Formalisation de l'obligation de faire avec délais

R. Demolombe† 1 P.Bretier‡ V. Louis‡

† ONERA Toulouse
31055 Toulouse-France

‡ France Télécom Recherche & Développement
22307 Lannion-France

Résumé :
Les interactions entre agents doivent respecter des réglementations qui expriment des obligations, interdictions ou permissions de réaliser des actions. Il est important que la signification de ces normes soit claire pour les personnes qui définissent les réglementations, pour les agents qui doivent les respecter et pour les concepteurs de Systèmes Multi-Agents. Or il se trouve que ce n'est pas le cas. En particulier ce n'est que récemment que certains auteurs ont observé que dans la définition des obligations de faire la notion de délais joue un rôle essentiel si on veut caractériser les circonstances dans lesquelles elles sont violées. Dans cet article nous proposons des définitions formelles pour ces normes dans le cadre d'une logique modale définie par K. Segerberg qui combine logique dynamique et logique déontique, et pour chaque type de norme nous définissons leurs conditions de violation.

Mots-clés : Normes, Actions, Logique Modale

Abstract:
Interactions between agents should fulfil regulations that prescribe obligations, forbiddences or permissions to do actions. It is important that the meaning of these norms was clear for the lawyers who define the regulations, for the agents who should fulfil them and for the designers of Multi Agent Systems. Nevertheless it happens that this is not the case. In particular until the last years only a very limited number of authors have pointed out that the notion of deadline plays a fundamental role to characterise the violations of norms of the kind "obligation to do".
In this paper formal definitions of these norms are proposed in a modal logical framework defined by K. Segerberg that combines dynamic logic and deontic logic. In this framework violation condtions for each kind of norm are formally defined.

Keywords: Norms, Actions, Modal Logic

1 Introduction

Les interactions entre agents qui disposent d'un certain degré d'autonomie, qu'ils soient humains ou artificiels, sont généralement soumises à des lois, ou des réglementations, qui définissent des obligations, des permissions ou des interdictions que les agents doivent respecter.

Par exemple, dans le contexte du commerce (électronique ou traditionnel), après qu'un client ait passé une commande, le fournisseur est dans l'obligation de livrer le produit commandé. Quand le produit a été livré, le client est dans l'obligation de payer la facture. Dans le contexte de la circulation automobile, aux feux rouges, les conducteurs ont la permission de passer tant que le feu est vert et l'interdiction de passer tant que le feu est rouge.

La formalisation des normes en logique déontique a fait l'objet d'un grand nombre de travaux [2, 17, 10]. Parmi ces travaux ont peut distinguer ceux qui concernent le point de vue statique, qui expriment les propriétés qui doivent être satisfaites dans une situation donnée et qu'on appelle généralement "obligations d'être", et d'autre part ceux qui concernent le point de vue dynamique. Selon ce point de vue on peut encore distinguer le changement des obligations d'être [9, 8], d'une part, et l'obligation de réaliser des actions, qu'on appelle "obligations de faire", d'autre part. Par exemple, l'obligation de payer une facture, ou l'obligation de passer à un carrefour.

Les obligations de faire combinent les modalités déontiques et dynamiques, et leur formalisation a déjà fait l'objet de plusieurs propositions dans le cadre des logiques modales [20, 21, 16, 11]. Cependant, à notre connaissance, il n'y a que Dignum et al. [14, 13, 12] et Broersen et al. [5, 6] qui ont pris en compte une notion fondamentale, constitutive de l'obligation de faire, qui est la notion de **délais**.

Par exemple, si on dit simplement que tel agent a l'obligation de payer telle facture, on ne pourra jamais dire quand l'obligation a été violée. Cet exemple suffit à montrer que le délais dont dispose l'agent pour réaliser l'action fait partie de la définition de l'obligation de faire. Il se peut que dans certains contextes le délai soit implicite. Par exemple, si on prête un livre à un ami, celui-ci sait qu'il a l'obligation de le rendre dans un délais "raisonnable" implicitement défini par

*Cette recherche a été réalisée dans le cadre du contrat France Télécom Recherche & Développement 46 122 451. Les adresses électroniques des auteurs sont respectivement : Robert.Demolombe@cert.fr, Philippe.Bretier@francetelecom.com et Vincent.Louis@francetelecom.com.

les usages. Même s'il est implicite, sans la notion de délais, l'obligation de faire n'a plus aucun intérêt.

L'objet de cet article est de proposer une nouvelle définition de l'obligation de faire avec délais. Pour cela nous rappellerons le cadre formel que Segerberg a utilisé dans [21, 20, 19] pour définir l'obligation de faire (section 2) et nous étendrons ce cadre pour introduire la notion de délais. Nous considérerons d'abord le cas où le délais est défini par une proposition qui spécifie avant quel moment l'action doit être réalisée (section 3), puis nous verrons le cas où le délais est défini par deux propositions spécifiant le début et la fin de l'intervalle pendant lequel l'action doit être réalisée (section 4). Dans chaque cas on définira formellement à quelles conditions les obligations, ou interdictions, ont été réalisées. Enfin, on comparera la formalisation proposée aux autres travaux et nous indiquerons des pistes de recherches futures (section 5).

