

Reconstruction multi-objets d'images 3D multi-labels à partir d'un algorithme de Delaunay Discret

Dobrina Boltcheva^{1,2}, Dominique Bechmann¹, David Cazier¹,

Cyril Kern¹, Sylvain Thery¹, Pascal Schreck¹

¹Université de Strasbourg-LSIT UMR CNRS 7005 - ²IRCAD/EITS Hôpital Universitaire de Strasbourg

Résumé

Cet article décrit une méthode de reconstruction d'une image 3D comportant plusieurs objets, à partir d'un ensemble de voxels étiquetés où chaque valeur d'étiquette correspond à un objet. Les objets sont reconstruits sous une forme maillée. La méthode assure non seulement la qualité du maillage : les triangles ne sont pas allongés et ont des tailles régulières ; mais également la correction topologique : les objets sont des 3-variétés, leurs bords sont des 2 variétés et dans les zones de contact des objets, les maillages coïncident. L'originalité de la méthode vient d'une part de ce que la topologie est prise en compte dès le départ, en utilisant la notion de micro-modèle, avec maintien de la cohérence topologique dans toutes les étapes et d'autre part dans l'utilisation d'une méthode discrète de calcul d'un diagramme de Voronoï contraint, pour assurer la qualité du maillage obtenu par dualité. Dans le cadre du projet VORTISS, nous avons appliqué cette méthode avec succès au domaine de l'imagerie médicale sur des structures anatomiques complexes.

Mots clé : image 3D multi-label - reconstruction - modélisation géométrique et topologique - variété combinatoire - maillage surfacique - modèle volumique

1. Introduction

Problématique : Une image 3D multi-label est une image voxel qui représente plusieurs objets discrets. C'est, par exemple, une image médicale segmentée dans laquelle chaque point est étiqueté par une valeur unique correspondant à une structure anatomique. L'extraction des surfaces correspondantes aux frontières des objets contenus dans une image 3D multi-label est une problématique d'intérêt grandissant. Ce type de données doit être simplifié sous forme de maillage pour la majorité des applications : visualisation, analyse quantitative, édition, simulation ou réalité augmentée. Les modèles de surfaces sont des approximations polygonales, c'est-à-dire des maillages des bords des objets présents dans l'image, qui doivent non seulement approcher les frontières des objets, mais également définir une topologie cohérente.

Pour les applications médicales un maillage précis doit définir une surface fermée et orientée, sans singularité ni

recouvrement, qui sépare chaque structure anatomique de son complémentaire dans l'image, [SAN*04]. Une 2-variété combinatoire dont les cellules sont des sommets, des arêtes ou des faces, possède de telles caractéristiques. De plus, les maillages de deux objets adjacents ne doivent ni se recouper, ni se séparer, ni présenter d'autres artefacts comme des trous ou des T-jonctions.

Les techniques de reconstruction à partir d'une image 3D multi-label publiées ces dernières années proposent des reconstructions successives et séparées des différents objets. Cela implique deux limitations importantes. D'une part des objets voisins dans l'image étant reconstruits indépendamment, la surface de contact entre ces objets est estimée ou reconstruite plusieurs fois (pour chaque objet) et, la plupart du temps, ces multiples versions diffèrent. En conséquence, les maillages construits ne sont pas cohérents ou compatibles le long des surfaces de contact. D'autre part, même si une reconstruction simultanée des surfaces de contact est envisageable, les relations de voisinages ou d'inclusions topologiques ne le sont pas car leurs différents maillages sont disjoints et indépendants. Or, il faudrait pouvoir identifier et modéliser proprement les adjacences et les inclusions entre objets. Cette variété dans les types de voisinage se retrouve

dans de nombreux cas pratiques comme l'adjacence foie/rein l'inclusion d'une tumeur dans un organe.

Contributions : Nous proposons une nouvelle méthode de reconstruction simultanée des objets contenus dans une image 3D multi-labels. Elle assure la qualité topologique des surfaces reconstruites qui sont toutes fermées et orientées, sans singularité ni repli. Elle construit de manière cohérente et contrôlée les relations de voisinage et d'inclusion entre ces surfaces. L'ensemble de la reconstruction multi-objets est modélisé par une 3-variété combinatoire dont les cellules sont des sommets, des arêtes, des faces et des volumes. Dans celle-ci, chaque objet correspond à un volume dont le bord est une 2-variété combinatoire (une surface) qui sépare l'objet de son complémentaire dans l'image.

Notre approche permet d'obtenir une modélisation topologiquement cohérente de l'ensemble des composantes d'une image 3D segmentée, résolvant ainsi les problèmes d'intersection entre les maillages. Elle présente ainsi les avantages suivants :

1. être adaptée aux images 3D multi-labels anisotropes ;
2. permettre la gestion précise des interfaces de contact entre les objets, et de ce fait, autoriser leur reconstruction simultanée ;
3. offrir la possibilité d'adapter la taille des éléments du maillage en fonction de la résolution voulue tout en permettant le contrôle de la géométrie ;
4. au final, permettre la construction d'un modèle topologique global contenant les relations d'inclusion, d'intersection et d'adjacence entre les objets de l'image.

Cet article s'organise ainsi : dans la section 2, nous proposons un tour d'horizon des méthodes de reconstruction multi-objets et une vue d'ensemble de notre méthode. Dans la section 3, nous rappelons quelques notions de topologie discrète et combinatoires nécessaires à la compréhension de l'exposé. Dans la section 4, nous exposons les différentes étapes de la méthode du *Delaunay Discret sur les pointels (DDP)*. Les sections 5 et 6 concluent cet article par une présentation de résultats expérimentaux et par quelques perspectives.

2. Comparaison avec l'existant

Le problème de la reconstruction de plusieurs surfaces à partir d'une image 3D multi-label a été adressé par relativement peu de travaux. Les méthodes existantes peuvent être divisées en deux catégories en fonction des propriétés topologiques des maillages résultants. Le premier groupe est composé des méthodes qui ne donnent pas de garanties topologiques et génèrent des 2-complexes non-variétés. Le second groupe est composé des méthodes qui génèrent des 2-variétés combinatoires.

Groupe I : Dans [BF95], Bloomenthal et Ferguson ont proposé l'une des premières approches pour la génération de surfaces à partir de données volumiques multi-labels. Cette approche est basée sur une représentation de plusieurs surfaces implicites par de la CSG. Les auteurs utilisent une décomposition de l'espace en tétraèdres et construisent les triangulations à partir de celle-ci. Même si la décomposition en tétraèdres simplifie le problème général de la reconstruction d'un maillage polyédrique, cette approche produit beaucoup de triangles dont une grande partie est de mauvaise qualité. Les surfaces engendrées sont ici des 2-complexes non-variétés car une arête peut être incidente à plus de deux triangles.

Dans [HSSZ97], Hege et al. ont proposé une méthode différente. Ils utilisent des probabilités assignées à chaque voxel et subdivisent les cellules pour produire une multitude de triangles intermédiaires qui doivent être simplifiés. Dans cette méthode, la table d'indirection des Marching Cubes est complétée de manière à ce qu'au plus trois labels différents soient présents dans un cube virtuel. L'ensemble de triangles reconstruit ne forme là encore pas une variété.

Cette approche a été étendue dans [WS03], où les auteurs proposent une solution pour gérer jusqu'à huit labels différents par un cube. L'algorithme assure que les différents objets sont séparés par des morceaux de surface triangulée, mais les maillages résultants ne sont pas forcément topologiquement corrects. En particulier, les situations ambiguës où deux objets se rencontrent dans un cube virtuel et leurs points sont diamétralement opposés sont résolues en fonction des connexités choisies.

