

# Une approche multirésolution lagrangienne pour la simulation de vagues déferlantes

Darles E., Crespin B., Ghazanfarpour D.

XLIM - Université de Limoges

---

## Résumé

*Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode afin de simuler le déferlement de vagues appliqué à de larges scènes océaniques. De nouvelles équations basées sur les modèles utilisés en océanographie sont présentées ; elles permettent de générer des trains de vagues paramétrables et non limités temporellement. Une méthode de génération des sprays est également présentée, effectuée par une transition d'état de certaines particules d'eau en corrélation avec la quantité de mouvement et de turbulence produite par le déferlement. L'utilisation d'une approche lagrangienne associée à un schéma de multirésolution nous permet d'accélérer les calculs et de simuler le phénomène du déferlement sur de grandes étendues d'eau tout en conservant une précision suffisante.*

---

**Mots clé :** Simulation de fluides, SPH, multirésolution

## 1. Introduction

De nombreux travaux en mathématiques et physiques appliquées ont pour sujet la représentation des vagues déferlantes et de la dynamique littorale, rendue très complexe en raison des interactions entre la mer, le continent, l'atmosphère et parfois les fleuves et les infrastructures humaines. De nombreux phénomènes entrent en jeu (marées, vent, courants), et on rencontre une grande diversité d'échelles d'espace et de temps auxquelles apparaissent les différentes forces régissant la circulation littorale. Nous nous intéressons ici principalement au phénomène des vagues déferlantes, qui apparaissent en eau peu profonde près du rivage. Ces vagues sont caractérisées individuellement par un mouvement relativement simple (levée, déferlement plus ou moins important, retrait puis stabilisation), mais présentent tout de même un challenge pour les simulations numériques lorsque l'on souhaite générer des trains de vagues déferlantes sans limitation temporelle.

En infographie, si de nombreuses méthodes ont pour objet la représentation des fluides en général, paradoxalement peu d'entre elles traitent spécifiquement du déferlement. Nous présentons ici une solution efficace afin de représenter ce phénomène à grande échelle, en intégrant également la modélisation et le rendu des sprays dus au déferlement. Après avoir survolé les différentes méthodes envisageables, nous

présentons le modèle SPH choisi pour discrétiser le fluide, puis différentes méthodes permettant d'optimiser la simulation dans le cas spécifique des vagues déferlantes : nous nous intéressons notamment à la génération de vagues non limitée dans le temps, et à la représentation multirésolution de ce phénomène.

## 2. Travaux Antérieurs

Les premiers travaux concernant la représentation de l'eau dans des scènes océaniques remontent aux modèles paramétriques [FR86, DP86], étendus pour permettre la représentation réaliste de trains de vagues en eau profonde [TDG00, CGG01]. Les vagues sont définies par une équation paramétrique décrivant le trajet des particules d'eau à la surface au cours du temps. Sous certaines conditions il est possible d'obtenir une forme réaliste de vagues déferlantes [JBS03], cependant ce type d'approche ne permet pas de simuler la dynamique du fluide. A l'inverse, les méthodes eulériennes proposent une résolution du système régissant le mouvement du fluide. Cette résolution peut se baser par exemple sur une grille de hauteurs 2D incorporant les effets de pression [KM90]; la troisième dimension est obtenue à l'aide d'une approche paramétrique. Différents types de vagues déferlantes peuvent être représentés [MMS04] en permettant le contrôle de la géométrie de départ de la vague. Une approche similaire est utilisée dans [TMFSG07] pour simuler le déferlement en temps réel. La résolution 3D

du phénomène [LGF04, IGLF06, LSSF06] permet d'intégrer des effets réalistes de splashes, mais au prix d'une grille 3D très fine, notamment dans le cas de scènes océaniques. Une comparaison visuelle entre des résultats obtenus par l'approche décrite dans [MMS04] et notre méthode est présentée sur la figure 1.

Les approches semi-langrangiennes combinent une grille eulérienne avec un système de particules, et permettent donc de simuler correctement des effets allant de l'écoulement dans un verre jusqu'aux splashes dûs au déferlement, tout en conservant la masse totale du système [OH95, FF01, EMF02, TFK\*03, LTKF07]. Cette approche a été utilisée récemment pour modéliser les bulles et les sprays dûs au déferlement à l'aide de systèmes de particules [KCC\*06], générés à la volée en quantifiant le caractère dissipatif et turbulent du fluide. Cette approche a également été utilisée pour la résolution des équations de Saint-Venant en incorporant une fonction de turbulence [TRS06], grâce à un système de particules représentant les sprays et l'écume engendrés par celle-ci. Les multifluides peuvent être simulés avec une grille adaptative, raffinée lorsque la cellule est proche de l'interface [LSSF06].

Enfin, la dernière approche consiste à simuler la dynamique du fluide de manière purement lagrangienne, c'est à dire en se basant uniquement sur un système de particules, généralement en suivant le modèle des SPH [Mon92, DC96]. Müller *et al.* [MCG03] ont notamment proposé une formulation adaptée au cas de l'eau, permettant de calculer de façon correcte la densité d'une particule par rapport à ses voisines ; afin de réduire la compressibilité, cette densité peut être filtrée par un schéma de relaxation [CBP05]. L'un des avantages d'un système de particules est que certaines peuvent être contrôlées (par l'utilisateur ou par un autre type de simulation) par la modification du champ des vitesses [MSKG05], ce qui pourrait convenir à la simulation du déferlement.

D'autres approches se basent sur le modèle MPS, une extension du modèle des SPH permettant de garantir l'incompressibilité du fluide en corrigeant les forces de pression. Cette approche a été utilisée notamment pour représenter l'écoulement et les interactions incompressibles d'un système multifluides [PTB\*03] mais également pour la simulation du déferlement [QYC\*06] par une série de "profils" 2D qui sont ensuite joints pour reconstruire une vague déferlante. Cependant cette méthode nécessite des calculs supplémentaires, et dans le cas de grande étendues d'eau elle n'est pas souhaitable car elle n'aura pas un impact visuel significatif sur le résultat final. En effet, une très faible variation du volume d'eau d'un océan ne sera pas visible pour un observateur.