2 Formalisation de l'obligation de faire proposée par Segerberg

Dans [21, 20] Segerberg a proposé plusieurs formalisations de l'obligation de faire une action.

Ce type d'obligation pose un problème de formalisation qui ne se pose pas avec l'obligation d'être. Le problème est qu'une obligation, comme tout autre modalité, s'applique à une proposition. Or les termes utilisés pour dénoter les actions ne dénotent pas des propositions [20].

La solution proposée par Segerberg consiste à interpréter l'obligation de faire une action comme l'obligation d'avoir fait cette action. Ce qui correspond bien à l'intuition car l'obligation de faire l'action est satisfaite lorsque l'action a été réalisée.

La formalisation proposée est définie dans la sémantique et la notion primitive qui est utilisée pour définir les structures est la notion de **point** [1]. Un point peut être considéré comme référant un état global du monde.

A partir des points on définit des **chemins**. Un chemin est une séquence de points et peut être interprété comme une certaine évolution du monde.

[1]Par abus de langage on utilisera parfois le terme "instant" au lieu "point" pour indiquer qu'on parle de l'état du monde à un certain instant.

On introduit ensuite la notion de **type d'évènement** (par abréviation, quand il n'y a pas de risque d'ambiguïté, on parlera simplement d'évènement). Un type d'évènement est un ensemble fini de chemins. Intuitivement chacun de ces chemins peut être interprété comme un déroulement particulier de ce type d'évènement.

Une **action individuelle** est un triplet $< i, e, p >$ dans lequel i est un agent, e est un type d'évènement et p est un chemin de e. Intuitivement une action individuelle représente la façon particulière p selon laquelle l'agent i a réalisé l'évènement de type e.

Une **histoire** est une séquence d'actions individuelles de la forme :

$$< i_0, e_0, p_0 >< i_1, e_1, p_1 > \ldots < i_n, e_n, p_n >$$

dans laquelle pour tout $i \in [0, n-1]$ le dernier point de p_i est le premier point de p_{i+1}. Une histoire peut contenir un nombre infini d'actions individuelles.

On notera $empty$ une histoire qui ne contient aucune action individuelle.

On dira que **"i réalise l'évènement e au cours de l'histoire h"** s'il existe un chemin p de e tel que $< i, e, p >$ est une action individuelle de h, soit :
$\exists h', h''$ (éventuellement vides) tels que $h = h' < i, e, p > h''$.

On utilisera les notations suivantes :

- ef dénote l'évènement e immédiatement suivi de f,

- pq dénote le chemin formé de p suivi de q dans lequel le dernier point de p est le premier point de q.

On dira que les histoires h et h' sont équivalents, ce que l'on note $h \approx h'$ ssi $\exists g, g'$ [2]
$h = g < i, e_0, p_0 > \ldots < i, e_{n-1}, p_{n-1} > g'$ et
$h' = g < i, e_o \ldots e_{n-1}, p_0 \ldots p_{n-1} > g'$

On notera $cont(h)$ l'ensemble des continuations complètes de h. Intuitivement $cont(h)$ représente l'ensemble des évolutions futures possibles du monde quand on est au dernier point de h.

On suppose que pour n'importe quelle histoire passée h on peut diviser les continuations en

[2]On utilise $\exists g, g'$ comme abréviation de $\exists g \exists g'$, de même $\forall g, g'$ est une abréviation de $\forall g \forall g'$.

deux catégories : l'ensemble de celles qui satisfont toutes les normes, qui sont notées $norm(h)$ [3], et les autres. Formellement, on a donc :

$\forall h\ \exists norm(h)\ tel\ que\ norm(h) \subseteq cont(h)$

Si parmi les normes il n'y a pas de dilemme [4] on a :

$cont(h) \neq \emptyset\ \Rightarrow\ norm(h) \neq \emptyset$

ce qui veut dire qu'il y a toujours une évolution possible pour laquelle toutes les normes sont satisfaites.

On peut, mais c'est une option facultative, imposer la condition de cohérence suivante :

$g \in norm(h)\ \Rightarrow\ \forall g_0, g_1 (g = g_0 g_1\ \Rightarrow\ g_1 \in norm(hg_0))$

cette condition exprime que les continuations normales sont faites de sous continuations normales.

Le langage est celui d'une logique multi-modale propositionnelle [7] dans laquelle on a les opérateurs modaux suivants.

$[H]\phi$: il est historiquement nécessaire que ϕ, ou : pour toute histoire future on a ϕ.

$[D]\phi$: il est déontiquement nécessaire que ϕ, ou : pour toute histoire future normale on a ϕ.

$[F]\phi$: ϕ sera toujours vraie dans le futur, ou : pour tout point d'une histoire future donnée on a ϕ.

$[P]\phi$: ϕ a toujours été vraie dans le passé, ou : pour tout point d'une histoire passée on a ϕ.

