Examen Synthèse d'images

M2 IUP SI

Modélisation - Janvier 2008 – Sans document

1 Carreaux paramétriques (6pts)

On rappelle qu'une courbe de Bézier de degré 2 $d_0(v)$ contrôlée par les points $S_{00}(0,0,0)^T$, $S_{01}(0,1,1)^T$, $S_{02}(0,0,2)^T$ est définie par l'équation :

$$d_0(v)=\sum_{j=0}^{2} B_j^2(v)\, S_{0j} \quad \text{avec} \quad B_j^n(v)=\frac{n!}{j!(n-j)!} v^j (1-v)^{n-j} \qquad \forall\, v\in[0,1]$$

1.1 Donnez les équations des polynômes de Bernstein $B_0^2(v)$, $B_1^2(v)$ et $B_2^2(v)$. Calculez ces polynômes pour $v=1/2$ et calculez $d_0(1/2)$. **(1,5pts)**

1.2 Soient les sommets $S_{10}(1,1,0)^T$, $S_{11}(1,2,1)^T$, $S_{12}(1,1,2)^T$ et $S_{20}(2,0,0)^T$, $S_{21}(2,1,1)^T$, $S_{22}(2,0,2)^T$. La courbe de Bézier $d_i(v)$ (i=0..2) est contrôlée par les sommets S_{ij} (j=0..2). Calculez $d_1(1/2)$ et $d_2(1/2)$. **(1,5pts)**

1.3 Utilisez ces résultats pour calculer le point p(1/2,1/2) sur la surface paramétrique p(u,v) ($(u,v) \in [0,1]^2$) définie par produit tensoriel de 2 courbes de Bézier de degré 2 et contrôlée par les sommets S_{ij} (i=0..2 et j=0..2). Illustrer votre méthode de calcul et votre résultat sur un schéma. **(2pts)**

1.4 Il est rappelé que l'équation de p(u,v) peut aussi s'écrire sous la forme :

$$p(u,v)=\sum_{i=0,\, j=0}^{i=2,\, j=2} B_{ij}^{2,2}(u,v)\, S_{ij} \quad \text{avec} \quad (u,v)\in[0,1]^2$$

Dans cette équation, donnez, en justifiant votre réponse, l'équation de $B_{21}^{2,2}(u,v)$. **(1pt)**

2 Surfaces implicites (4pts)

2.1 Donnez les équations implicites f_i (x,y,z) (i=1..6) des 6 plans formant la boîte englobante d'un objet de largeur 2 (axe Ox), profondeur 4 (axe Oz) et hauteur 8 (axe Oy) centré sur le point P_c (1,1,1). L'intérieur est défini par $f_i<0$. Par quel opérateur de composition ces plans doivent-ils être combinés pour former la boîte englobante. Donnez l'arbre CSG correspondant. **(1,5 pt)**

2.2 Proposez une fonction d'inclusion $[]f_i([]X, []Y, []Z)$ pour chacun de ces plans. Expliquez comment on teste à l'aide d'un intervalle booléen $[]b_1$ si un volume $[]V([]X, []Y, []Z)$ est sécant, à l'intérieur (demi-espace intérieur pour un plan) ou à l'extérieur (demi-espace extérieur pour un plan) du plan que vous avez défini par f_1. Donnez maintenant l'arbre de teste de la position d'un volume par rapport à la boîte englobante (en utilisant les opérateurs logiques). **(1,5 pt)**

2.3 Utilisez l'arbre de teste pour positionner $[]V_1$ ([-1,1], [0,2], [1,2]) par rapport à la boîte englobante. **(1 pt)**