la plus longue, à partir du quadrangle, est calculée. Ensuite, le nombre de lignes ayant la même longueur existant en dessous ( $\downarrow$ ) est déterminé. Ainsi dans la figure 8, à partir du quadrangle  $q$ , la ligne la plus longue possible comprend cinq quadrangles, et des lignes de cinq quadrangles ne sont possibles que sur les deux lignes du dessous. Au final, le carreau ayant le plus de quadrangles parmi tous ceux calculés pour chacun des quadrangles est sélectionné.



**Figure 8:** Construction d'un carreau dans un polygone rectiligne à partir du quadrangle  $q$ .

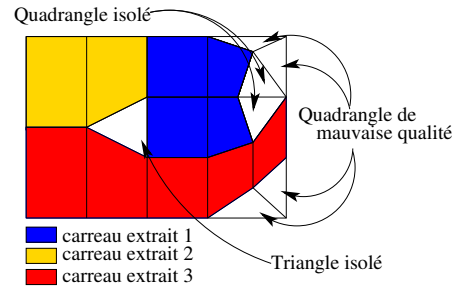
Néanmoins, cette méthode n'assure pas qu'au final, le nombre de carreaux extraits soit minimal. Ainsi en figure 9, en extrayant au départ le carreau ayant le plus de quadrangles (hachuré en bleu sur la figure 9), il faut trois carreaux pour tout recouvrir alors que deux auraient pu suffire.



**Figure 9:** Cas où notre méthode ne donne pas un recouvrement optimal : nous obtenons 3 carreaux alors que 2 seraient suffisants.

Cependant nous avons décidé dans un premier temps, de garder cette approche simple, même si d'autres techniques plus longues à implémenter existent pour approcher au plus près le nombre minimum de carreaux disséquant le polygone rectiligne, comme dans [SG93]. Ces algorithmes seront étudiés dans les versions futures de notre méthode.

Au final, en effectuant les trois étapes sur le maillage illustré figure 4, trois carreaux quadrangulés, mis en évidence figure 10, sont extraits. Une partie du maillage triangulé n'est pas utilisée, du fait de triangles isolés, de quadrangles dont  $Q > Q_{max}$ , ou de quadrangles isolés lors de la création des polygones rectilignes.



**Figure 10:** Décomposition en carreaux quadrangulés d'un maillage triangulaire.

#### 4. Résultats expérimentaux

Notre méthode a été implémentée dans le logiciel *3D Shop* de l'entreprise *C4W*<sup>†</sup>. Ce logiciel fournit des outils de développement performants pour des applications 3D de modélisation, d'interopérabilité entre de nombreux formats et de visualisation<sup>‡</sup>.

Les figures 11 (*Bunny*), 12 (*Visage*), 13 (*Fandisk*), 14 (*Schtroumpf*) et 15 (*CubeCylindres*) présentent les résultats obtenus sur des maillages provenant de différentes sources (CAO pour *CubeCylindres*, infographie pour *Visage* et *Schtroumpf*, numérisation 3D pour *Bunny* et *Fandisk*). Afin d'avoir une meilleure visualisation des résultats, nous avons utilisé chaque carreau quadrangulé comme support d'une B-Spline de degré 1,1. Au final, le résultat présenté est donc constitué des B-Splines correspondantes aux carreaux quadrangulés (en bleu) auxquels s'ajoutent les triangles non utilisés (en vert). Le Tableau 1 donne pour chaque maillage, le nombre de triangles, le nombre de carreaux extraits et le pourcentage de recouvrement qui correspond au pourcentage de triangles d'origine couverts par les carreaux quadrangulaires.

Sur les maillages *Bunny*, *Visage* et *Fandisk*, les carreaux quadrangulés calculés recouvrent une grande majorité du maillage. Ceci permet d'obtenir un facteur de réduction, entre le nombre de triangles et le nombre de carreaux, pouvant atteindre 30. Des codages efficaces dans des formats CAO fondés sur la notion de "faces" (par exemple IGES) peuvent donc être envisagés.