Pour définir les conditions de satisfaisabilité des formules on introduit la relation :

$(h, g) \models \phi$

qui signifie : ϕ est vraie en un point qui est le dernier point de l'histoire passée h et le premier point de l'histoire future g. Si ϕ est une formula atomique A, on a $(h, g) \models A$ ssi le dernier point de h appartient à l'interprétation de A.

Les conditions de satisfaisabilité pour les connecteurs logiques sont définies comme d'habitude. Pour les opérateurs modaux on a :

$(h, g) \models [H]\phi$ ssi $\forall g' \in cont(h)((h, g') \models \phi)$

$(h, g) \models [D]\phi$ ssi $\forall g' \in norm(h)((h, g') \models \phi)$

$(h, g) \models [F]\phi$ ssi
$\forall g_0, g_1 (g = g_0 g_1\ \Rightarrow\ (hg_0, g_1 \models \phi)$

$(h, g) \models [P]\phi$ ssi
$\forall h_0, h_1 (h = h_0 h_1\ \Rightarrow\ (h_0, h_1 g) \models \phi)$

On note $< O >$ l'opérateur dual de $[O]$, pour $O \in \{H, D, F, P\}$.

Comme en logique dynamique les actions sont représentées par des termes construits à partir des actions atomiques et des opérateurs de séquence et de choix non-déterministe [15].

$|\alpha|$ dénote un type d'évènement qui est l'interprétation de l'action α.

On définit les deux opérateurs de termes à propositions suivants :

$does_i(\alpha)$: i est sur le point de commencer α,

$done_i(\alpha)$: i vient juste de terminer α.

Formellement on a :

$(h, g) \models does_i(\alpha)$ ssi $\exists g', e, p (p \in e \wedge e = |\alpha| \wedge g \approx < i, e, p > g')$

$(h, g) \models done_i(\alpha)$ ssi $\exists h', e, p (p \in e \wedge e = |\alpha| \wedge h \approx h' < i, e, p >)$

On dit que : "i réalise α au cours de h" ssi $\exists h', h'', e, p (p \in e \wedge e = |\alpha| \wedge h \approx h' < i, e, p > h'')$.

On peut maintenant introduire deux opérateurs qui définissent l'obligation et l'interdiction de faire :

$ob_i(\alpha)$: il est obligatoire pour i de faire α.

$fb_i(\alpha)$: il est interdit à i de faire α.

On note $cont^0(h)$ l'ensemble des continuations finies de h.

Les conditions de satisfaisabilité qui définissent la sémantique de $ob_i(\alpha)$ et $fb_i(\alpha)$ sont les suivantes :

$(h, g) \models ob_i(\alpha)$ ssi $\forall g' \in cont^0(h)($
$\neg(i\ réalise\ \alpha\ au\ cours\ de\ g')\ \Rightarrow\ \forall f \in norm(hg')\ (i\ réalise\ \alpha\ au\ cours\ de\ f))$

$(h, g) \models fb_i(\alpha)$ ssi $\forall g' \in cont^0(h)($
$\forall f \in norm(hg')\ \neg(i\ réalise\ \alpha\ au\ cours\ de\ f))$

[3] Les histoires de $norm(h)$ seront parfois appelées "histoires idéales".

[4] On dit qu'il y a un dilemme lorsqu'une norme impose une chose et une autre norme impose son contraire.

On introduit l'opérateur $until$ [5] dont la définition intuitive est :

$(until\ \phi)\psi$: depuis l'instant où on se trouve, et jusqu'à ce qu'on ait ϕ, on a ψ.

Sa définition formelle est :

$(h, g) \models (until\ \phi)\psi$ ssi $\forall g', g''(g \approx g'g'' \Rightarrow ((hg', g'') \models \psi \vee \exists g_0, g_1(g' \approx g_0 g_1 \wedge (hg_0, g_1 g'') \models \phi)))$

S'il y a plusieurs points de g où on a ϕ, $(until\ \phi)\psi$ garantit qu'on a ψ jusqu'au point qui précède la première occurrence de ϕ.

On notera que cette définition s'applique, entre autres, au cas où on n'a jamais ϕ dans le futur. On a la formule valide suivante :

$(until\ false)\psi \leftrightarrow [F]\psi$

On introduit l'opérateur $(before\ \phi)\psi$ qui a la signification intuitive :

$(before\ \phi)\psi$: ψ aura lieu, et aura lieu avant ϕ.

Si ϕ et ψ peuvent avoir plusieurs occurrences dans le futur, $(before\ \phi)\psi$ garantit que la première occurrence de ψ a lieu avant la première occurrence de ϕ.

Sa définition formelle est :

$(before\ \phi)\psi \stackrel{\text{def}}{=} < F > \psi \wedge (until\ \psi)\neg\phi$

On a la formule valide suivante :

$(before\ false)\psi \leftrightarrow < F > \psi$

On peut montrer que les formules suivantes sont valides :

$ob_i(\alpha) \leftrightarrow [H](until\ done_i(\alpha))[D] < F > done_i(\alpha)$

$fb_i(\alpha) \leftrightarrow [H][F][D][F]\neg done_i(\alpha)$

Ceci permet de donner à $ob_i(\alpha)$ la signification intuitive : pour toute histoire future possible, jusqu'à ce que α ait été réalisée, il faut que α ait été réalisée à un certain point futur de cette histoire.