Le temps de calcul important reste le problème principal des méthodes précédentes - de l'ordre d'une dizaine de minutes par image dans le cas de vagues déferlantes. Dans ce contexte, les approches multirésolution permettent de réduire la complexité des données. Certains schémas de résolution eulériens [LGF04] utilisent une grille raffinée dans les



**Figure 1:** Comparaison graphique avec une approche existante (à droite, celle de [MMS04], à gauche, notre approche)

zones proches de l'interface air-eau ou en fonction d'autres critères, par exemple l'impact visuel de la zone de fluide.

Les particules sont un modèle également bien adapté à ce principe [DC99, APKG07] : la taille des particules varie selon un schéma "fusion / division" permettant de réduire le nombre de particules dans les zones de moindre importance. Le problème réside alors dans l'interaction entre des particules de tailles différentes, qui peut être résolu en modifiant les calculs de pression et de viscosité. Notre méthode se situe dans la continuité de ces travaux, grâce à une approche multirésolution adaptée au cas des vagues déferlantes.

### 3. Concepts de base

#### 3.1. Approche SPH

Les "Smooth Particles Hydrodynamics" sont une discrétisation lagrangienne permettant la résolution des équations de Navier-Stokes. Pour une particule donnée, le calcul d'une quantité scalaire  $A_i$  associée à une particule  $i$  s'effectue par interpolation des particules se trouvant à son voisinage dans un rayon d'interaction noté  $h$  :

$$A_i = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(r_i - r_j, h) \quad (1)$$

où  $m_j$  désigne la masse de la particule  $j$ ,  $A_j$  son champ scalaire,  $\rho_j$  sa densité et  $r_i - r_j$  la distance entre les deux particules.  $W$  est un noyau d'interpolation normalisé à support compact et fini :

$$W(r, h) = W(r, -h) \\ \int W(r) dr = 1$$

Le gradient et le laplacien d'une quantité  $A_i$  peuvent être calculés respectivement par :

$$\nabla A_i = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h) \\ \nabla^2 A_i = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_j, h)$$

#### 3.2. Résolution des équations de Navier-Stokes

Sous forme eulérienne, les équations Navier-Stokes s'expriment à l'aide du système :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} (-\nabla p + \mu \nabla^2 v - \rho v \nabla v + \rho G)$$

où  $\rho$  désigne la densité de fluide présent dans la cellule considérée,  $v$  sa vitesse,  $p$  sa pression,  $\mu$  sa viscosité dynamique considérée comme constante dans le cas d'un fluide newtonien tel que l'eau et  $G$  le vecteur gravitationnel. La première équation représente la conservation de la masse : au cours du temps, la densité totale de fluide présente dans le système global est constante. La seconde représente la conservation de la quantité de mouvement et met en jeu différents termes :  $-\nabla p$  représente les effets de pression,  $\mu \nabla^2 v$  les forces de viscosité,  $\rho v \nabla v$  les effets d'advection (c'est-à-dire le transport du fluide par ses vitesses) et  $\rho G$  désigne les forces extérieures.

Dans une approche lagrangienne, ce système d'équation se simplifie. En considérant la masse des particules comme constante au cours du temps, nous pouvons omettre la première équation ; dans la seconde, le terme d'advection non linéaire peut être également omis car il n'a pas de représentation dans ce cas. On obtient alors une seule équation de type linéaire :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\rho} (-\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho G)$$

Notons  $f = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho G$  désignant l'ensemble des forces agissant sur une particule. Son accélération peut être alors calculée par :

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{\rho_i} (f_i^{press} + f_i^{visc} + f_i^{ext})$$

où  $f_i^{press}$  (resp.  $f_i^{visc}$  et  $f_i^{ext}$ ) désigne la force de pression (resp. viscosité et extérieures) et  $\rho_i$  la densité de la particule  $i$ .

Dans l'approche SPH, la densité d'une particule peut être calculée à l'aide de l'équation 1, et la pression à l'aide de loi des gaz parfaits :

$$\rho_i = \sum m_j W(r_i - r_j, h)$$

$$p = k(\rho - \rho_0)$$

où  $k$  désigne la solubilité du gaz caractéristique du fluide considéré et  $\rho_0$  sa densité au repos.

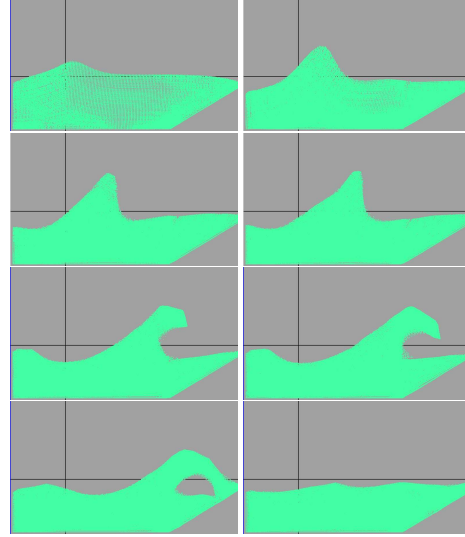
Comme cela est suggéré dans [MCG03], les forces de pression et de viscosité sont alors obtenues grâce aux noyaux  $W^{spiky}$  et  $W^{viscosity}$  par :

$$f_i^{press} = - \sum m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W^{spiky}(r_i - r_j, h) \quad (2)$$

$$f_i^{visc} = \mu \sum m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W^{viscosity}(r_i - r_j, h) \quad (3)$$

La force de tension de surface est alors définie par :

$$f_i^{surface} = -\sigma \nabla^2 c_i^s \frac{n_i}{|n_i|} \quad (4)$$



**Figure 2:** Les différentes phases du déferlement d'une vague en 2D calculé avec notre méthode

$$c_i^s = \sum \frac{m_j}{\rho_j} W(r_i - r_j, h) \quad (5)$$

où  $\sigma$  représente le tenseur d'effort caractéristique du fluide considéré et  $n_i$ , la normale à la particule définie par  $n_i = \nabla c_i^s$ . Cette force est calculée si  $|n_i|$  est supérieur à un certain seuil noté  $l$ .