<sup>†</sup>. Entreprise proposant des solutions CAO innovantes et soutenant ce travail de thèse (<http://www.c4w.com>)

<sup>‡</sup>. [www.c4w.com/3d-cad-software.html](http://www.c4w.com/3d-cad-software.html)

Maillage	Triangles du maillage	Carreaux extraits	Pourcentage de recouvrement
Bunny	69 451	1 932	89,98%
Visage	5 590	335	80,32%
Fandisk	23 964	720	88,66%
Schtroumpf	64 320	931	91,39%
CubeCylindres	2 608	21	95,47%

**Table 1:** Résultats obtenus sur les différents maillages triangulaires 3D.

Néanmoins, certains carreaux sont de petite taille et pour couvrir 80% des 5590 triangles du maillage *Visage*, 335 carreaux ont été nécessaires. La décomposition de certaines zones en petits carreaux n'est souvent due qu'à quelques triangles ou quadrangles isolés, obligeant le découpage d'un carreau potentiel en trois ou quatre carreaux plus petits.

Afin de limiter ces cas, et pour créer des carreaux plus grands, nous nous sommes intéressés aux tolérances  $Q_{max}$  et  $\epsilon_\phi$ . Ces tolérances peuvent bloquer l'utilisation de quadrangles lors de la construction des zones quadrangulés, car tout quadrangle ayant un coefficient de qualité supérieur à  $Q_{max}$  ou dont l'angle dièdre est plus petit que  $\epsilon_\phi$ , n'est pas pris en compte lors de la propagation. Ces deux tolérances ont été fixées empiriquement à respectivement à  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{6}$ , pour tous les tests sauf sur le maillage *Schtroumpf*.

Les résultats présentés dans la figure *Schtroumpf*<sup>§</sup>, ont été obtenus en fixant successivement la tolérance  $Q_{max}$  à  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$  et  $2\pi$ . La tolérance  $\epsilon_\phi$  n'a été modifiée que dans le dernier cas où sa valeur a été mise à  $2\pi$ . Dans ce dernier cas, tous les quadrangles potentiels ont donc été pris en compte.

La figure *Schtroumpf* met en évidence l'évolution des carreaux. Certaines zones telles que les yeux, les mains ou encore les épaules, contiennent des triangles inutilisés. Le nombre de ces triangles change lorsque les tolérances sont relâchées. Le nombre de carreaux diminue également, le pourcentage de recouvrement du maillage triangulaire est donc plus grand en utilisant moins de carreaux. Enfin, la forme des carreaux peut être modifiée brutalement par l'ajout d'un seul nouveau quadrangle, comme illustré figure 14 par les zooms du bout du nez et d'une partie de la main du maillage *Schtroumpf*.

Toutefois, il faut faire attention au fait que les carreaux quadrangulés contiennent alors certains quadrangles de très mauvaise qualité, ce qui peut poser problème pour certaines applications, par exemple en calcul numérique. De plus même en mettant les tolérances à  $2\pi$  donc en n'ignorant aucun quadrangle, il reste une partie du maillage qui n'est toujours pas décomposée. En effet, il reste les triangles isolés lors de la construction des zones quadrangulées et les quadrangles uniques lors de la création de polygones rectilignes. Ces derniers peuvent d'ailleurs être très nombreux

dans les zones quadrangulées contenant beaucoup de points qui ne sont pas de valence 4 et engendrer ainsi beaucoup de petits polygones rectilignes.

Enfin, nous avons testé notre méthode sur des objets 3D simples, comme l'union d'un cube et de deux cylindres. Sur la figure 15, le traitement de l'objet *CubeCylindres* présente un résultat très satisfaisant, car plus de 95% du maillage est recouvert avec seulement 21 carreaux, soit près de 130 fois moins que le nombre initial de triangles. La méthode est donc particulièrement adaptée aux maillages issus de la CAO qui sont composés de primitives simples comme des morceaux de sphères, de cylindres ou de plans. Plus généralement, notre méthode fournit de bons résultats sur des objets complexes issus d'une CAO, car la discrétisation du maillage passe souvent d'abord par une phase de quadrangulation qui a ensuite été triangulée.

## 5. Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons présenté une méthode permettant de décomposer des carreaux quadrangulés à partir de maillages triangulaires 3D sans modifier les positions des sommets. Notre méthode repose sur la fusion de triangles adjacents pour créer des quadrangles satisfaisant un critère de qualité. Les quadrangles sont alors rassemblés en zones quadrangulées qui sont décomposées ensuite en carreaux.