Pour $fb_i(\alpha)$ on a la signification intuitive : pour toute histoire future possible et pour chaque point futur d'une de ces histoires il faut que α n'ait jamais été réalisée dans le futur.

[5] Ici nous avons légèrement modifié la définition de $until$ proposée par Segerberg.

3 Extension aux normes avec délais

Nous allons maintenant étendre ces définitions aux obligations, permissions et interdictions de faire une action avant un certain délais.

Obligation.

On définit l'opérateur $ob_i\ (\alpha < d)$ dont la signification intuitive est :

$ob_i(\alpha < d)$: il est obligatoire que i ait réalisé l'action α entre l'instant présent et le délais d.

Ici d dénote une proposition. Dans certains cas particuliers cette proposition peut exprimer une date.

Sa définition formelle est :

$ob_i(\alpha < d) \stackrel{\text{def}}{=} [H](until\ done_i(\alpha) \vee d)[D](before\ d)done_i(\alpha)$

On notera que selon cette définition si d peut avoir plusieurs occurrences, l'obligation s'applique entre l'instant présent et la première occurrence de d, ou de $done_i(\alpha)$. Il en est de même par la suite pour la définition de l'interdiction et de la permission.

On retrouve la définition de Segerberg comme un cas particulier. En effet, comme on a :

$ob_i(\alpha) \leftrightarrow [H](until\ done_i(\alpha))[D] < F > done_i(\alpha)$

on a la formule valide :

$ob_i(\alpha < false) \leftrightarrow ob_i(\alpha)$

Cela correspond bien à l'intuition car la proposition $false$ n'est vraie en aucun point futur, et donc $ob_i(\alpha < false)$ n'impose aucun délais.

Interdiction.

De façon similaire on définit l'interdiction de faire une action jusqu'à un certain délais avec l'opérateur $fb_i(\alpha < d)$ dont la définition intuitive est :

$fb_i(\alpha < d)$: il est interdit que i ait réalisé l'action α entre l'instant présent et le délais d.

Sa définition formelle est :

$fb_i(\alpha < d) \stackrel{\text{def}}{=} [H](until\ d)[D](until\ d)\neg done_i(\alpha)$

Ici aussi on retrouve la définition de Segerberg comme un cas particulier. En effet, on a :

$fb_i(\alpha) \leftrightarrow [H][F][D][F]\neg done_i(\alpha)$

Donc on a la formule valide :

$fb_i(\alpha < false) \leftrightarrow fb_i(\alpha)$

Permission.

Segerberg ne propose pas de définition de la permission. Nous allons proposer une définition dans le cas où on a un délais.

On notera $pm_i(\alpha < d)$ cette permission. Elle est définie intuitivement par :

$pm_i(\alpha < d)$: il est permis que i ait réalisé l'action α entre l'instant présent et le délais d.

On a la définition formelle :

$pm_i(\alpha < d) \stackrel{\text{def}}{=} [H](until\ d) < D > (before\ d)done_i(\alpha)$

Il est important de noter que dans cette définition on a $(until\ d)$ et non pas $(until\ done_i(\alpha) \vee d)$. La justification de cette définition est que même si α a été réalisée avant le délais d il reste permis d'avoir réalisé α tant que d n'a pas eu lieu.

Par exemple, s'il est permis de fumer une cigarette avant le début d'une réunion, si on a fumé une cigarette avant que la réunion ne commence, il reste permis de fumer une autre cigarette tant que la réunion n'a pas commencé.

Si on veut comparer cette définition avec les définitions de l'obligation et de l'interdiction données par Segerberg, on peut remarquer qu'on a la formule valide suivante :

$pm_i(\alpha < false) \leftrightarrow [H][F] < D >< F > done_i(\alpha)$

On remarquera que $ob_i\ (\alpha < d)$, $fb_i(\alpha < d)$ et $pm_i(\alpha < d)$ sont des abréviations qui dénotent des formules normatives complexes, mais ce ne sont pas des opérateurs modaux normatifs. Le seul opérateur modal normatif dans ces formules est $[D]$ et son dual $< D >$. C'est pour cette raison que $pm_i(\alpha < d)$ ne dénote pas un opérateur modal qui serait le dual de $ob_i\ (\alpha < d)$.

On remarquera aussi que $ob_i\ (\alpha < d) \wedge fb_i(\alpha < d)$ n'est pas une formule inconsistante même s'il est impossible de satisfaire à la fois $ob_i\ (\alpha < d)$ et $fb_i(\alpha < d)$.

Enfin, on peut facilement montrer qu'on a les formules valides suivantes :

$ob_i\ (\alpha < d) \rightarrow [H](until\ done_i(\alpha) \vee d) ob_i\ (\alpha < d)$

$fb_i\ (\alpha < d) \rightarrow [H](until\ d) fb_i\ (\alpha < d)$

$pm_i\ (\alpha < d) \rightarrow [H](until\ d) pm_i\ (\alpha < d)$

Violations.