Bien que, cette approche soit classiquement utilisée par la plupart des algorithmes de type Marching Cubes pour lever les ambiguïtés topologiques, elle ne fonctionne pas dans le cas d'une reconstruction à plusieurs objets, comme cela est montré dans [Lat95]. Pour choisir la connexité à utiliser, les auteurs proposent de se baser sur des labels attribués par l'utilisateur à chaque objet. Pour deux objets imbriqués donnés, la connexité de l'objet de plus petit label est prioritaire.

Un autre algorithme a été proposé dans [RBB05]. Il est basé sur la subdivision des cubes dans lesquels plus de deux objets se rencontrent, le maillage résultant correspond à la surface discrète (ensemble des surfels) mais il n'y a pas de garantie que celle-ci soit une 2-variété topologique dans le cas général.

Groupe II : Récemment, dans [BK06], Bischoff et Kobbelt ont proposé une approche alternative pour la reconstruction des surfaces à partir d'une image 3D multi-labels. L'originalité de cette méthode est, qu'à l'inverse des méthodes citées ci-dessus, elle supprime d'abord les ambiguïtés topologiques dans l'image originale, avant d'extraire les surfaces discrètes. En effet, l'algorithme détecte d'abord toutes les *arêtes critiques* (lignels incidents à quatre surfels) et tous les *sommets critiques* (pointels incidents à plus d'une unique

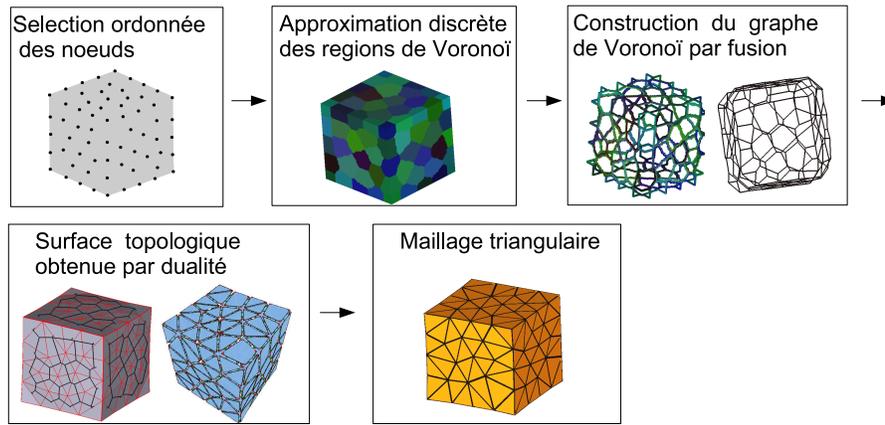


Figure 1: Vue d'ensemble des différentes étapes clés de la méthode de Delaunay Discret sur les pointels pour un objet discret.

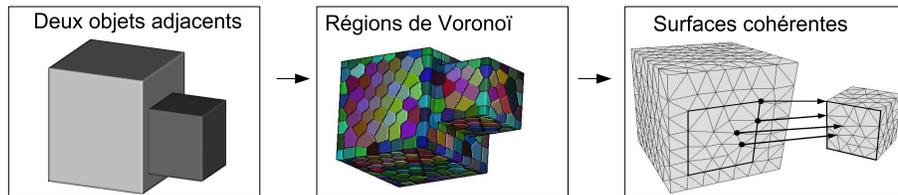


Figure 2: Trois étapes de la reconstruction simultanée de deux objets adjacents.

ombrelle) pour un label donné. Ensuite, la suppression de ces configurations pathologiques est faite via un suréchantillonnage (au moins $5 \times 5 \times 5$) des voxels incidents aux points et aux arêtes critiques. Le maillage d'un objet est obtenu en triangulant les surfels de sa frontière discrète après le suréchantillonnage. Cependant, la qualité de la première triangulation n'étant pas satisfaisante, la méthode requiert une étape de régularisation, raffinement et lissage avant de fournir le résultat final.

Une autre approche pour la reconstruction d'images multi-labels a été proposée dans Pons [PSB*07]. Cette méthode est basée sur une triangulation de Delaunay classique et étend les algorithmes présentés dans [BO03] et [ORY05] pour le cas de la reconstruction multi-objets. À la différence de toutes les méthodes citées ci-dessus, cette méthode génère directement des maillages volumiques (composés de tétraèdres) dont les bords correspondent aux surfaces des différents objets. Selon les paramètres choisis, les maillages fournis sont de très bonne qualité et topologiquement corrects. Cependant la méthode rencontre des problèmes au niveau des arêtes 3D le long desquelles plus de trois objets se touchent.

2.1. Vue d'ensemble

La méthode de *Delaunay Discret sur les pointels* (DDP) que nous présentons ici est une méthode de reconstruc-

tion topologiquement cohérente des objets présents dans une image 3D multi-labels. Elle garantit que le modèle résultant est une 3-variété combinatoire dont chaque volume est une 2-variété combinatoire sans bord délimitant un unique objet. Elle s'inscrit dans le deuxième groupe des méthodes citées précédemment.

Comme dans le travail de Bischoff [BK06], notre méthode détecte les ambiguïtés topologiques dans l'image de départ avant d'extraire les maillages. Cependant, contrairement à cette méthode, notre algorithme ne suréchantillonne pas l'image d'origine. Nous ne cherchons pas non plus à transformer l'image de départ en image *bien composée* (comme décrit ci-après). Le placage dès le départ d'une topologie forte sur les images, ne prenant en compte que les contacts entre voxels correspondant aux relations d'incidence d'une 3-variété combinatoire, nous permet d'ignorer ces cas. D'autre part, pour obtenir directement des maillages de bonne qualité et de résolution contrôlée, notre méthode est basée sur le concept de triangulation de Delaunay que nous traduisons ici dans un contexte discret.

La figure 1 illustre les différentes étapes de la reconstruction pour un objet discret. L'idée de base consiste à sélectionner automatiquement un ensemble de *nœuds* sur la frontière discrète de l'objet, à calculer le *diagramme de Voronoï* discret correspondant, à construire le *graphe de Voronoï* à partir

du diagramme discret et, finalement, à extraire le maillage surfacique par dualité.

Plus de détails sur la reconstruction dans le cas binaire peuvent être trouvés dans [BBT07]. Nous présentons ici une adaptation de cet algorithme initial pour la reconstruction simultanée d'objets concurrents dans une image 3D multi-label (voir la figure 2). Les détails des différentes étapes de l'algorithme dans le cas d'une reconstruction multi-objets sont donnés dans la suite de cet article.

3. Topologie combinatoire des images

Nous nous intéressons à la reconstruction et à la modélisation d'objets discrets provenant d'images multi-labels 3D. Rappelons que ces images sont très fréquentes en imagerie médicale.

3.1. Images bien composées

Les images 3D *bien composées* ont été introduites par Latecki [Lat97]. Une image 3D est *bien composée* si et seulement si elle ne contient aucune des deux configurations critiques, à savoir deux voxels strictement 18-adjacents et deux voxels strictement 26-adjacents (voir figure 3). Sinon, l'image est dite *mal composée*. Dans une image bien composée les trois notions d'adjacence (6, 18 et 26) entre les voxels sont équivalentes et la surface discrète de l'objet, composée des faces des voxels, est une 2-variété combinatoire.

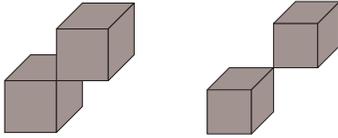


Figure 3: Configurations ambiguës. Deux voxels strictement 18-adjacents (à gauche). Deux voxels strictement 26-adjacents (à droite).

Dans [Lat95], Latecki a proposé un algorithme qui transforme une image multi-labels 2D *mal composée* en une image *bien composée*. L'idée de base consiste à changer la valeur de certains pixels voisins aux configurations critiques.