Cette décomposition en carreaux quadrangulés peut être utilisée dans de nombreuses applications telles que la création de surfaces paramétriques, la subdivision ou pour du calcul numérique par éléments finis.

Des comparaisons avec des méthodes existantes doivent être effectuées. Cependant, les comparaisons ne pourront pas être faites sur l'ensemble de notre méthode, mais sur les deux parties, quadrangulation et décomposition, séparément l'une de l'autre.

La méthode proposée peut être enrichie à chacune de ses trois étapes. En premier lieu, la définition d'autres coefficients de qualité pourrait améliorer l'extraction des zones quadrangulées. L'adaptation du coefficient peut être envisagée, en fonction de paramètres calculés sur le maillage complet, comme les moyennes des angles calculés pour tous les sommets. Les contraintes peuvent aussi être ajustées en fonction de sa "forme" locale, en relâchant par exemple les contraintes de l'angle dièdre aux endroits les plus courbés.

§. <http://www.3dvalley.com/3d-models/characters>



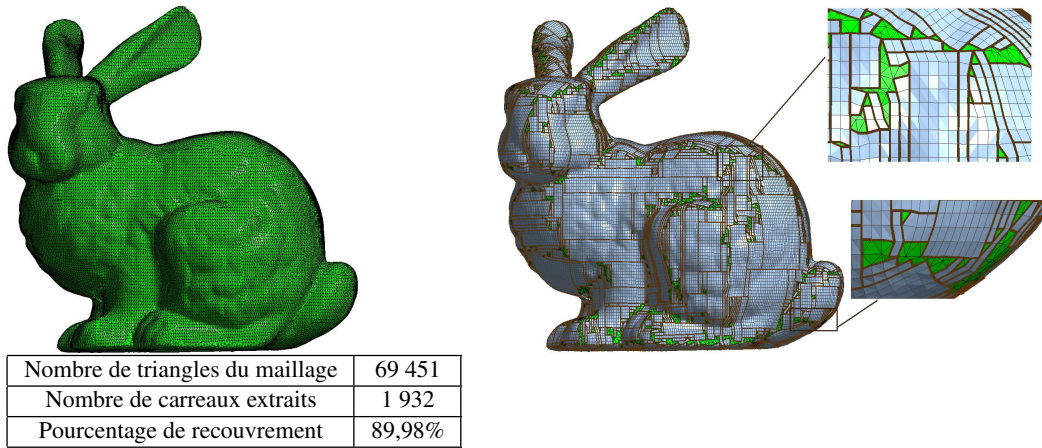


Figure 11: Maillage de départ et résultat pour : Bunny.

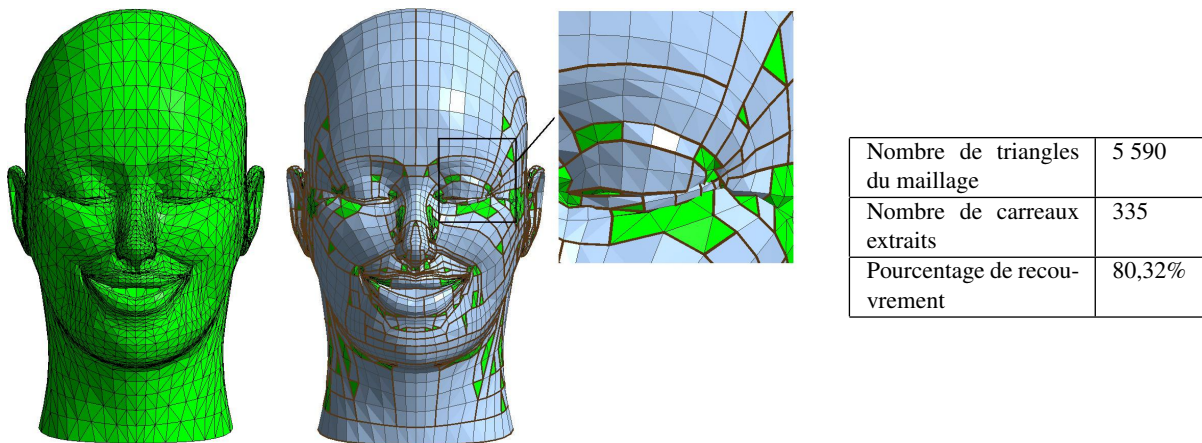


Figure 12: Maillage de départ et résultat pour : Visage.