Nous allons voir maintenant comment sont caractérisées les violations.

On peut dire qu'à l'instant où on se trouve il y a eu violation de l'obligation $ob_i(\alpha < d)$ si en un point du passé :

- d a eu lieu et

- avant que d ait eu lieu en un point du passé on a eu l'obligation $ob_i(\alpha < d)$ et l'action α n'a jamais été réalisée entre le point où on a eu $ob_i(\alpha < d)$ et le premier point suivant où on a eu d.

Si on note $ob.viol(i, \alpha, d)$ la formule qui caractérise cette violation on a :

$ob.viol(i, \alpha, d) \stackrel{\text{def}}{=} < P > (d \wedge < P > (ob_i(\alpha < d) \wedge (until\ d)\neg done_i(\alpha)))$

On remarquera que si d est équivalent à $false$ il ne peut pas y avoir de violation. Ceci correspond bien à l'intuition puisque dans ce cas il n'y a en fait pas de délais imposé.

On remarquera également qu'après d il n'y a plus d'obligation. Cependant on peut avoir $ob.viol(i, \alpha, d)$ après d. Ceci n'est pas contradictoire car $ob.viol(i, \alpha, d)$ signifie qu'on peut dire à l'instant présent qu'il y a eu violation de l'obligation dans le passé.

On peut aussi remarquer que si l'action α a été réalisée avant que l'on ait $ob_i(\alpha < d)$, mais n'a pas été réalisée après, il y a violation. On peut imaginer des scénarios où ce choix est discutable.

Considérons par exemple un client qui a l'intention d'acheter un produit et qui envoie un chèque pour payer le produit avant de passer la commande. Supposons que la réglementation dise que le client a l'obligation de payer au plus tard 1 mois après la livraison du produit, et que cette obligation prend effet à partir du moment où le client a passé la commande. D'après cette réglementation le produit doit être payé entre le moment de la commande et 1 mois après la livraison. Donc on considérera que le client a violé l'obligation puisqu'il a payé avant la commande, et cela peut paraître contraire au bon sens.

En réalité le problème est plus théorique que pratique car la seule chose qui pourrait être reprochée au client est de ne pas avoir payé dans l'intervalle de temps prévu, mais on ne peut pas lui reprocher de ne pas avoir payé le produit. Et en pratique il est peu vraisemblable qu'il soit pénalisé pour avoir payé trop tôt.

On peut imaginer d'autres scénarios où le fait de réaliser l'action “trop tôt” constitue une violation grave. Supposons par exemple que pour faire une route il faille démolir une maison. Si la maison est démolie avant la date d'effet de l'obligation cela constitue une violation qui peut entraîner des préjudices graves.

En conclusion nous pensons que les définitions données pour $ob_i(\alpha < d)$ et $ob.viol(i, \alpha, d)$ sont correctes malgré l'anomalie du premier exemple.

Pour les interdictions il y a eu violation de $fb_i(\alpha < d)$ si en un point du passé :

- on a eu $fb_i(\alpha < d)$ et

- entre $fb_i(\alpha < d)$ et le premier point suivant où on a eu d l'action α a été réalisée.

Si on note $fb.viol(i, \alpha, d)$ la formule qui caractérise cette violation on a :

$$fb.viol(i, \alpha, d) \stackrel{\text{def}}{=} < P > (done_i(\alpha) \wedge < P > (fb_i(\alpha < d) \wedge (before\ d) done_i(\alpha)))$$

On notera qu'ici (contrairement au cas de l'obligation) on peut avoir violation avant d.

Dans le cas des permissions il n'y a pas de violation. En effet, si on a $pm_i(\alpha < d)$ cela veut dire que α peut être réalisée mais, si on n'a pas $ob_i(\alpha < d)$, α peut aussi ne pas être réalisée.

4 Extension aux normes applicables dans un intervalle

Il y a de nombreux exemples où une norme s'applique à un intervalle de temps déterminé par deux évènements.

Par exemple, on peut avoir une réglementation disant que quand un client envoie une commande pour un produit cela entraîne l'obligation de payer la facture entre le moment où le produit sera livré et quinze jours après. L'obligation prend effet au moment de la commande et cette obligation dit que la facture doit être payée entre deux évènements ultérieurs.

Nous allons présenter maintenant des normes qui s'appliquent entre deux évènements d et d'. On supposera que d a lieu avant d' et que d n'est pas équivalent à $false$. Parce que si d est équivalent à $false$, comme d' a lieu après d, l'intervalle entre d et d' est un ensemble vide, et donc la norme n'impose rien. Formellement on supposera qu'on a $(before\ d')d$ (ce qui entraîne $< F > d$).

Dans le cas où d ou d' ont plusieurs occurrences on supposera que la norme s'applique entre la première occurrence de d et la première occurrence de d' qui suivent l'instant où la norme prend effet.

Enfin, on supposera que la norme ne s'applique pas aux instants où on a d, ni aux instants où on a d'.