Récemment, Siqueira [Siq04] a proposé le premier algorithme en 3D pour les images binaires. L'algorithme ajoute itérativement à l'objet des voxels du fond, jusqu'à ce que l'objet de départ ne présente plus de configurations critiques. Siqueira a énuméré les différents cas possibles et propose une série de règles qui permettent choisir les voxels à modifier. Ces règles visent également à minimiser le nombre de voxels ajoutés à l'objet original.

Notons qu'en pratique, ces configurations critiques apparaissent rarement comme souligné dans [BK06] et qu'en générale les images médicales sont *bien composées* après la

segmentation des structures d'intérêt. Dans ce type d'images les trois notions de voisinage (6, 18 et 26-connexité) sont équivalentes [Lat97] puisque, par construction, ces images ne représentent que des objets 6-connexes. Cela justifie pleinement le fait que l'on puisse ignorer les configurations de 18 et 26-connexité.

Ainsi, nous ne considérons, par la suite, que la 6-connexité entre les voxels d'un même objet. C'est-à-dire que lorsqu'une configuration critique telle que celles présentées figure 3 existe, nous ignorons les contacts, ou plus précisément, les relations de bord présentes à cet endroit, pour ne tenir compte que des adjacences de faces (la 6-connexité). Cela revient à dupliquer le sommet (pour la 26-connexité) ou l'arête (pour la 24-connexité) concerné. Cette duplication est implicite et ne nécessite pas de traitements particuliers, comme nous le montrons ci-après.

3.2. Complexes cellulaires

Les *complexes cellulaires abstraits* ont été introduits en topologie pour les images discrètes par Kovalevsky dans [Kov89] et définissent une représentation purement combinatoire des images discrètes. La notion de complexe cellulaire offre un modèle très intéressant pour de nombreuses structures discrètes.

Définition 1 Un **complexe cellulaire** $C = (E, B, dim)$ est un ensemble E de cellules muni d'une relation de bord binaire irreflexive, antisymétrique et transitive $B \subset E \times E$, ainsi qu'une fonction de dimension $dim : E \rightarrow \mathbb{N}$ telle que $dim(e) < dim(e')$ pour tous $(e, e') \in B$.

Dans notre cadre, les complexes cellulaires de dimension 0 contiennent uniquement des 0-cellules, aussi appelées *pointels*. Les complexes cellulaires de dimension 1 contiennent en plus des 1-cellules, aussi appelées *lignels*. Chaque lignel relie deux pointels. Des lignels partageant un même pointel sont dits 0-adjacents. Les 1-complexes peuvent être assimilés aux graphes. Les complexes cellulaires de dimension 2 contiennent en plus des 2-cellules que nous appellerons des *surfels*. Dans une image, un surfel est un élément de surface délimité par quatre lignels et quatre pointels. Des surfels ayant un lignel commun sont dits 1-adjacents.

Enfin, les complexes cellulaires de dimension 3 contiennent aussi des 3-cellules, appelées *voxels*. En ce limitant encore au cadre des images discrètes, un voxel est un élément de volume délimité par six surfels, douze lignels et huit pointels. Des voxels ayant un surfel (et donc quatre lignels et quatre pointels) en commun sont dits 2-adjacents. La figure 4 montre une partie des k -cellules entrant en jeu dans la décomposition cellulaire d'un voxel.

Définition 2 Un complexe cellulaire C de dimension n est une **pseudo-variété** (combinatoire) si et seulement si :

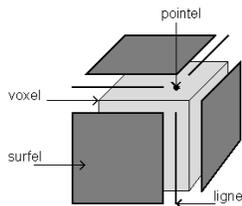


Figure 4: Décomposition cellulaire d'un voxel.

- C est régulier : toute cellule de dimension inférieure à n appartient au bord d'une cellule de dimension n ;
- C est $(n - 1)$ -connexe : entre toute paire de cellules de dimension n , il existe un chemin de cellules de dimension n deux à deux $(n - 1)$ -incidentes ;
- toute cellule de C de dimension $n - 1$ appartient au bord d'au plus deux cellules de dimension n ;

Comme nous l'avons vu, dans le cadre de la décomposition d'une image 3D en un complexe cellulaire de dimension 3, seule la 6-connexité peut être prise en compte. Ainsi, un objet de l'image est un ensemble 6-connexe de voxels accompagnés des surfels, lignels et pointels qui leurs sont incidents.

Par construction, dans un tel objet, un surfel relie toujours exactement deux voxels 2-adjacents. Tout objet est donc également 2-connexe au sens topologique du terme. C'est-à-dire qu'entre toute paire de voxels, il existe un chemin de voxels deux à deux 2-adjacents (i.e séparés par un surfel). Dans ces conditions, tout 3-complexe extrait d'une image selon la 6-connexité entre les voxels définit une *variété combinatoire de dimension 3*, [FB00].

Intuitivement, l'image dans son ensemble est une réunion de 3-variétés collées le long de leurs frontières communes. Ces frontières sont formées des surfels (et lignels et pointels) séparant les voxels des différents objets. Elles sont donc des sous variétés du bord des objets, donc des éléments de surface. Ainsi donc, par construction, le 3-complexe modélisant l'ensemble de l'image est également une 3-variété.

La conséquence directe de cette propriété est que le bord de tout objet dans le 3-complexe issu de l'image est une variété combinatoire de dimension 2, c'est-à-dire une surface combinatoire telle que définie dans [Fra95]. Cette surface possède éventuellement plusieurs composantes connexes si l'objet considéré contient des cavités internes.

Soit un objet discret volumique et soit $FD = (P, L, S)$ le 2-complexe cellulaire correspondant à sa frontière discrète, où P , L et S sont respectivement les ensembles des pointels, des lignels et des surfels de son bord. Nous appelons FD le *micro-modèle* de cet objet et nous travaillerons avec ce type de frontière discrète, dans la suite de cet article.

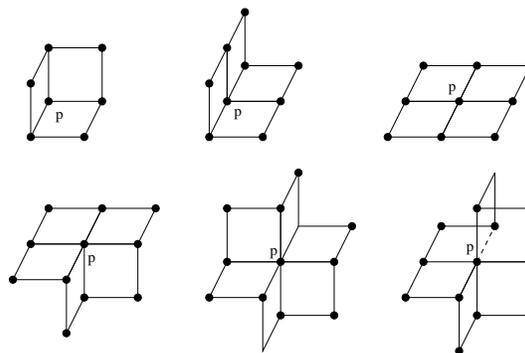


Figure 5: Les six ombrelles possibles (aux symétries près) autour du pointel p dans une 2-variété combinatoire sans bord.

4. Algorithme de Delaunay Discret

Dans cette section nous allons détailler les différentes étapes de notre méthode de reconstruction multi-objets à partir d'une image 3D multi-label.

4.1. Définition du micro-modèle

La première étape de la reconstruction consiste à extraire le *micro-modèle* représentant les différentes surfaces discrètes contenues dans l'image 3D. Ce *micro-modèle* est construit à partir du 3-complexe représentant l'image multi-labels dans son ensemble.

Avant de détailler le cas 3D, nous donnons d'abord une intuition en dimension 2 de cette construction. En dimension 2 (voir figure 6) une image est un 2-complexe (dont les surfels sont colorés) qui définit une 2-variété combinatoire (ici une partition du plan). La frontière correspondant au *micro-modèle* est formée des lignels qui ne sont pas incidents à deux surfels de même couleur et des pointels qui relient ces lignels. Le *micro-modèle* en 2D est un 1-complexe.

Comme illustré sur la figure 6, le micro-modèle peut être décomposé en deux sous-complexes. D'une part, il y a les zones de contact entre exactement deux objets qui sont des 1-variétés combinatoires. D'autre part, il y a des sommets singuliers (les 4 pointels souligné en gras) qui apparaissent aux endroits où plus de deux objets se rencontrent et découpent le micro-modèle en 7 courbes. Ainsi, le *micro-modèle* représente naturellement les informations d'adjacence entre les zones A et B, A et C, B et C, et, C et D. Le bord de la zone C étant constitué de deux composantes connexes, l'adjacence entre C et D implique une inclusion de D dans C.

