Examen M1-IO5 (synthèse d'images)
20 Mai 2008
2h - Documents non-autorisés

1 Maillages (4 pts)

Soit un maillage M composé de faces à 8 côtés. Le maillage M est composé de 2000 faces. Sachant que la formule d'Euler est :

$$S-A+F = 2(1-g)$$

1.1 Donnez la signification des différentes lettres de cette formule. **(0,5 pt)**

1.2 Quel est approximativement le nombre de sommets du maillage M ? **(1 pt)**

1.3 Quel est en moyenne le nombre d'arêtes par sommet d'un tel maillage ? A votre avis, est-il possible de représenter un maillage régulier composé uniquement de faces octagonales ? Si oui, faites un schéma et si non, faites un schéma d'un maillage hybride composé uniquement d'octagone et d'un seul autre type de polygone. **(2,5 pts)**

2 Primitives simples et CSG (4,5 pts)

Soit une famille de fonctions f_i de R^3 dans R ayant pour équation :

$$f_i(P)=f_i(x,y,z)=a_i x+b_i y+c_i z+d_i$$

où P est un point de R^3 de coordonnées (x,y,z) et a_i, b_i, c_i, d_i sont des scalaires de R.

2.1 Quelle surface de R^3 est décrite par l'équation $f_i(P) = 0$? **(0,5 pt)**

2.2 Un point P tel que $f_i(P) <0$ est considéré à l'intérieur de la surface. Donnez l'opérateur de composition permettant de réaliser l'intersection de 2 objets définis par des fonctions $f_i(P)$. Justifiez votre réponse avec un schéma. **(2 pts)**

2.3 A partir de surfaces définies par des fonctions $f_i(P)$, donnez une équation du cube unitaire (un coin à l'origine (0,0,0) et le coin opposé en diagonale à (1,1,1)). **(2 pts)**

3 Courbes paramétriques (11,5 pts)

Soit une courbe de Bézier p contrôlée par les pts P_0 (0,0) , P_1 (0,1), P_2 (1,1) et P_3 (2,0). L'équation de p est :

$$p(u)=\sum_{i=0}^{3} B_i^3(u)\, p_i \qquad u\in[0,1]$$

3.1 Quel est le degré de p ? **(0,5 pt)**

3.2 Donnez les équations des polynômes de Bernstein nécessaires à l'évaluation de p(u). **(1 pt)**

3.3 Donnez 2 points évidents de la courbe puis calculez p(1/2) (en détaillant le calcul). Tracez le polygone de controle et la courbe. **(2 pts)**

3.4 Ecrivez p(u) sous forme matricielle p(u) = U.M.P (en détaillant les calculs) avec U étant le vecteur ligne des puissance de u décroissantes, M une matrice carrée de coefficients et P la matrice colonne des points de controle. **(2,5 pts)**

3.5 On rappelle que le 1er hodographe d'une courbe de Bézier a pour équation :

$$h(u)=O+\sum_{i=0}^{n-1} B_i^{n-1}(u)\, n\, \Delta P_i$$

où O est un point de R^2 et $\Delta P_i = P_{i+1} - P_i$

3.5.1 Soit h le premier hodographe de la courbe p. On fixe O(0,0). Donnez l'équation de h et tracez son polygone de contrôle. **(1 pt)**

3.5.2 Calculez h(1/2), puis tracez la courbe h. Que représente h(1/2) pour la courbe p ? **(1,5 pts)**

3.6 En utilisant l'algorithme de De Casteljeau, proposez et décrivez aussi clairement que possible une technique permettant de faire de la modélisation à niveaux de détails progressifs (d'une forme grossière vers une forme de plus en plus détaillée). Illustrez largement votre explication avec des schémas sur des formes 2D. (**3 pts**)