Pour caractériser les violations on a besoin de caractériser l'instant où a lieu la première occurrence de d. Pour cela nous avons introduit l'opérateur $< F1 > \phi$ dont la signification intuitive est :

$< F1 > \phi$: il existe un instant d'une histoire future donnée où on a ϕ, et entre l'instant présent et cet instant on n'a pas eu ϕ, ou : il existe un instant futur où ϕ a lieu pour la première fois.

La définition formelle est :

$(h, g) \models < F1 > \phi$ ssi $\exists g_1 \exists g_2 (g \approx g_1 g_2 \wedge (hg_1, g_2) \models \phi \wedge \neg \exists g'_1 \exists g''_1 (g_1 \approx g'_1 g''_1 \wedge \neg (g''_1 = empty) \wedge (hg'_1, g''_1 g_2) \models \phi))$

Obligation.

On définit l'opérateur $ob_i(d < \alpha < d')$ dont la signification intuitive est :

$ob_i(d < \alpha < d')$: il est obligatoire que i ait réalisé l'action α entre d et d'.

Sa définition formelle est :

$$ob_i(d < \alpha < d') \stackrel{\text{def}}{=} (before\ d')d \rightarrow [H] < F1 > (d \wedge (until\ done_i(\alpha) \vee d')[D](before\ d')done_i(\alpha))$$

On peut lire cette définition de la façon suivante :

Pour toute histoire future :
il existe un instant futur où on a d et depuis cet instant jusqu'à ce qu'on ait $done_i(\alpha) \vee d'$, dans toute histoire future idéale on a $done_i(\alpha)$ avant d'.

On notera que si d' a lieu avant la première occurrence de d il n'y a aucune obligation.

La raison pour laquelle dans cette définition, comme dans celles qui suivent, on utilise l'opérateur $< F1 >$ et non pas $< F >$ est que la norme s'impose à partir de la première occurrence future de d et non pas à partir d'une occurrence quelconque dans le futur.

Interdiction.

On définit l'opérateur $fb_i(d < \alpha < d')$ dont la signification intuitive est :

$fb_i(d < \alpha < d')$: il est interdit que i réalise l'action α entre d et d'.

Sa définition formelle est :

$$fb_i(d < \alpha < d') \stackrel{\text{def}}{=} (before\ d')d \rightarrow$$
$$[H] < F1 > (d \wedge (until\ d')$$
$$[D](until\ d')\neg done_i(\alpha))$$

On peut lire cette définition de la façon suivante :

Pour toute histoire future :
il existe un instant futur où on a d et depuis cet instant jusqu'à ce qu'on ait d', dans toute histoire future idéale on n'a jamais $done_i(\alpha)$ avant d'.

Permission.

On définit l'opérateur $pm_i(d < \alpha < d')$ dont la signification intuitive est :

$pm_i(d < \alpha < d')$: il est permis que i ait réalisé l'action α entre d et d'.

Sa définition formelle est :

$$pm_i(d < \alpha < d') \stackrel{\text{def}}{=} (before\ d')d \rightarrow$$
$$[H] < F1 > (d \wedge (until\ d') < D > (before\ d')done_i(\alpha))$$

On peut lire cette définition de la façon suivante :

Pour toute histoire future :
il existe un instant futur où on a d et depuis cet instant jusqu'à ce qu'on ait d' il existe une histoire future idéale où on a $done_i(\alpha)$ avant d'.

Violations.

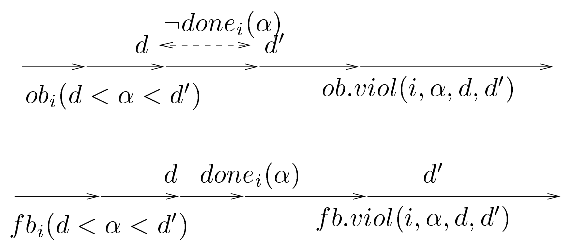

FIG. 1 – Violation des obligations et des interdictions.

On note $ob.viol(i, \alpha, d, d')$ la formule qui exprime que l'obligation $ob_i(d < \alpha < d')$ a été violée. On a :

$$ob.viol(i, \alpha, d, d') \stackrel{\text{def}}{=} < P > (d' \wedge < P > (d \wedge < P > (ob_i(d < \alpha < d') \wedge < F1 > (d \wedge (until\ d')\neg done_i(\alpha)))))$$

On peut lire cette définition de la façon suivante (voir figure 1).

Il existe un instant dans le passé où on a eu d', et avant cet instant on a eu d, et avant ce dernier instant on a eu $ob_i(d < \alpha < d')$ et à un instant futur par rapport à cet instant on a eu d et depuis d jusqu'en d' on a eu $\neg done_i(\alpha)$.

On note $fb.viol(i, \alpha, d, d')$ la formule qui exprime que l'interdiction $fb_i(d < \alpha < d')$ a été violée. On a :

$$fb.viol(i, \alpha, d, d') \stackrel{\text{def}}{=} < P > (done_i(\alpha) \wedge < P > (d \wedge$$
$$< P > (fb_i(d < \alpha < d') \wedge < F1 > (d \wedge (before\ d')done_i(\alpha)))))$$

On peut lire cette définition de la façon suivante (voir figure 1).