Enfin, le rayon d'interaction  $h_i$  d'une particule peut s'exprimer en fonction des propriétés du fluide :

$$h_i = \sqrt[3]{\frac{3m_i x}{4\pi\rho_0}} \quad (6)$$

avec  $x$  le taux maximal de particules pouvant échanger avec une particule quelconque, dépendant du fluide considéré. Une valeur de  $x$  proche de 20 permet de simuler correctement l'eau tout en réduisant les effets de compressibilité dus à l'approche SPH.

Nous utilisons les mêmes paramètres que ceux présentés dans [Kel06] :  $\rho_0 = 998.29$ ,  $\mu = 3.5$ ,  $k = 3$ ,  $\sigma = 0.0728$  et  $l = 7.065$ .

Pour évaluer la densité et la fonction  $c_i^s$  de chaque particule, nous utilisons le noyau  $W^{poly6}$  défini par [MCG03].

### 3.3. Modèle du soliton

Le déferlement d'une vague est effectué en plusieurs phases illustrées sur la figure 2. Dans un premier temps, on observe une levée et une propagation d'une onde solitaire. Ensuite, la vague plonge, générant sprays et écume s'accompagnant d'un phénomène de turbulence. Enfin la surface de l'océan se stabilise et on observe une phase de retrait du

fluide due à la levée et à la propagation d'une nouvelle vague déferlante.

Ce phénomène complexe a été longtemps étudié en océanographie. Le modèle le plus employé est celui du soliton [RO98], permettant de décrire une vague déferlante comme une onde solitaire se propageant dans un milieu non linéaire et dispersif.

La vitesse initiale en 2D d'un élément du volume d'eau s'exprime par :

$$u = \sqrt{gd} \frac{H}{d} \operatorname{sech}^2(A(x-ct))$$

$$v = \sqrt{3gd} \left(\frac{H}{d}\right)^{3/2} \frac{y}{d} \operatorname{sech}^2(A(x-ct)) \tanh(A(x-ct))$$

avec  $\operatorname{sech} = 1/\cosh$ ,  $H$  la hauteur du soliton,  $c$  sa célérité,  $d$  la profondeur de l'élément de volume par rapport au fond,  $A = \sqrt{\frac{3H}{4d^3}}$  et  $\bar{t}$  son temps fictif, c'est-à-dire le temps propre du soliton indépendant du temps de la simulation. Le paramètre de célérité  $c$  permet de contrôler le temps de plongement du soliton : plus sa célérité sera élevée, plus il se propagera et plongera rapidement.

## 4. Simulation de vagues déferlantes

### 4.1. Méthode par impulsion finie

Pour simuler le déferlement de vagues, les méthodes existantes [EMF02, MMS04, LTKF07] initialisent en début de simulation les conditions de vitesse du fluide à l'aide de modèles paramétriques, permettant ainsi au fluide de déferler. Cependant, après un certain temps de simulation, il n'a plus assez de vitesse pour déferler à nouveau. Pour permettre un nouveau déferlement, il faut alors réinitialiser la vitesse du système, ce qui peut provoquer une divergence numérique et le rendre instable. L'utilisateur doit procéder par essai/erreur pour trouver les paramètres permettant de reproduire un déferlement correct ; ce type de méthode induit donc une limitation temporelle de la simulation.

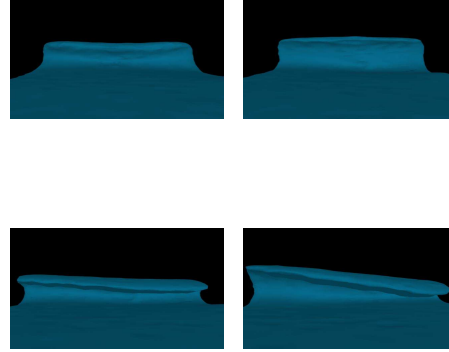
Pour pallier à cette limitation, nous proposons d'employer un système de forces d'impulsions à base physique, c'est-à-dire reprenant la solution du soliton présentée précédemment. A chaque instant une force d'impulsion, représentée comme une force extérieure, est appliquée à l'ensemble du fluide. Tout d'abord, le modèle du soliton est étendu au cas 3D, en incluant un paramètre  $\phi$  de déphasage du soliton, ainsi qu'un angle  $\theta$  de déviation par rapport à l'axe de déferlement et au plan perpendiculaire à celui-ci, permettant d'obtenir une asymétrie de la vague déferlante :

$$u' = \sqrt{gd} \frac{H}{d} \operatorname{sech}^2(A(x-ct + \phi))$$

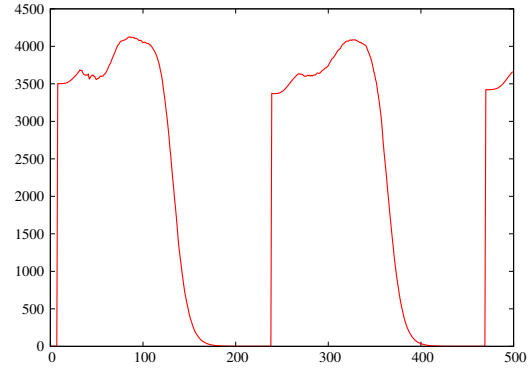
$$v' = \sqrt{3gd} \left(\frac{H}{d}\right)^{3/2} \frac{y}{d} \operatorname{sech}^2(A(x-ct + \phi)) \tanh(A(x-ct + \phi))$$

$$w' = \sqrt{gd} \frac{H}{d} \operatorname{sech}^2(A(z \cos \theta - ct + \phi))$$