L'obtention du micro-modèle en dimension 3 est réalisée par fusion des voxels de départ, par suppression successive des faces les séparant, comme dans les méthodes proposées pour la simplification d'images 3D par fusion de cellules [Dam08, BBDD08].

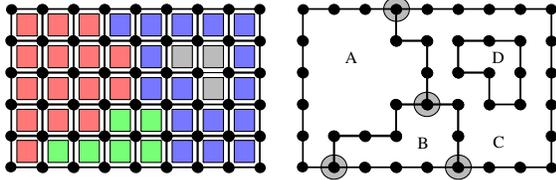


Figure 6: Un micro-modèle 2D : (à gauche) le 2-complexe cellulaire correspondant à l'image de départ ; (à droite) les frontières des 4 objets présents. Les 4 pointels soulignés sont les sommets non variétés qui découpent le bord en 7 courbes.

Topologiquement cet algorithme revient à réaliser la fusion des volumes des voxels de départ, par suppression successive des faces les séparant. Par construction le résultat est donc bien une 3-variété dont les volumes sont les objets. En revanche, si le bord d'un objet pris isolément reste une 2-variété, l'ensemble de ces bords collés entre eux forme un 2-complexe cellulaire qui n'est pas une 2-variété. Cette topologie plus complexe permet de capturer les relations de voisinage et d'insertion entre les différents objets contenus dans l'image.

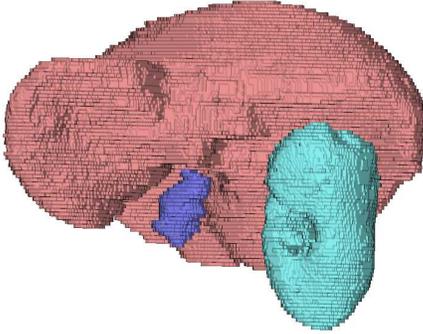


Figure 7: Le micro-modèle de trois objets adjacents : foie (en rouge), rein droit (en bleu clair) et vésicule biliaire (en violet).

La figure 7 donne un exemple de micro-modèle 3D obtenu à partir d'une image segmentée représentant un foie, un rein droit et une vésicule biliaire. Notons que le rein et la vésicule biliaire sont adjacents au foie. Le micro-modèle est la surface quadrilatère formée par les surfels des frontières discrètes des objets représentés dans l'image. L'intérieur de chaque objet est creux.

Le *micro-modèle* 3D peut être décomposé en deux types de zones correspondant à des sous-complexes de nature différentes.

- des morceaux de surfaces : elles correspondent aux zones de contact entre exactement deux objets ou entre un objet et le fond. Les sous-complexes correspondant à ces zones sont des 2-variétés combinatoires.

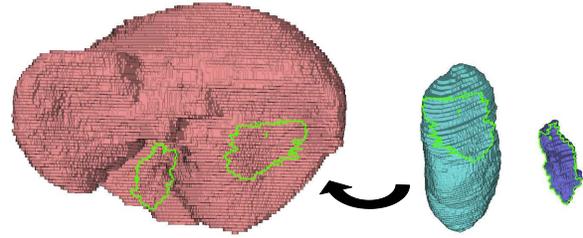


Figure 8: Les différentes zones du micro-modèle 3D. Ici le rein et la vésicule ont été tournés et translattés pour plus de visibilité. Le 1-complexe séparateur entre les trois objets est dessiné en vert.

- le 1-complexe séparateur : ce sont les zones de contact entre plus de deux objets. Ces zones jouent le rôle des sommets non-variétés en dimension 2. En dimension 3 elles forment un ensemble de courbes, plus précisément un 1-complexe cellulaire.

La figure 8 montre ces deux types de zones dans un micro-modèle 3D. Dans cet exemple, le foie est adjacent au rein droit et à la vésicule biliaire. Sur l'image nous avons représenté le rein et la vésicule tournés et translattés pour pouvoir montrer les zones de contact entre les trois objets. Le micro-modèle 3D contient les deux types de zones : des morceaux de surfaces 2-variétés et le 1-complexe séparateur (souligné en vert sur l'image) qui représente l'intersection entre, d'une part, le foie, le rein et le fond et, d'autre part, le foie, la vésicule biliaire et le fond.

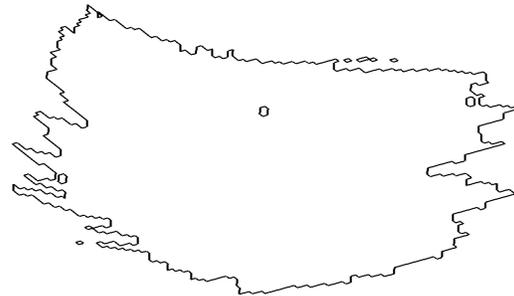


Figure 9: Zoom sur le 1-complexe séparateur du rein de la figure 8.

Dans son ensemble, le 1-complexe séparateur n'est pas une 1-variété. Intuitivement, si dans l'image il y a une intersection, par exemple, entre trois objets et le fond, cette intersection sera traduite dans le 1-complexe séparateur par un sommet non-variété (incident à quatre lignels). La restriction du complexe séparateur aux lignels et pointels appartenant à deux objets fixés est composée d'un ou plusieurs *cycles simples* de lignels. Le plus petit cycle possible est composé des quatre lignels d'un surfel. La figure 9 montre

le 1-complexe séparateur du rein de la figure 8. Notons que les plus petites courbes sont clairement dues au bruit. Dans la suite, ces cycles disparaîtront naturellement selon le rayon de résolution choisi. Des exemples de complexes séparateurs non-variétés sont présentés dans la section 5 avec d'autres résultats expérimentaux.

L'algorithme de Delaunay discret multi-labels que nous présentons ci-après, correspond à une simplification du maillage du *micro-modèle* qui conserve les zones présentées auparavant. Il s'agit de construire un Delaunay contraint tel que le 1-complexe séparateur des différentes surfaces soit simplifié en des arêtes appartenant à la triangulation finale. Les morceaux de faces sont traités comme dans le cas surfacique à un objet, tout en respectant les arêtes provenant des contraintes. Au final, après une simplification des surfaces, sous forme de triangulation, on obtient le *macro-modèle* qui est ici une 3-variété ou un maillage volumique de l'image de départ.

4.2. Sélection des nœuds pour une reconstruction multi-objets

La sélection des nœuds est une étape cruciale de l'algorithme car les pointels correspondant deviendront les sommets du macro-modèle résultant. Leurs positions et leur distribution influencent grandement la qualité des approximations géométriques obtenues. Dans notre approche, les propriétés des maillages résultants dépendent essentiellement du choix des nœuds.

Supposons, maintenant que nous souhaitons obtenir un modèle polygonal régulier de la frontière des objets. Dans ce cas, les nœuds doivent être distribués uniformément sur la frontière des objets. Pour obtenir une telle distribution, l'idée de base consiste à choisir parmi les pointels du *micro-modèle* un sous ensemble de pointels distribués uniformément en fonction d'une résolution spécifiée par l'utilisateur pour le *macro-modèle*. Pour ce faire, il faut construire une liste de nœuds candidats avec tous les pointels du *micro-modèle*. Ensuite, pour chaque nœud candidat valide, il suffit d'éliminer (marquer comme invalides) ses voisins, dans un rayon de voisinage constant r , et d'itérer le processus jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de candidats valides.

Cet algorithme très simple soulève cependant deux questions importantes : « quelle est la *métrique* à utiliser entre les pointels ? » et « faut-il définir une *priorité* de sélection entre les nœuds candidats ? ».