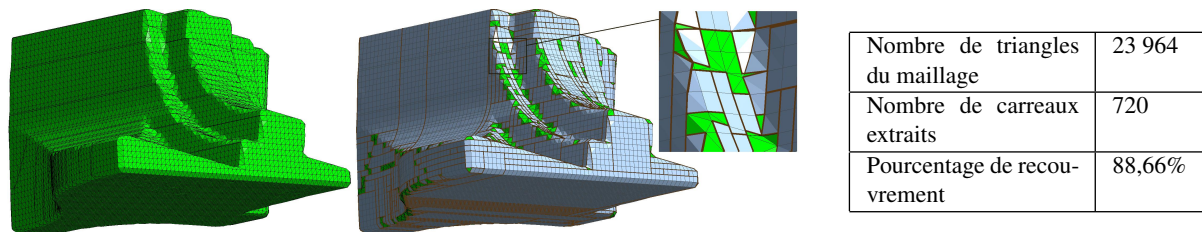
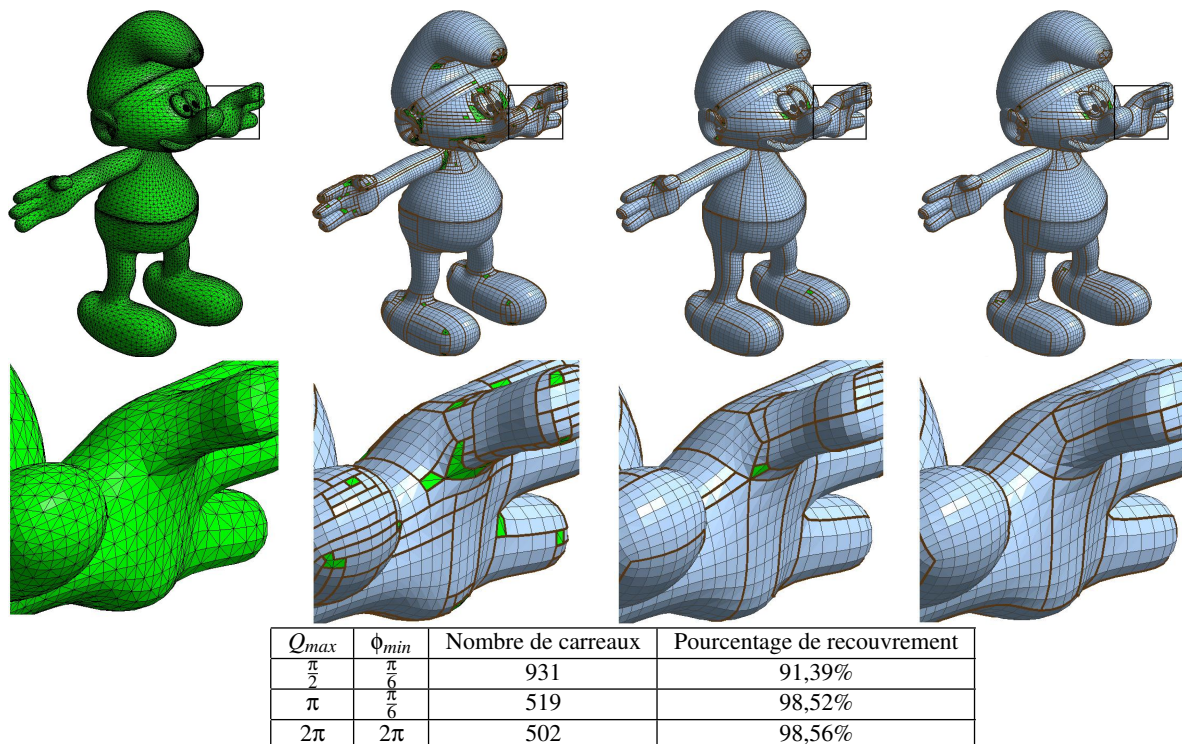


Figure 13: Maillage de départ et résultat pour : Fandisk.