A chaque instant, une force d'impulsion  $F^{\text{soliton}}$  de coordonnées  $u'$ ,  $v'$  et  $w'$  est appliquée à l'ensemble des particules



**Figure 3:** En haut, variation de la hauteur avec  $H = 0.2$  et  $H = 0.35$ . En bas, variation de l'angle de déviation avec  $\theta = 0$  et  $\theta = 0.5$  (en radians)



**Figure 4:** Moyenne des forces d'impulsions du système sur une animation de 500 images

sous forme de force extérieure. Dans un premier temps, cette force augmente avec le temps, permettant de lever le fluide et de créer la vague. Une fois atteinte son maximum, elle décroît, permettant au fluide de déferler. La figure 2 illustre en 2D les phases successives du déferlement obtenu avec ce modèle, c'est-à-dire la levée du fluide, son plongement et enfin la stabilisation du niveau d'eau. En 3D, le modèle est également contrôlable ; la figure 3 montre l'influence de la variation de la hauteur et de l'angle de déviation de la vague déferlante.

Afin d'éviter une limitation temporelle, le temps fictif  $\bar{t}$  attribué à un soliton est réinitialisé quand la moyenne des forces d'impulsions du système est proche de 0. En effet dans ce cas le fluide n'a plus assez de force pour déferler. La réinitialisation nous permet alors de relancer le système et de procéder ainsi à un nouveau déferlement. Cet effet est illustré dans la figure 4 : une impulsion est donnée au temps

$t = 10$  de la simulation, la force d'impulsion des particules augmentant pour finalement décroître rapidement. Quand la moyenne des forces d'impulsion est proche de 0, le temps fictif  $\bar{t}$  du soliton est alors réinitialisé et elles recommencent à augmenter. Cette force représente en moyenne 10% de l'ensemble des forces auxquelles est soumise une particule.

#### 4.2. Modèle d'impulsions multiples

Notre modèle peut être étendu afin de simuler plusieurs vagues déferlantes. La force d'impulsion appliquée à une particule est alors simplement décrite par une superposition de plusieurs solitons :

$$F^{imp} = \sum_i^N F_i^{soliton} \quad (7)$$

où  $N$  est le nombre de solitons présents dans la scène et  $F_i^{soliton}$  désigne la force d'impulsion associée à un soliton  $i$ .

La somme des forces appliquée à une particule donnée peut alors s'exprimer à l'aide de la formule suivante :

$$F = F^{press} + F^{visc} + F^{ext} + F^{imp} \quad (8)$$

Pour reproduire le déferlement d'un train de vagues, il suffit de créer plusieurs solitons et donc plusieurs forces d'impulsions, en régénérant à chaque fois un quadriplet aléatoire  $(H_i, c_i, \phi_i, \theta_i)$  nous permettant d'obtenir un résultat non uniforme temporellement. Un soliton est alors réinitialisé si la moyenne des forces d'impulsions générées par ce soliton est proche de 0, comme cela est expliqué dans la section précédente.

Notre méthode permet ainsi d'éviter une limitation temporelle, et autorise en outre un contrôle des caractéristiques de chaque train de vagues déferlantes. L'utilisateur peut définir la hauteur, la phase d'une vague, sa célérité, son angle de déviation, tout en contrôlant le nombre de vagues total simulées dans la scène.

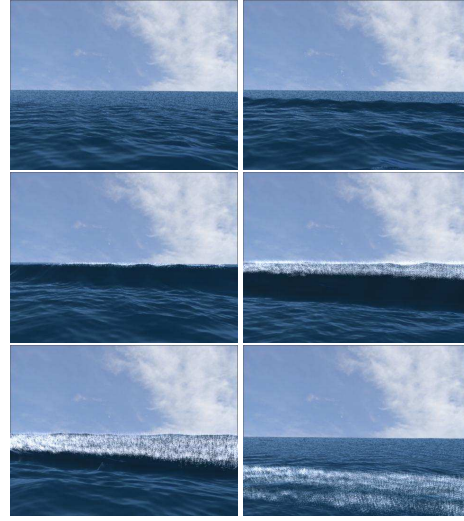
#### 5. Simulation des sprays

Le déferlement des vagues est un phénomène qui s'accompagne d'une intense interaction entre l'atmosphère et la surface de l'océan, se caractérisant par la génération de sprays. Pour décrire ce phénomène, les méthodes existantes ont recours à l'ajout de systèmes de particules le plus souvent contrôlés de manière indépendante. Nous proposons ici d'adapter ce principe à la génération automatique de sprays spécifique au déferlement d'une vague, en représentant la gazéification en air d'une particule d'eau en fonction de sa quantité de mouvement.

Le calcul de la densité au repos  $\rho_0$  d'une particule est remplacé par :

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = (|\frac{\partial u}{\partial t}| - U_s)(\rho_{0,air} - \rho_{0,eau})$$

$$\rho_{0,t+1} = \rho_0 + \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \Delta t$$



**Figure 5:** Génération des sprays pendant le processus de déferlement

où  $\rho_{0,eau}$  (resp.  $\rho_{0,air}$ ) est la densité au repos de l'eau (resp. de l'air). Le terme  $U_s$  désigne la quantité de mouvement suffisante pour induire un changement d'état, calculé en fonction de la force d'impulsion décrite dans la section précédente : si cette force diminue, alors la vague est en train de déferler et on définit  $U_s$  comme la norme de la vélocité de la particule. Dans ce cas, nous appliquons un schéma d'intégration explicite pour calculer la nouvelle densité au repos, bornée entre  $\rho_{0,eau}$  et  $\rho_{0,air}$ .