Distance : La distance euclidienne, bien qu'utilisée par la majorité des algorithmes de reconstruction, n'est pas adaptée ici. Une distance géodésique est plus appropriée pour la sélection des nœuds. Nous définissons ici la *distance géodésique anisotrope* entre deux pointels comme le plus petit chemin de lignels pondérés par les facteurs d'anisotropie (en X, Y et Z) de l'image. Cette distance nous permet, d'une part,

de ne pas éliminer les pointels proches d'un nœud candidat en terme de distance euclidienne mais qui se trouvent dans des régions différentes de l'objet, comme par exemple autour de détails fins. D'autre part, prendre en compte l'anisotropie de l'image nous permet d'améliorer la qualité géométrique des maillages résultants.

Priorité : Si la sélection des nœuds du maillage est faite de façon non ordonnée, la distribution résultante sera déterminée par le sens du parcours des frontières. Or, il est évident qu'une telle distribution aveugle ne peut pas être optimale, le risque étant de gommer des petits détails de la surface de l'objet ou bien de lisser les bords. L'utilisation d'une priorité de sélection pour le traitement des nœuds candidats peut améliorer sensiblement la distribution et permettre de conserver les caractéristiques des surfaces comme les pics, les creux, les arêtes vives, etc. Afin d'obtenir un *macro-modèle* plus proche de la frontière discrète des objets, en terme de distance, cette priorité est définie en fonction de la *courbure* de chaque pointel. Pour ce faire, nous pouvons utiliser tout algorithme existant, par exemple celui proposé par Lenoir [Len97] qui propose une méthode numérique d'estimation de la courbure moyenne.

A ces considérations s'ajoute le fait que les objets adjacents partageant un bord commun, c'est-à-dire induisant une contrainte dans notre Delaunay, doivent être traités spécifiquement. Pour cela, les nœuds placés sur le 1-complexe séparateur reçoivent une priorité spécifique. et sont choisis avant ceux présents sur les morceaux de surface. Il faut noter que les nœuds sélectionnés sur une surface, le sont également sur les surfaces adjacentes grâce au fait que notre *micro-modèle* contient cette information de voisinage. En conséquence, les nœuds sont automatiquement mis en correspondance lorsque deux objets sont en contact ce qui permet d'assurer que les régions de Voronoï seront les mêmes des deux cotés d'une zone de contact.

Enfin, parmi les sommets du 1-complexe séparateur, certains sont incident à exactement deux lignels et d'autres sont à la jonction de 3 courbes ou plus. Ces sommets singuliers correspondent aux pointels où s'intersectent au moins 3 objets de l'image (le fond compris). Si l'on veut que ces sommets, importants pour la qualité topologique du résultat, soient dans le maillage final, il suffit d'y placer prioritairement les nœuds. Ces principes sont implantés en sélectionnant les nœuds sur le *micro-modèle* en suivant une priorité décroissante :

1. pointels du 1-complexe séparateur qui sont incidents à plus de deux lignels du 1-complexe ;
2. pointels du 1-complexe séparateur incidents à exactement deux lignels ;
3. pointels sur les morceaux de surfaces des objets ;
4. pointels de forte courbure.

En combinant ces priorités, nous sélectionnons en premier les sommets singuliers cités ci-dessus, puis les pointels

de plus forte courbure appartenant à la frontière d'une zone de contact. Notre algorithme de sélection des nœuds assigne donc une priorité plus élevée aux points de forte courbure apparente. Cette sélection ordonnée permet une meilleure distribution qui préserve la topologie de l'objet et diminue le risque d'arrondir les angles ou de gommer les petits détails. Notons cependant que ce risque n'est pas nul, car il est facile de voir que les détails de taille plus petite que le rayon de voisinage r ne pourront pas être capturés lors de la distribution des nœuds pour un tel rayon.

4.3. Approximation discrète des régions de Voronoï

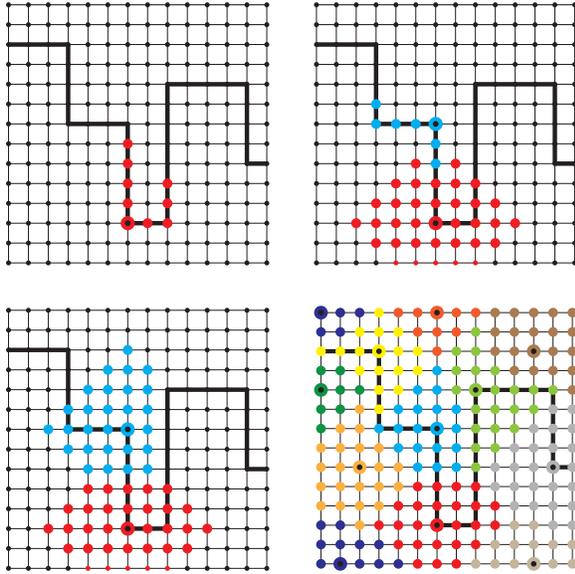


Figure 10: Croissance de régions discrètes : la ligne en gras représente une portion du 1-complexe séparateur. **En haut :** (à gauche) micro modèle initial et première croissance à partir d'un nœud, le long du 1-complexe ; (à droite) croissance de région à partir du même nœud et croissance du second nœud. **En bas :** (à gauche) seconde croissance de région à partir de ce second nœud. Notez que cette croissance est bloquée par les pointels du complexe non marqués ; (à droite) résultat de la croissance de tous les nœuds.

La distribution des nœuds du maillage étant réalisée, l'étape suivante est la construction du diagramme de Voronoï associé à ces nœuds. Rappelons que le diagramme de Voronoï est un partitionnement en régions tel que la région associée à chaque nœud, contient les points plus proches de ce nœud que de tout autre. Le calcul du diagramme de Voronoï peut être effectué de façon exacte par des algorithmes issus de la géométrie algorithmique [Ber94], ou de façon approchée, en temps constant, avec une image de distance [Bor86].

Notre algorithme d'approximation discrète du diagramme

de Voronoï effectue une croissance de régions simultanée à partir des nœuds selon la *distance géodésique anisotrope* avec la contrainte de conserver les zones de contacts entre les différents objets. Cette contrainte se traduit ici par le fait que les régions de Voronoï ne peuvent pas traverser les nœuds appartenant au 1-complexe séparateur.

De plus, rappelons que le 2-complexe modélisant les bords des objets n'est pas une 2-variété. Par exemple, trois éléments de surfaces peuvent être incidents à une même arête. Cela transforme l'algorithme de croissance des régions, en ce que les régions de Voronoï ne peuvent croître qu'à travers des arêtes variétés – qui ne bordent que deux faces – c'est-à-dire sur des portions du bord qui sont localement des surfaces.

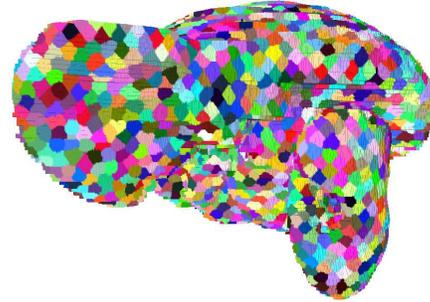


Figure 11: Approximation discrète des régions de Voronoï par croissance de régions discrètes sur le micro-modèle de la figure 7.

Ainsi donc, pour conserver le 1-complexe séparateur dans le *macro-modèle*, l'algorithme effectue une croissance de régions discrètes de Voronoï en deux étapes comme illustré sur la figure 10. Une première croissance à partir des nœuds du 1-complexe séparateur se limite aux pointels appartenant à ce complexe, c'est-à-dire que la région croît le long des courbes du complexe. Une seconde croissance, de région cette fois, est lancée à partir des nœuds du complexe séparateur avec la contrainte de ne pas passer par des pointels du complexe non affectés à la région du nœud correspondant. Cette contrainte oblige la croissance à n'être effectuée que sur les zones surfaciques autour de la courbe de départ, sans franchir à nouveau cette courbe.