Il existe un instant dans le passé où on a eu $done_i(\alpha)$, et avant cet instant on a eu d, et avant ce dernier instant on a eu $fb_i(d < \alpha < d')$ et à un instant futur par rapport à cet instant on a eu d et entre d et d' on a eu $done_i(\alpha)$. Il se peut que d' ait lieu avant ou après l'instant où on peut affirmer qu'il y a eu violation.

5 Conclusion

Nous avons étendu le cadre logique de Segerberg pour définir des obligations, interdictions et permissions de faire des actions avant qu'une proposition soit vraie ou dans un intervalle défini par deux propositions. Dans chaque cas nous avons défini à quelles conditions des normes de ce type sont violées.

Le fait que les propositions définissant les délais peuvent avoir plusieurs occurrences rendent les définitions un peu compliquées mais cela correspond à un besoin réel dans de nombreuses applications. Par exemple, cela permet d'exprimer qu'à un feu un conducteur a la permission de passer entre le premier instant futur où le feu est vert et le premier instant où le feu est rouge (formellement on a $pm_i(vert < passer < rouge)$) et il lui est interdit de passer entre le premier instant futur où le feu est rouge et le premier instant où le feu est vert (formellement on a $fb_i(rouge < passer < vert)$). On peut aussi exprimer que ces normes s'appliquent à tout instant futur avec la formule $[H][F](pm_i(vert < passer < rouge) \wedge fb_i(rouge < passer < vert))$.

Parmi les auteurs qui ont proposé des formalisations en logique de l'obligation de faire on peut mentionner Pörn [18]. Dans sa logique des formules de la forme $OE_i\phi$ expriment qu'il est obligatoire que l'agent i fasse en sorte que l'on ait ϕ. Mais l'opérateur d'action E_i ne fait pas référence au temps et l'obligation est violée dans toute situation où on a $\neg E_i\phi$ et $OE_i\phi$, ce qui ne laisse aucun délais à i pour réaliser l'action.

Dans [16] Horty et Belnap présentent une sémantique dans laquelle le temps est explicité et a une structure ramifiée. Les actions ne sont pas explicitées mais représentées par un opérateur noté $[i\ dstit : \phi]$ dont la signification intuitive est similaire à $E_i\phi$, mais dont la sémantique fait explicitement référence aux histoires et aux instants de ces histoires. Les notions déontiques sont représentées par l'opérateur O et $O[i\ dstit : \phi]$ signifie qu'il est obligatoire que i fasse en sorte que ϕ. De façon similaire à Segerberg la sémantique de O est définie en caractérisant les histoires idéales. Cependant la notion de délais est ignorée.

Comme on l'a dit en introduction, Dignum et al. [14] font partie des rares auteurs qui explicitent la notion de délais. Ils définissent une structure temporelle ramifiée et un opérateur d'action noté $E_i\phi$, mais dont la sémantique est très différente de celle de Pörn et ne nous parait pas très claire. Les normes sont représentées implicitement selon l'approche réductioniste de Anderson [1] en introduisant une proposition qui caractérise les violations. Les formules exprimant des obligations de faire avec délais sont notées $O_i(\phi < d)$. Ce qui signifie : pour toute histoire future, tant qu'on n'a pas d, soit l'agent i a fait en sorte que ϕ et il n'y a pas violation, soit l'instant suivant on a d et il y a violation. La restriction forte de cette formalisation est que l'approche réductioniste ne donne pas une sémantique explicite des histoires idéales, et de plus on ne peut pas imbriquer les modalités normatives. Par exemple on ne peut pas exprimer qu'il est interdit à un agent de savoir qu'il lui est interdit d'accéder à certaines parties de son dossier médical.

Dans Broersen et al. [5] les formules de la forme $O_i(\phi, d)$ signifient qu'il est obligatoire pour i que la proposition ϕ soit vraie avant d. Ce qui pourrait se reformuler dans la logique de Segerberg par $[H](until\ \phi \vee d)O_i\phi$, où O_i satisfait la logique KD. Mais la notion d'action n'est pas explicitée et il s'agit plutôt de la formalisation de l'obligation d'être avec la notion de délais. Dans [6] il n'y a pas de modalité déontique et les normes sont formalisées par les violations à la Anderson. Nous avons montré plus haut les inconvénients qu'elle présente.

Enfin Aqvist dans [3] présente une logique qui combine les notions temporelles et déontiques. Dans [4] il propose d'étendre cette logique avec la notion de délais en exprimant, par exemple, l'obligation d'avoir ϕ avant t_3 par l'obligation d'avoir ϕ en t_1 ou t_2 ou t_3. Ceci peut être intéressant pour certaines applications particulières mais manque de généralité. De plus la notion d'action n'est pas explicitée et cette formalisation serait plutôt une formalisation de l'obligation d'être avec délais.

La formalisation que nous avons présentée pourrait être étendue de différentes manières.