La quantité d'air présente dans une particule est alors exprimée linéairement par :

$$Q_{air} = \frac{\rho_0 - \rho_{eau}}{\rho_{air} - \rho_{eau}} \quad (9)$$

Si une particule passe en phase gazeuse, nous générons un sous-système de particules représentant des sprays où chaque sous-particule est considérée comme une fille de la particule mère. Aucune interaction entre les sous-particules n'est simulée afin de limiter les coûts de calcul : leur mouvement est conduit dynamiquement par le mouvement de leur mère au niveau hiérarchique supérieur. Dans le cas contraire, si une particule "gazéifiée" tend à passer vers un état liquide, nous supprimons aléatoirement des particules de sprays en fonction de la quantité d'air présent dans la particule mère. Les sprays sont ensuite rendus sous forme de blobs dont le rayon est généré aléatoirement et dont l'opacité est calculée en fonction de la quantité d'air de la particule mère. Ainsi, plus la quantité de mouvement d'une mère est importante, plus le nombre de particules de sprays générées sera grand (et plus celles-ci apparaîtront opaques). Dans le cas contraire, plus une particule mère tend à passer vers une phase liquide, plus ses sprays apparaîtront transparents.

Les figures 1, 5 et 12 montrent les résultats obtenus avec cette méthode dans le cas d'un déferlement ; le rayon aléatoire pour les particules de sprays va de  $1.10^{-3}$  à  $5.10^{-4}$ , soient la valeur maximale au dessus de laquelle le résultat obtenu n'apparaît pas réaliste, et la valeur minimale en dessous de laquelle les sprays ne sont plus visibles. On peut observer un effet de *splash* qui, s'il se base sur un paramètre empirique de changement d'état  $U_s$ , permet néanmoins d'améliorer le réalisme visuel de la scène en ajoutant de nouvelles particules. On peut également remarquer que ces sous-particules ont un mouvement déterminé par une seule particule mère, mais le principe de génération de sous-systèmes pour représenter les sprays reste la seule méthode permettant d'éviter une explosion combinatoire. En outre, elle pourrait permettre de prendre en compte d'autres phénomènes tels que l'influence du vent.

## 6. Multirésolution lagrangienne

La multirésolution lagrangienne apporte une solution au problème du contrôle du coût en mémoire et en temps de calcul en permettant une représentation hiérarchique du système global à travers deux opérations élémentaires appelées "fusion" et "division" qui consistent respectivement à rattacher des particules à une particule donnée, ou au contraire à les "détacher".

Cependant, les approches existantes nécessitent des calculs coûteux de champs de distance vis à vis de la surface libre ainsi qu'un redistancement des particules. Nous proposons donc une simplification spécifique au déferlement des vagues afin de limiter les calculs.

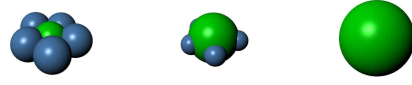
Comme mentionné dans [APKG07], nous sommes confrontés au problème de la conservation de la masse totale pendant les opérations de fusion et de division. Le principe de notre méthode est un transfert de masse à chaque pas de temps, consistant à définir l'opération de fusion comme l'augmentation progressive de la masse d'une particule tout en réduisant celles de particules identifiées comme ses filles ; l'opération de division est définie par le processus inverse. La masse perdue par une particule est donc toujours gagnée par une autre, ce qui garantit ainsi la conservation de la masse totale. Ce processus est illustré sur la figure 6. Les rayons d'interaction des particules mère et filles sont ensuite recalculés par la formule 6 ; dans notre implémentation la masse minimale utilisée est  $m_i = 0.02$  [Kel06].

Nous utilisons la méthode *shooting / gathering* de Desbrun et Cani [DC99, APKG07] pour calculer les forces de pression et de viscosité :

$$f_i^{pressure} = -V_i V_j (P_i + P_j) (\nabla W(r_{ij}, h_i) + \nabla W(r_{ij}, h_j)) / 2$$

$$f_i^{viscosity} = \mu V_i V_j (v_j - v_i) (\nabla^2 W(r_{ij}, h_i) + \nabla^2 W(r_{ij}, h_j)) / 2$$

avec  $V_i = \frac{m_i}{\rho_i}$  le volume occupé par une particule, et  $r_{ij}$  la distance entre deux particules.



**Figure 6:** Transfert de masse pendant une opération de fusion entre la particule mère (au centre en vert) et ses filles (en bleues) sur des images successives

L'utilisation de ces formules permet de garantir le respect de la symétrie des forces internes entre deux particules quelles que soient leurs tailles, condition nécessaire au maintien de la stabilité du système global pendant la simulation.

### 6.1. Fusion

Notre processus de fusion s'effectue en deux étapes. En premier lieu, les particules du système pouvant être affectées par cette opération sont identifiées en tenant compte de différents critères : la profondeur de la particule, la force d'impulsion de déferlement à laquelle est soumise cette particule et sa distance par rapport à l'observateur. En effet, nous supposons que plus une particule est profonde, plus nous pouvons approximer le calcul des forces car, notamment, les forces de tensions de surface exercées sur celles-ci seront minimales ou quasi-nulles. En contrepartie, plus la force d'impulsion de déferlement à laquelle est soumise une particule est importante, moins nous pouvons approximer ses échanges. Enfin, comme chaque particule possède un impact visuel sur le rendu final de la simulation, plus une particule se trouve éloignée de l'observateur, plus nous pouvons approximer son comportement dynamique.

