Examen M1-IO5 (synthèse d'images)
Modélisation Géométrique
1er Juillet 2008
1h - Documents non-autorisés

1 Maillages (4 pts)

On dispose d'une bibliothèque d'objets 3D définis par des nuages de points. Pour chaque objet, on dispose dans un fichier ASCII de la liste des n sommets. Chaque sommet est stocké avec 3 flottants x_i, y_i, z_i ($i = 1..n$). On rappelle que la formule d'Euler est :

$$S-A+F = 2(1-g)$$

1.1 On dispose de 3 algorithmes de reconstruction automatique différents permettant de reconstruire un maillage triangulaire à partir de tous les sommets d'un objet. Sachant que l'on connait le genre (genus) des objets, pour la reconstruction du même objet, le nombre de face du maillage peut-il varier en fonction de l'agorithme que l'on utilise ? Justifiez votre réponse. **(1 pt)**

1.2 Les maillages sont stockés dans des fichiers avec une organisation par “sommets partagés”. Sachant qu'un flottant aussi bien qu'un entier est stocké sur 4 octets, quel espace mémoire est nécessaire au stockage du maillage d'un objet de genre 0 composé de 1000 sommets ? Justifiez votre réponse. **(1 pt)**

1.3 On souhaite maintenant visualiser le maillage reconstruit. Donnez un algorithme permettant de calculer les normales en chaque sommet du maillage en même temps que l'on charge les faces en mémoire (dans un tableau d'index par exemple) depuis le fichier. (2 pts)

2 Courbes paramétriques (6 pts)

On souhaite maintenant animer les maillages en les faisant se déplacer le long d'une trajectoire définie par une courbe de bézier p(u). L'équation d'une courbe de Bézier contrôlée par (m+1) points de contrôle P_j est :

$$p(u)=\sum_{j=0}^{m} B_j^m(u) P_j \qquad u\in[0,1]$$

Pour nos besoins, on utilisera des courbes de Bézier composées de 3 points de contrôle.

2.1 Donnez les équations des polynômes de Bernstein nécessaires à l'évaluation de p(u). **(1 pt)**

2.2 Calculez p(1/2) en fonction des P_i (en détaillant le calcul). **(1 pt)**

2.3 Ecrivez p(u) sous forme matricielle p(u) = U.M.P (en détaillant les calculs) avec U étant le vecteur ligne des puissance de u décroissantes, M une matrice carrée de coefficients et P la matrice colonne des points de controle. **(1 pt)**

2.4 Utilisez l'écriture de p(u) sous sa forme U.M.P pour déduire $p^u(u)$ sous la forme $U.M^u.P$ puis celle de $p^{uu}(u) = U.M^{uu}.P$. **(1 pt)**

2.5 Calculez $p^u(1/2)$ et $p^{uu}(1/2)$ en fonction des P_i et expliquez comment utiliser ces valeurs pour calculer le repère de frênet à la courbe p(u) en u=1/2. A quoi peut nous servir ce repère dans notre cadre d'application ? **(2 pts)**