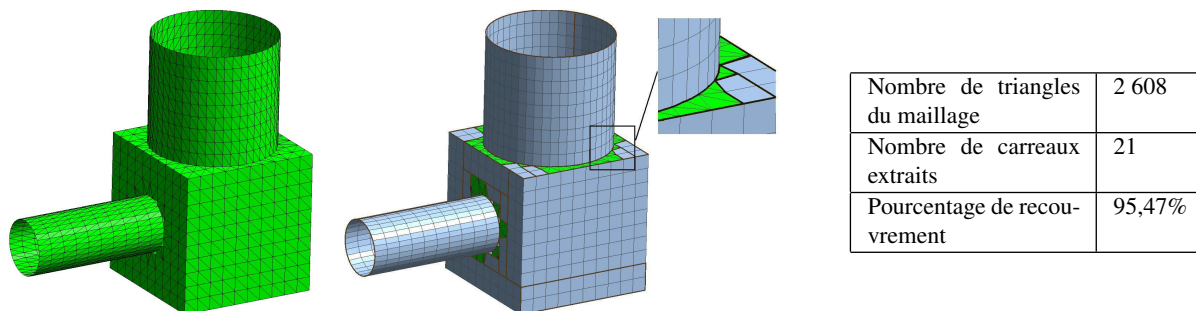
Une étude sera alors menée sur le lien entre ces différents coefficients et les résultats globaux sur l'ensemble du maillage.

Un autre algorithme, de propagation pour la création des zones quadrangulées, peut être proposé ou la recherche des polygones rectilignes peut être optimisée. L'objectif de ces deux modifications est de diminuer autant que possible l'apparition de triangles isolés.

Une autre amélioration possible serait de ne pas passer par l'étape d'extraction des polygones rectilignes, mais de décomposer directement les zones quadrangulées en carreaux. La méthode de création par propagation des polygones rectilignes peut être adaptée pour créer des carreaux. Ceci permettrait d'optimiser globalement le processus et de diminuer



**Figure 14:** Maillage Schtroumpf avec un zoom et les résultats obtenus avec  $Q_{max} = \frac{\pi}{2}, \pi$  et  $2\pi$  (de gauche à droite). Le nombre de carreaux diminue et leur taille s'accroît. Le recouvrement par la décomposition en carreaux s'améliore donc sur cet exemple.



**Figure 15:** Maillage de départ et résultat pour : CubeCylindres.

le nombre de carreaux constitués d'un seul quadrangle qui ne font pas partie de la décomposition finale.

Une dernière étape de fusion de carreaux pourrait être ajoutée. Elle permettrait de réunir deux carreaux en un seul, en intégrant éventuellement des quadrangles isolés. Si cela n'améliore pas le pourcentage de recouvrement, cela diminuera le nombre de carreaux de la décomposition.

Enfin, la dernière étape de décomposition en carreaux pourrait être supprimée. En effet, les polygones rectilignes peuvent être directement utilisés comme support de surfaces

"trimmées". Cela nécessite la mise en place d'un calcul de contour et de l'extrapolation des points hors du polygone.

Enfin, certaines lignes remarquables pourraient être utilisées, comme les "lignes de crête" pour définir a priori des limites de carreaux. La décomposition serait alors optimisée à partir de ce point de départ. Nous rejoignons là certaines idées présentes dans les algorithmes de remaillage, mais toujours sans modifier la position des sommets et en utilisant des arêtes existantes.