Au départ de la simulation, les particules de fluide sont initialisées à l'aide d'une boîte englobante de hauteur maximale  $H_{max}$  et  $H_{min}$ , paramètres globaux fixés au départ de la simulation, que l'utilisateur peut contrôler. Notons  $H_i$  la profondeur d'une particule  $i$  par rapport à la boîte englobante. Notre critère de profondeur est alors  $C_{H_i} = \left| \frac{H_i - H_{min}}{H_{max} - H_{min}} \right|$ , les critères de distance à la caméra  $C_{D_i}$  et de force d'impulsion  $C_{F_i^{imp}}$  étant définis de façon similaire (resp. à partir de la distance  $D_i$  et de la force d'impulsion verticale  $F_i^{imp}$  à laquelle est soumise la particule). Une différence notable est que la force d'impulsion verticale maximale n'est pas un seuil défini arbitrairement mais le maximum de la somme des forces d'impulsions pouvant s'appliquer sur une particule.

Notre critère de choix est simplement défini par  $C_i = C_{H_i} + C_{D_i} + C_{F_i^{imp}}$  ; on considérera qu'une particule peut "attacher" d'autres particules si  $C_i > 1$ . Si c'est le cas, les particules qui lui sont attachées sont celles se trouvant à une distance inférieure à  $h_i$  de la particule identifiée et qui respectent elles aussi le critère de choix.

Après cette identification, la seconde étape du processus consiste à transférer une partie de la masse des particules

filles vers la particule mère. A chaque pas de temps, chaque particule fille perd une faible quantité de masse rétribuée à sa mère. Nous choisissons de transférer 10% de la masse initiale, ce qui nous garantit de limiter les artefacts visuels pendant le processus de fusion ou de division.

Pour chaque particule fille et mère, nous recalculons ensuite un nouveau rayon d'interaction en utilisant l'équation 6 ; ce processus s'arrête dès que la particule mère a atteint sa masse maximale, calculée comme la somme de sa masse initiale et des masses initiales des particules filles. Une fois atteint ce critère, nous désactivons les particules filles au sein du système : elles n'interviendront notamment plus dans les calculs de voisinage représentant l'essentiel du coût de la simulation.

## 6.2. Division

Le processus de division est l'inverse du processus de fusion : une particule ne pourra plus représenter dynamiquement ses filles si elle a subi une opération de fusion et si son critère de choix  $C_i \leq 1$ .

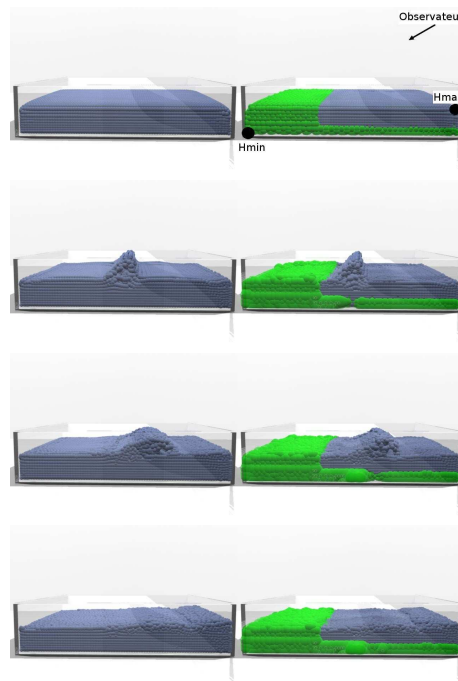
Si c'est le cas nous transférons à chaque pas de temps une faible quantité de masse de la particule vers chacune de ses filles, et nous arrêtons le processus lorsque la particule mère est revenue à sa masse initiale.

Notre méthode permet ainsi d'obtenir un nombre réduit de particules actives nécessaires à une simulation de vagues déferlantes : les zones d'importance sont échantillonnées par des particules de taille minimale, alors que dans les zones moins significatives cette taille croît linéairement pendant la simulation, comme le montrent les images prises à différentes étapes de la simulation montrant les tailles adaptatives des particules (Figure 7).

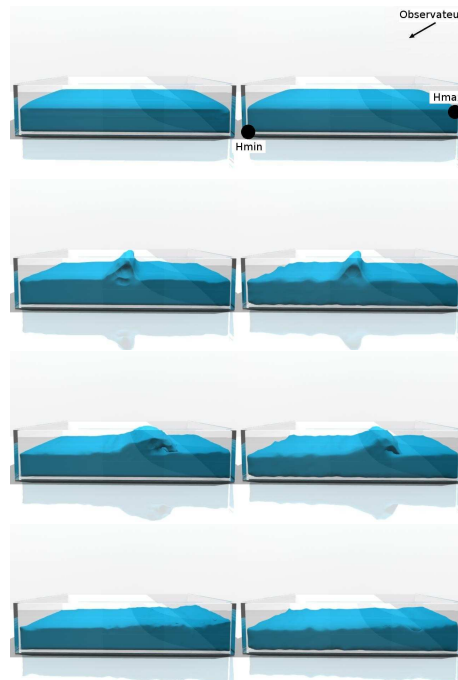
Le transfert linéaire de masse entre particules filles et mères nous garantit le respect de la conservation de la masse durant le processus et ainsi la stabilité du système global. De plus, l'utilisateur peut contrôler à travers le nombre initial de particules la mémoire maximale nécessaire pour la simulation, puisqu'aucune nouvelle particule n'est créée par notre méthode.

## 7. Résultats

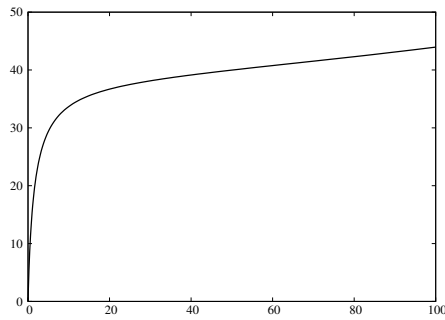
Pour observer les gains obtenus par notre approche, plusieurs simulations ont été menées sur un processeur AMD64 à 2,4 Ghz et 1 Go de mémoire vive. Le gain apporté par la multirésolution, en nombre de particules désactivées, croît en fonction du nombre de particules présentes dans la simulation ; de façon similaire, les temps de calculs sont accélérés de façon linéaire, comme le montrent les figures 9 et 10. Par exemple, pour une simulation avec 60K particules initiales, nous obtenons un gain de 40% en termes de particules désactivées, et ainsi une simulation 1,5 fois plus rapide (environ 62 sec. par image en moyenne avec la multirésolution contre 108 en simulation standard).