A la fin de cette deuxième étape, nous obtenons donc une approximation du diagramme de Voronoï Discret Contraint correspondant à la distribution des nœuds du maillage où chaque pointel du micro-modèle est labellisé par la couleur de son nœud le plus proche (voir la figure 11).

4.4. Extraction du graphe de Voronoï

L'étape suivante de la méthode de reconstruction est l'extraction d'un graphe de Voronoï, à partir du diagramme de Voronoï discret. Rappelons que les sommets de ce graphe

doivent correspondre aux lieux où plusieurs régions de Voronoï s'intersectent et que les arêtes doivent relier deux sommets qui séparent deux régions accolées.

Pour la construction du graphe de Voronoï à partir du micro-modèle labellisé obtenu à l'étape précédente, nous procédons en deux étapes :

1. simplification du diagramme de Voronoï par fusion des surfels de même couleur ;
2. extraction du graphe de Voronoï continu.

Simplification du diagramme de Voronoï

Pour simplifier le diagramme de Voronoï en vue de la construction du graphe de Voronoï, nous identifions chaque surfel du micro-modèle comme suit :

1. un surfel dont les 4 pointels possèdent le même label appartient à l'intérieur d'une région du diagramme de Voronoï ;
2. un surfel dont les 4 pointels ont exactement 2 labels correspond à une arête du diagramme de Voronoï ;
3. un surfel dont les 4 pointels ont 3 ou 4 labels différents correspond à un sommet du diagramme de Voronoï.

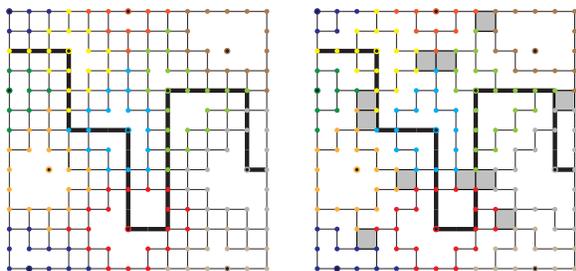


Figure 12: Simplification du diagramme de Voronoï : fusion des surfels face (à gauche), fusion des surfels arête (à droite).

Une fois chaque surfel identifié, les surfels appartenant à une même région du diagramme de Voronoï sont fusionnés créant des faces plus importantes comme illustré figure 12. De même les surfels appartenant à une même arête du diagramme de Voronoï sont fusionnés pour former des courbes discrètes. Rappelons que les centres des régions de Voronoï correspondent aux nœuds placés initialement.

Extraction du graphe de Voronoï

Grâce à la simplification, nous avons isolé les zones faces, les zones arêtes et les sommets du diagramme de Voronoï discret. Les sommets du diagramme de Voronoï sont également les sommets du graphe de Voronoï.

Pour extraire les arêtes du graphe de Voronoï, nous parcourons les zones arêtes du diagramme de Voronoï simplifié.

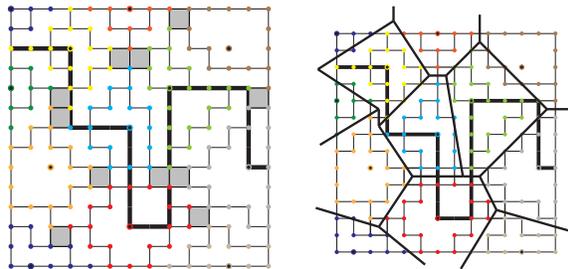


Figure 13: Extraction du graphe de Voronoï : parcours des zones arêtes du diagramme de Voronoï simplifié (à gauche), extraction des arêtes du graphe de Voronoï (à droite).

Le traitement démarre sur un sommet donné et suit les relations topologiques, dans la courbe discrète simplifiée correspondant à l'arête, jusqu'au sommet de Voronoï suivant. Les deux sommets sont alors reliés par une arête du graphe (voir figure 13).

4.5. Construction du macro-modèle

La dernière étape de l'algorithme consiste à construire le macro-modèle de l'image 3D par dualité à partir du graphe de Voronoï. Ce modèle est une 3-variété topologique dans laquelle chaque volume (qui est creux) correspond à un objet et le bord de ce volume (qui est une 2-variété combinatoire) correspond à la surface de l'objet. Dans son ensemble le macro-modèle code les relations d'adjacence et d'inclusion entre les différents objets contenus dans l'image de départ.

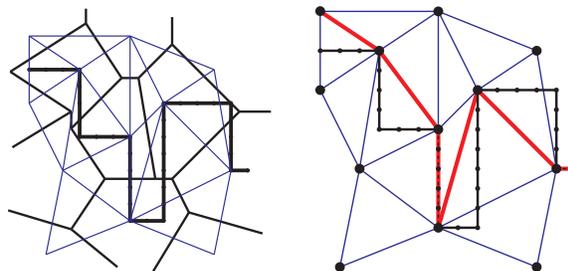


Figure 14: Triangulation de Delaunay finale : (à gauche) construction du dual du graphe de Voronoï et (à droite) maillage de la courbe correspondant au complexe séparateur.

Le dual géométrique du graphe de Voronoï est connu comme la *triangulation de Delaunay*. Notons que si exactement trois régions de Voronoï se touchent autour de chaque sommet, la surface duale au graphe est une triangulation, au sens strict du terme. Dans l'espace discret cette propriété n'est pas systématiquement vérifiée et la surface duale peut contenir ici des polygones à plus de trois sommets. Cependant, la présence de ces polygones n'empêche pas une

construction correcte du macro-modèle. De plus, ces polygones sont par construction convexes et peuvent être facilement triangulés au besoin.

Le graphe de Voronoï obtenu précédemment est constitué d'un ensemble de graphes surfaciques collés entre-eux aux niveaux des sommets communs à plusieurs objets. Les arêtes et faces des zones de contact sont communes à plusieurs objets. Pour obtenir le maillage de Delaunay, nous prenons le graphe surfacique dual dans chaque objet. Par construction les sommets, arêtes et facettes communes se transforment dans le dual en faces, arêtes et sommets communs. Une dernière étape recolle ces morceaux pour obtenir le maillage volumique final qui est une 3-variété. En pratique le recolage est immédiat car les paires de cellules communes sont connues avant le passage au dual.

Un exemple de cette construction en 2D est donné sur la figure 14. Notons ici que les nœuds placés en priorité sur le 1-complexe séparateur sont correctement connectés avec des arêtes de la triangulation duale. Ces arêtes (en rouge sur l'image) correspondent à la simplification du 1-complexe séparateur entre l'objet supérieur et l'objet inférieur.

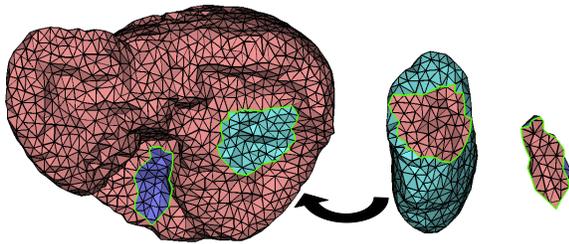


Figure 15: Macro-modèle obtenu à partir du micro-modèle de la figure 8 avec un rayon de résolution $r = 15$ lignels. Les morceaux de surface soulignés représentent les zones de contact entre les organes. Le 1-complexe séparateur est dessiné en vert.

La figure 15 montre le macro-modèle 3D obtenu à partir du micro-modèle du foie, du rein et de la vésicule biliaire de la figure 7. Pour générer ces maillages, nous avons utilisé un rayon de résolution constant de 15 lignels. Notons que les courbes du 1-complexe séparateur bordant les zones de contact entre objets sont préservées et correctement maillées. Rappelons que le choix de nœuds et la méthode de croissance des régions en deux temps, assure que les régions de Voronoï correspondant à deux nœuds voisins sur le 1-complexe séparateur sont forcément adjacentes. Ceci implique que l'arête entre ces deux nœuds est présente dans la triangulation de Delaunay. Ces arêtes de Delaunay forment bien des courbes fermées le long des bords des zones de contact.