## Références

- [ACSD\*03] ALLIEZ P., COHEN-STEINER D., DEVIL-  
LERS O., LÉVY B., DESBRUN M. : Anisotropic poly-  
gonal remeshing. *ACM Transactions on Graphics, SIG-  
GRAPH 2003 Conference Proceedings. Vol. 22, Num. 3*  
(2003), 485–493.
- [Ard01] ARDEN G. : *Approximation Properties of Sub-  
division Surfaces*. PhD thesis, University of Washington,  
2001.
- [AUGA07] ALLIEZ P., UCELLI G., GOTSMAN C., AT-  
TENE M. : Recent advances in remeshing of surfaces. In  
*Shape Analysis and Structuring* (2007), Springer Berlin  
Heidelberg, pp. 53–82.
- [Bak01] BAKENOV A. : *T-Splines : tensor product B-  
spline surfaces with T-junctions /*. Master’s thesis, Bri-  
gham Young University. Dept. of Computer Science,  
2001.
- [BFG97] BOROUCAKI H., FREY P. J., GEORGE P. L. :  
*Maillage de surfaces paramétriques. Partie III : Eléments  
quadrangulaires*, vol. 325 de serie 1. HAL - CCSd -  
CNRS, 1997. CR.Acad.Sci.Paris.
- [BVK09] BOMMES D., VOSSEMER T., KOBBELT L. :  
Quadrangular parameterization for reverse engineering.  
*Lecture Notes in Computer Science (to appear)* (2009).
- [BZK09] BOMMES D., ZIMMER H., KOBBELT L. :  
Mixed-integer quadrangulation. *ACM Trans. Graph.. Vol.*  
28, Num. 3 (2009), 1–10.
- [CC78] CATMULL E., CLARK J. : Recursively gener-  
ated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes.  
*Computer-Aided Design. Vol. 10, Num. 6* (1978), 350–  
355.
- [DBG\*06] DONG S., BREMER P.-T., GARLAND M.,  
PASCUCCI V., HART J. C. : Spectral surface quadrang-  
ulation. *ACM Trans. Graph.. Vol. 25, Num. 3* (2006),  
1057–1066.
- [DKG05] DONG S., KIRCHER S., GARLAND M. : Har-  
monic functions for quadrilateral remeshing of arbitry  
manifolds. *Computer Aided Geometry Design, Special  
Issue on Geometry Processing. Vol. 22, Num. 5* (2005),  
392–423.
- [EGKT08] EPPSTEIN D., GOODRICH M. T., KIM E.,  
TAMSTORF R. : Motorcycle graphs : Canonical mesh par-  
titioning. *Comput. Graph. Forum. Vol. 27, Num. 5* (2008),  
1477–1486.
- [FG99] FREY P. J., GEORGE P. L. : *Maillage : Applica-  
tions aux éléments finis*. 1999.
- [HG00] HORMANN K., GREINER G. : Quadrilateral re-  
meshing. In *Proceedings of Vision, Modeling, and Visual-  
ization 2000* (Saarbrücken, Germany, novembre 2000),  
Girod B., Greiner G., Niemann H., Seidel H.-P., (Eds.),  
pp. 153–162.
- [HZM\*08] HUANG J., ZHANG M., MA J., LIU X., KOB-  
BELT L., BAO H. : Spectral quadrangulation with orien-  
tation and alignment control. *ACM Trans. Graph.. Vol. 27,*  
Num. 5 (2008), 1–9.
- [KL96] KRISHNAMURTHY V., LEVOY M. : Fitting  
smooth surfaces to dense polygon meshes. In *Proceedings  
of SIGGRAPH 96* (1996), pp. 313–324.
- [LKH09] LAI Y.-K., KOBBELT L., HU S.-M. : Feature  
aligned quad dominant remeshing using iterative local up-  
dates. *Computer-Aided Design (to appear)* (2009).
- [MH09] MIYAZAKI R., HARADA K. : Transformation of  
a closed 3D triangular mesh to a quadrilateral mesh based  
on feature edges. *IJCSNS International Journal of  
Computer Science and Network Security. Vol. 9, Num. 5*  
(2009).
- [OSCS98] OWEN S. J., STATEN M. L., CANANN S. A.,  
SAIGAL S. : Advancing front quadrilateral meshing  
using triangle transformations. *7th International Meshing  
Roundtable* (1998), 409–428.
- [SG93] SOLTAN V., GORPINEVICH A. : Minimum dis-  
section of a rectilinear polygon with arbitrary holes into  
rectangles. *Discrete and Computational Geometry. Vol. 9,*  
Num. 1 (1993), 57–59.
- [TPC\*10] TARINI M., PIETRONI N., CIGNONI P., PA-  
NOZZO D., PUPPO E. : Practical quad mesh simplifica-  
tion. *Computer Graphics Forum. Vol. 29, Num. 2* (2010),  
407–418.