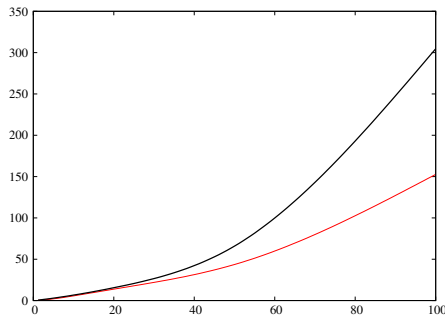
**Figure 7:** Comparaison de la simulation obtenue avec et sans multirésolution avec 100K particules initiales et un soliton de paramètre (0.35, 0.1, 0, 0)



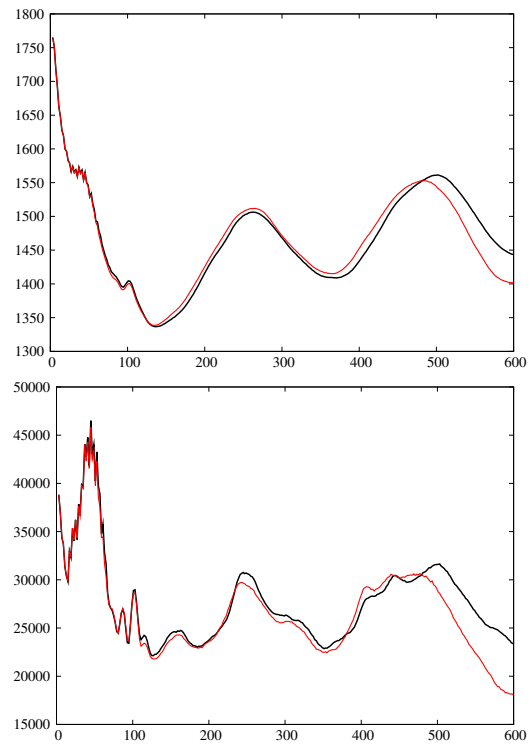
**Figure 8:** Comparaison de la surface obtenue à partir de la simulation de la figure précédente



**Figure 9:** Gain amené par la multirésolution en pourcentage de particules désactivées sur une simulation complète de 600 images en fonction du nombre de particules initial ( $\times 1000$  particules)



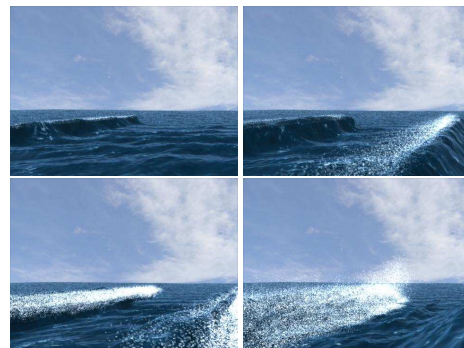
**Figure 10:** Comparaison de l'évolution du temps de calcul moyen par image (en secondes) entre une simulation standard (en noir) et multirésolution (en rouge) en fonction du nombre de particules initial ( $\times 1000$  particules)



**Figure 11:** Comparaison de l'évolution de la moyenne par image des densités (en haut) et de la moyenne des forces (en bas) sur l'ensemble des particules actives de la simulation. La simulation standard est en noir, celle multirésolution en rouge

Comme le montre la figure 11, les évolutions de la moyenne des densités et des forces au cours d'une animation de 600 images avec multirésolution sont comparables à celles d'une simulation sans multirésolution, ce qui confirme le résultat visuel des figures 7 et 8. Les oscillations observées dans l'évolution de la moyenne des densités sont principalement dues aux effets de compressibilité, problème inhérent à l'approche SPH et représentant le principal point que nous souhaitons améliorer [BT07].

La figure 12 montre des images extraites d'une séquence vidéo de 600 images, générée à l'aide de 100K particules initiales avec 2 solitons présents dans la scène de paramètres respectifs  $H = (0.35, 0.3)$ ,  $c = (0.2, 0.1)$ ,  $\phi = (1.4, 0.0)$  et  $\theta = (0.0, 0.0)$ . Afin d'extraire l'iso-surface définie par les particules, nous utilisons l'algorithme du logiciel commercial Glu3D (<http://3daliens.com/>), puis le lancer de rayons MentalRay (<http://www.autodesk.fr/>) pour le rendu de cette surface et des sprays générés par le déferlement.



**Figure 12:** Simulation complète avec 100K particules



## 8. Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode permettant de simuler des vagues déferlantes. Notre approche, basée sur la superposition d'impulsions finies représentées sous forme de forces extérieures au sein du solveur, permet de capturer ce phénomène sans les contraintes temporelles des méthodes existantes. Nous proposons également d'enrichir le rendu par une méthode de génération automatique des sprays qui permet d'obtenir des résultats plus réalistes sans accroître la complexité. Enfin, pour permettre une simulation à grande échelle, nous avons introduit un schéma multirésolution permettant de contrôler le coût mémoire et le temps de calcul.

Ces travaux se placent dans une perspective plus générale de rendu réaliste de scènes océaniques. C'est pourquoi notre approche devra intégrer la génération d'autres phénomènes liés aux turbulences (principalement l'écume); notre schéma multirésolution pourrait lui aussi être adaptée au cas plus généraux liés à la présence de rochers, bras de mer, etc.