D'abord en définissant des normes qui s'appliquent aux instants qui servent de délais et qu'on pourrait noter $ob_i(\alpha \leq d)$ ou $ob_i(d \leq \alpha \leq d')$. Ensuite en introduisant explicitement le temps pour exprimer par exemple qu'une action doit être réalisée entre telle et telle date. Une autre extension intéressante serait de pouvoir exprimer qu'une norme s'applique au fait qu'une action va être réalisée et non qu'elle vient d'être réalisée. Pour reprendre l'exemple des feux, la réglementation pourrait être que quand le feu passe au vert il devient permis de commencer à passer plutôt que d'avoir fini de passer. Pour cela il suffirait dans les définitions que nous avons données de remplacer $done_i(\alpha)$ par $does_i(\alpha)$.

Une question plus délicate qui reste à étudier dans le futur porte sur la formalisation des normes qui imposent qu'une action s'exécute entièrement dans un intervalle donné.

Une formule telle que $((before\ does_i(\alpha))d) \wedge ((before\ d')done_i(\alpha))$ ne suffit pas à exprimer que l'action α a commencé après d et s'est terminée avant d', car l'action α peut avoir plusieurs réalisations et rien ne garantit que $does_i(\alpha)$ et $done_i(\alpha)$ font référence à la même réalisation.

Enfin la question de trouver une axiomatique complète reste entièrement ouverte.

Références

[1] A. R. Anderson. A reduction of deontic logic to alethic modal logic. *Mind*, 67, 1958.

[2] L. Aqvist. Deontic logic. In D. Gabbay and F. Guenthner, editors, *Handbook of Philosophical Logic*, volume 2. Reidel, 1984.

[3] L. Aqvist. Combination of tense and deontic modality. In A. Lomuscio and D. Nute, editors, *Proceedings of the 7th International Workshop on Deontic Logic in Computer Science*. Springer, LNAI 3065, 2004.

[4] L. Aqvist. Private communication. Technical report, 2004.

[5] J. Broersen, M. Dastani, and L. van der Torre. BDIO-CTL : obligations and the specification of agent behaviour. In *International Joint Conference on Artificial intelligence*, 2003.

[6] J. Broersen, F. Dignum, V. Dignum, and J-J. C. Meyer. Designing a deontic logic of deadlines. In A. Lomuscio and D. Nute, editors, *Proceedings of the 7th International Workshop on Deontic Logic in Computer Science*. Springer, LNAI 3065, 2004.

[7] B. F. Chellas. *Modal Logic : An introduction*. Cambridge University Press, 1988.

[8] R. Demolombe. De l'évolution des croyances à l'évolution des obligations dans le calcul des situations. In A. Herzig, B. Chaib-draa, and P. Mathieu, editors, *Actes des secondes Journées Francophones sur les Modèles Formels de l'Interaction*. Cépaduès-Editions, 2003.

[9] R. Demolombe and A. Herzig. Obligation change in Dependence Logic and Situation Calculus. In A. Lomuscio and D. Nute, editors, *Proceedings of the 7th International Workshop on Deontic Logic in Computer Science*. Springer, LNAI 3065, 2004.

[10] R. Demolombe and R. Hilpinen. Special issue on Deontic Logic in Computer Science. *Fundamenta Informaticae*, 48(2-3), 2001.

[11] R. Demolombe and A.J. Jones. Actions and normative positions. A modal-logical approach. In D. Jacquette, editor, *Companion to Philosophical Logic*. Blackwell, 2002.

[12] F. Dignum and R. Kuiper. Combining dynamic deontic logic and temporal logic for the specification of deadlines. In *Thirties HICSS*, 1997.

[13] F. Dignum, H. Weigand, and E. Verharen. Meeting the deadline : on the formal specification of temporal deontic constraints. In *International Symposium of Management of Intelligent Systems*, 1996.

[14] V. Dignum, J-J. Meyer, F. Dignum, and H. Weigand. Formal specification of interaction in agent societies. In *Second Goddard workshop on Formal Approaches to Agent-Based Systems*, 2002.

[15] D. Harel. Dynamic logic. In D. Gabbay and F. Guenthner, editors, *Handbook of Philosophical Logic*, volume 2. Reidel, 1984.

[16] J.F. Horty and N. Belnap. The deliberative STIT : a study of action, omission, ability, and obligation. *Journal of Philosophical Logic*, 24 :583–644, 1995.

[17] A. Lomuscio and D. Nute. *Deontic Logic in Computer Science*. Springer, LNAI 3065, 2004.

[18] I. Porn. Action Theory and Social Science. Some Formal Models. *Synthese Library*, 120, 1977.

[19] K. Segerberg. Private communication. Technical report, 2003.

[20] K. Segerberg. Some Meinong/Chisholm thesis. In K. Segerberg and K. Sliwinski, editors, *Logic, Law, Morality. A festrichft in honor of Lennart Aqvist*, volume 51, pages 67–77. Uppsala Philosophical Studies, 2003.

[21] K. Segerberg. Intension, Intention. In R. Kahle, editor, *To be announced*. CSLI Publications, 2004.