La figure 16 schématise la croissance des régions et la triangulation obtenue le long d'un 1-complexe séparateur défini par l'intersection de trois objets. La droite se situant à

l'intersection des trois plans contient deux nœuds choisis sur le 1-complexe. Les régions de Voronoï croissent simultanément sur les trois surfaces séparant les trois objets (schématisées par les trois plans). Au final, trois triangles sont créés, dans ces trois plans, autour d'une arête non-variété. Une autre façon de le voir est de considérer trois paires de triangles sur le bord des trois objets, collés deux à deux autour de l'arête. Cela illustre aussi le fait que le macro-modèle est bien une 3-variété combinatoire.

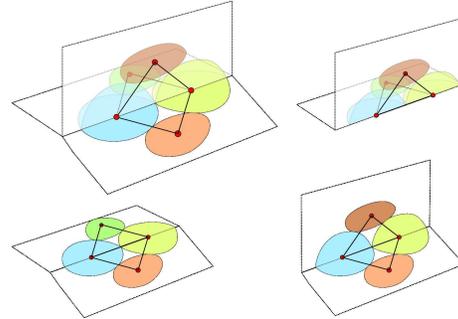


Figure 16: Schéma du maillage le long du 1-complexe séparateur : (en haut à gauche) les régions de Voronoï et la triangulation obtenue ; (autour) trois vues surfaciques des trois objets collés le long de l'arête centrale.

5. Expérimentations

L'algorithme de reconstruction multi-objets que nous avons présenté ici a été implanté sur la plateforme de modélisation à base topologique développée dans notre équipe. Nous avons testé cet algorithme sur différents types d'images médicales segmentées.

La figure 17 montre l'exemple d'un foie en voxels découpé en ses huit segments anatomiques par des plans de coupe. Dans ce cas, le 1-complexe séparateur entre les différents morceaux est d'une topologie complexe et présente aussi des pointels singuliers (aux jonctions multiples). La figure illustre le modèle 3D généré à partir du micro-modèle avec un rayon de simplification de 15 lignels. Ce modèle est un 2-complexe cellulaire plongé en 3D qui modélise les bords des huit morceaux du foie. Le bord de chaque morceau, pris isolément, est une 2-variété triangulée et les différents morceaux sont collés le long de leurs zones de contact.

Un autre exemple est montré sur la figure 18 où plus de 20 structures anatomiques ont été reconstruites à partir d'une image segmentée de l'abdomen d'un patient. Notons que l'anisotropie de l'image médicale a été efficacement résolue avec notre la *distance géodésique* pondérée par le facteur d'anisotropie. Ainsi, les maillages sont beaucoup moins aplatis que ce que l'on observe en général et ont un aspect très réaliste.

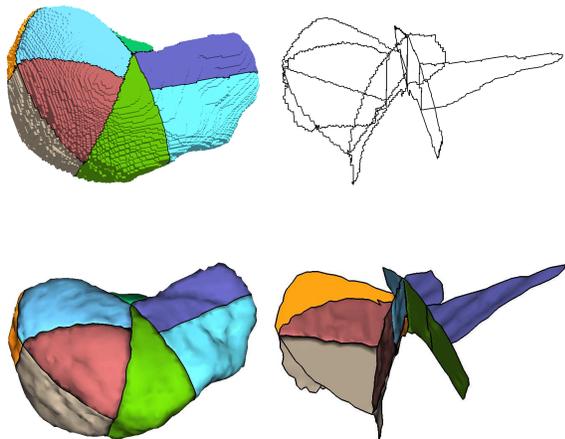


Figure 17: Sur la première ligne : (à gauche) les voxels d'un foie découpé en ses 8 segments anatomiques ; (à droite) le 1-complexe séparateur entre les différents morceaux. Sur la seconde ligne : (à gauche) les 8 maillages obtenus avec un rayon de simplification de 15 lignels. (à droite) les zones de contact entre les segments anatomiques bordées par le 1-complexe séparateur simplifié.

Pour évaluer la qualité géométrique des maillages résultants, nous avons calculé l'aspect-ratio σ_K d'un triangle K comme le rapport entre sa plus petite et sa plus grande arête. Le paramètre σ_K est d'autant plus proche de 1 que l'élément est régulier. Si le triangle est équilatéral, $\sigma_K = 1$. La figure 19 montre que la majorité des triangles des maillages du foie, du rein et de la vésicule biliaire (de la figure 15) présente un aspect-ratio supérieur à 0.5.

Cela montre qu'en pratique, l'algorithme que nous avons proposé fournit des maillages de très bonne qualité, ce qui les rend appropriés comme maillages d'entrée pour les méthodes de reconstruction volumique. Par ailleurs, ces maillages contiennent non seulement la description de la frontière de chaque objet mais aussi les points de contact entre les différents objets qui doivent être reproduits dans les maillages volumiques.

Enfin, la table de la figure 1 résume quelques résultats quantitatifs de notre méthode. Ces statistiques ont été obtenues sur trois images médicales segmentées. Le rayon de résolution r utilisé comme paramètre pour la reconstruction est spécifié en nombre de lignels. Les colonnes $\#s$ et $\#f$ indiquent respectivement le nombre de sommets et le nombre de triangles résultants. Le temps d'exécution a été mesuré en secondes sur un PC standard.

Dans cet article, nous avons présenté une version uniforme de la reconstruction. Le rayon discret des régions de Voronoï construites au départ est le même partout. Or ce rayon n'intervient dans l'algorithme que pour marquer les

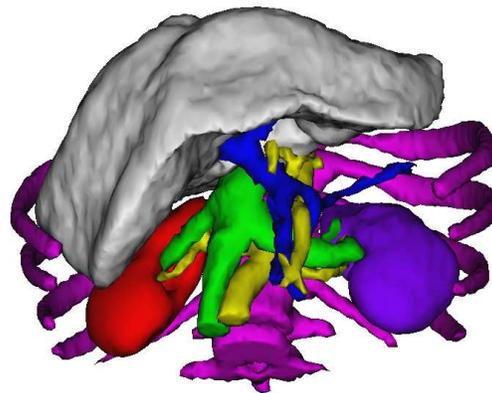


Figure 18: Maillages de structures anatomiques de l'abdomen obtenus avec un rayon de résolution de 5 lignels. Les surfaces sont coloriées en fonction du type de tissu du volume délimité.

pointels qui ne peuvent plus être choisis comme nœud du maillage. Ce n'est donc pas un paramètre global de la méthode.

Une variante à cet algorithme consiste à utiliser un rayon différent pour chaque région. La valeur de ce rayon peut être donnée par la nature de l'objet auquel appartient le pointel ou par la courbure locale. Le premier choix permet d'obtenir un maillage plus ou moins fins, mais encore compatible, des différents organes. Par exemple un maillage grossier pour le foie et un maillage plus fin pour la trachée qui contient plus de détails fins. Le second choix permet d'obtenir un maillage dont la taille des triangles s'adapte à la courbure locale des objets. Ces deux extensions peuvent bien sûr être combinées.

Pour obtenir l'exemple représenté sur la figure 20, nous avons adapté la distribution des nœuds en fonction de la courbure locale. Ceci revient à sélectionner plus de nœuds, à une distance plus proche, aux endroits de forte courbure et à sélectionner moins de nœuds, à une distance plus importante, sur les endroits plus plats.

6. Conclusion

Nous avons présenté une méthode générale de reconstruction multi-objets à partir d'images discrètes multi-labels. L'approche utilisée, basée sur une simplification du micro-modèle, c'est-à-dire le 2-complexe cellulaire représentant les bords des objets, assure la qualité topologique du résultat.