## Références

- [APKG07] ADAMS B., PAULY M., KEISER R., GUIBAS L. J. : Adaptively sampled particle fluids. In *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH '07 papers)* (2007), vol. 26.
- [BT07] BECKER M., TESCHNER M. : Weakly compressible sph for free surface flows. In *SCA '07 : Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (2007), pp. 209–217.
- [CBP05] CLAVET S., BEAUDOIN P., POULIN P. : Particle-based viscoelastic fluid simulation. In *Symposium on Computer Animation 2005* (july 2005), pp. 219–228.
- [CGG01] CIEUTAT J. M., GONZATO J. C., GUITTON P. : A new efficient wave model for maritime training simulator. In *SCCG '01 : Proceedings of the 17th Spring conference on Computer graphics* (Washington, DC, USA, 2001), IEEE Computer Society, p. 202.
- [DC96] DESBRUN M., CANI M. : Smoothed particles : A new paradigm for animating highly deformable bodies. In *Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation (EGCAS)* (Aug 1996), Boulic R., Hegron G., (Eds.), Springer-Verlag, pp. 61–76. Published under the name Marie-Paule Gascuel.
- [DC99] DESBRUN M., CANI M.-P. : *Space-Time Adaptive Simulation of Highly Deformable Substances*. Tech. Rep. 3829, INRIA, December 1999.
- [DP86] DARWYN R., PEACHEY : Modeling waves and surf. In *SIGGRAPH '86 : Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1986), ACM Press, pp. 65–74.
- [EMF02] ENRIGHT D., MASCHNER S., FEDKIW R. : Animation and rendering of complex water surfaces. *ACM Transaction on Computer Graphics* 21. Vol. 3 (2002), 736–744.
- [FF01] FOSTER N., FEDKIW R. : Practical animation of liquids. In *SIGGRAPH Proceedings* (2001).
- [FR86] FOURNIER A., REEVES W. T. : A simple model of ocean waves. In *SIGGRAPH '86 : Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1986), ACM Press, pp. 75–84.
- [IGLF06] IRVING G., GUENDELMAN E., LOSASSO F., FEDKIW R. : Efficient simulation of large bodies of water by coupling two and three dimensional techniques. *ACM Trans. Graph.* Vol. 25, Num. 3 (2006), 805–811.
- [JBS03] JESCHKE S., BIRKHOLZ H., SHUMANN H. : A procedural model for interactive animation of breaking ocean waves. In *WSCG* (2003).
- [KCC\*06] KIM J., CHA D., CHANG B., KOO B., IHM

- I. : Practical animation of turbulent splashing water. *Eurographics / ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation* (2006).
- [Kel06] KELAGER M. : *Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics*. Tech. rep., Department of Computer Science, University of Copenhagen, 2006.
- [KM90] KASS M., MILLER G. : Rapid, stable fluid dynamics for computer graphics. In *SIGGRAPH Proceedings* (1990), ACM Press, pp. 49–57.
- [LGF04] LOSASSO F., GIBOU F., FEDKIW R. : Simulating water and smoke with an octree data structure. In *SIGGRAPH* (New York, NY, USA, 2004), ACM, pp. 457–462.
- [LSSF06] LOSASSO F., SHINAR T., SELLE A., FEDKIW R. : Multiple interacting liquids. *ACM Trans. Graph.* Vol. 25, Num. 3 (2006), 812–819.
- [LTKF07] LOSASSO F., TALTON J., KWATRA N., FEDKIW R. : Two-way coupled sph and particle level set fluid simulation. In *IEEE TVCG* (2007).
- [MCG03] MULLER M., CHARYPAR P., GROSS M. : Particle-based fluid simulation for interactive applications. In *Proceedings of 2003 ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation* (2003), 154–159.
- [MMS04] MILHAEF V., METAXAS D., SUSSMAN M. : Animation and control of breaking waves. *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH / Eurographics Symposium on Computer Animation* (2004), 315–324.
- [Mon92] MONAGHAN J. : Smoothed particle hydrodynamics. *Annu. Rev. Astron. Physics* 30. Vol. 543 (1992).
- [MSKG05] MÜLLER M., SOLENTHALER B., KEISER R., GROSS M. : Particle-based fluid-fluid interaction. *Symposium on Computer Animation* (2005), 237–244.
- [OH95] O'BRIEN J., HODGINS J. : Dynamic simulation of splashing fluids. *Computer Animation* (1995), 188–205.
- [PTB\*03] PREMOZE S., TASDIZEN T., BIGLER J., LEFOHN A., WHITAKER R. T. : Particle-based simulation of fluids. In *Proceedings of Eurographics 2003* (2003), pp. 401–410.
- [QYC\*06] QIANG W., YAO Z., CHUN C., FUJIMOTO T., NORISHIGE C. : Efficient rendering of breaking waves using mps method. *Journal of Zhejiang University* (2006).
- [RO98] RADOVITZKY R., ORTIZ M. : lagrangian finite element analysis of newtonian fluid flows. *Int J. Numer. Meth. Engng.* Vol. 43 (1998), 607–619.
- [TDG00] THON S., DISCHLER J., GHAZANFARPOUR D. : Ocean waves synthesis using a spectrum-based turbulence function. In *Computer Graphics International* (2000).
- [TFK\*03] TAKAHASHI T., FUJII H., KUNIMATSU A., HIWADA K., SAITO T., TANAKA K., UEKI H. : Realistic animation of fluid with splash and foam. *Computer Graphics Forum.* Vol. 22, Num. 3 (2003).
- [TMFSG07] THUREY N., MUELLER-FISCHER M., SCHIRM S., GROSS M. : Real-time breaking waves for shallow water simulations. In *Pacific Graphics* (2007).
- [TRS06] THUREY N., RÜDE U., STAMMINGER M. : Animation of open water phenomena with coupled shallow water and free surface simulations. In *Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation* (2006).