Nous avons démontré que la 3-variété volumique obtenue contenait toutes les adjacences, intersections et inclusions entre objets. Chaque objet correspond à un volume de ce maillage volumique et son bord est une surface orientable fermée. Nous avons également montré que les bords des zones de contact entre objets sont correctement maillés

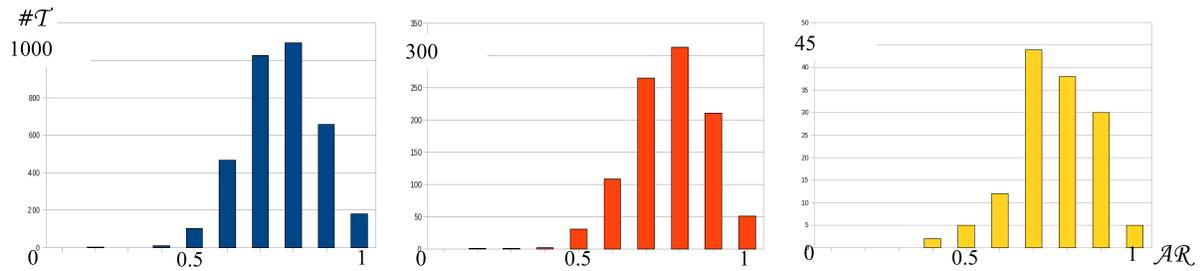


Figure 19: Histogrammes des aspect-ratios du foie, du rein et de la vésicule biliaire de la figure 15.

Résultats					
images	objets	r	# s	# f	T
I1 (384 × 329 × 323) (Fig.15)	foie rein vésicule	15	1774 495 70	3544 986 136	37.916
I2 (447 × 401 × 284) (Fig.17)	8 segments anatomiques du foie	15	3167	8554	50.545
I3 (402 × 350 × 155) (Fig.18)	24 structures anatomiques d'un patient	5	17816	36560	44.488

Table 1: Résultats quantitatifs. La colonne « images » indique la taille de l'image discrète. La colonne « objets » indique le nombre et le type d'objets contenus dans l'image. Le rayon de résolution « r » est spécifié en lignes. La colonne « #s » indique le nombre de sommets du maillage. La colonne « #f » indique le nombre de triangles. La colonne « T » donne le temps d'exécution en secondes.

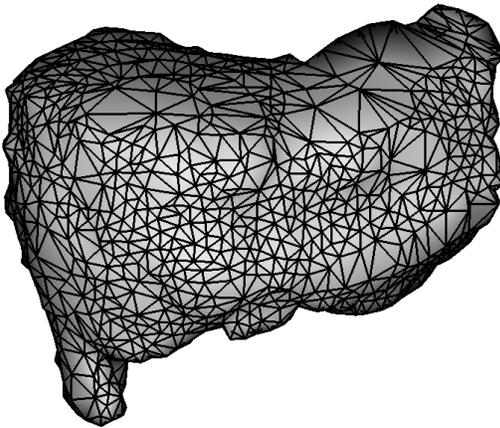


Figure 20: Maillage adaptatif du foie $r \in [4, 10]$.

par des lignes polygonales fermées. Pour finir, nous avons présenté une extension adaptative de la méthode.

Il reste des questions ouvertes concernant les structures de données qui permettraient d'optimiser cette méthode pour

le traitement d'images de plus grande résolution. Enfin, la question du maillage volumique de l'intérieur des organes reste ouverte et nous offre d'ores et déjà des perspectives intéressantes.

Remerciements Nous remercions l'IRCAD, la Région Alsace et le projet ANR VORTISS pour leur soutien à ce travail.

Références

- [BBDD08] BALDACCIF., BRAQUELAIRE A. J.-P., DESBARATS P., DOMENGER J.-P. : 3d image topological structuring with an oriented boundary graph for split and merge segmentation. In *DGCI* (2008), pp. 541–552.
- [BBT07] BOLTCHÉVA D., BECHMANN D., THERY S. : Discrete delaunay : Boundary extraction from voxel objects. In *6th International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling* (august 2007), IEEE Computer Society Press.
- [Ber94] BERTIN E. : *Diagrammes de Voronoi 2D et 3D : Applications en analyse d'images*. PhD thesis, Univeristy Joseph Fourier, Grenoble, Janvier 1994.

- [BF95] BLOOMENTHAL J., FERGUSON K. : Polygonization of non-manifold implicit surfaces. In *SIGGRAPH '95* (New York, NY, USA, 1995), ACM Press, pp. 309–316.
- [BK06] BISCHOFF S., KOBBELT L. : Extracting consistent and manifold interfaces from multi-valued volume data sets. In *Bildverarbeitung für die Medizin* (2006).
- [BO03] BOISSONNAT J. D., OUDOT S. : Provably good surface sampling and approximation. In *SGP '03* (2003), Eurographics Association, pp. 9–18.
- [Bor86] BORGEFORS G. : Distance transformations in digital images. *Computer Vision Graphics and Image Processing. Vol. 34* (1986), 344–371.
- [Dam08] DAMIAND G. : Topological model for 3d image representation : Definition and incremental extraction algorithm. *Comput. Vis. Image Underst.. Vol. 109*, Num. 3 (2008), 260–289.
- [FB00] FRANÇON J., BERTRAND Y. : Topological 3d-manifolds : a statistical study of the cells. *Theoretical Computer Science* (2000), 233–254.
- [Fra95] FRANÇON J. : Discrete combinatorial surfaces. *Graph. Models Image Process.. Vol. 57*, Num. 1 (1995), 20–26.
- [HSSZ97] HEGE H.-C., SEEBAB M., STALLING D., ZOCKLER M. : *A generalized marching cubes algorithm based on non-binary classification*. Tech. rep., Konrad-Zuse-Zentrum, 1997.
- [Kov89] KOVALEVSKY V. A. : Finite topology as applied to image analysis. *Computer Vision Graphics and Image Processing. Vol. 46*, Num. 2 (1989), 141–161.
- [Lat95] LATECKI L. : Multicolor well-composed pictures. *Pattern Recogn. Lett.. Vol. 16*, Num. 4 (1995), 425–431.
- [Lat97] LATECKI L. : 3d well-composed pictures. *Graph. Models Image Process.. Vol. 59*, Num. 3 (1997), 164–172.
- [Len97] LENOIR A. : Fast estimation of mean curvature on the surface of a 3d discrete object. In *DGCI* (1997), pp. 175–186.
- [ORY05] OUDOT S., RINEAU L., YVINEC M. : Meshing volumes bounded by smooth surfaces. In *Proc. 14th International Meshing Roundtable* (2005), pp. 203–219.
- [PSB*07] PONS J.-P., SEGONNE F., BOISSONNAT J.-D., RINEAU L., YVINEC Y., KERIVEN R. : High-quality consistent meshing of multi-label datasets. In *Proceedings of Information Processing in Medical Imaging, (IPMI), LNCS* (August 2007).
- [RBB05] REITINGER B., BORNIK A., BEICHEL R. : Constructing smooth non-manifold meshes of multi-labeled volumetric datasets. In *WSCG* (2005), pp. 227–234.
- [SAN*04] SOLER L., AYACHE N., NICOLAU S., PENNEC X., FOREST C., DELINGETTE H., MUTTER D., J.MARESCAUX : Traitements d'images medicales pour la planification, la simulation et l'aide intra-operatoire des actes chirurgicaux. In *Imagerie et Photonique pour les sciences du vivant et la medecine*, Faupel M., Smigielski P., R.Grzymala, (Eds.). Edition Fontis Media, 2004, pp. 19–31. ISBN 2-88476-005-9.
- [Siq04] SIQUEIRA M. : *Making 3D Binary Digital Images Well-Composed*. Tech. rep., University of Pennsylvania, 2004.
- [WS03] WU Z., SULLIVAN J. M. : Multiple material marching cubes algorithm. *Int. J. Numer. Methods Eng.* (2003), 189–207.