UE4. Examen IIN Fevrier 2007.) Surfaces implicites (1)

1.- * les surfaces implicites sont définies à partir de fonctions potentiel qui définissent explicitement l'intérieur et l'extérieur de l'objet
↳ on sait directement si un pt de l'espace est à l'intérieur, à l'extérieur ou sur la surface.

* les surfaces implicites sont mieux adaptées à la représentation de surfaces hautement déformables avec changement de topologie

* les surfaces implicites permettent une mise en oeuvre simple et naturelle des opérateurs CSG

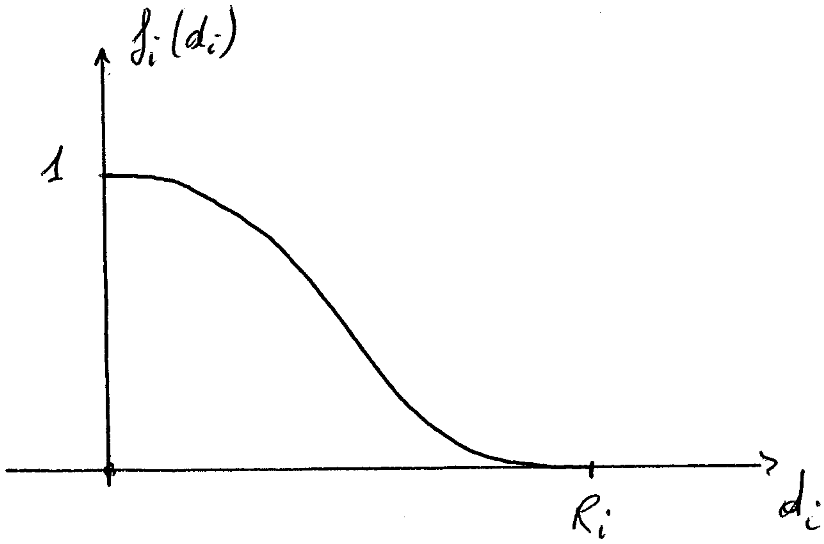
* les surfaces implicites permettent de combiner des surfaces avec des mélange (ou des transitions lisses).

2.- les fonctions potentiel à support global varient dans tout l'espace $\mathbb{R}^3$: il n'existe pas de boule B dans $\mathbb{R}^3$ tq $\forall P \notin B$, $f(P) = C^{te}$.

à l'inverse, les fonctions potentiel à support compact admettent une boule B tq: $\forall P \notin B$, $f(P) = C^{te}$ (en général, cette constante est 0)

3

a

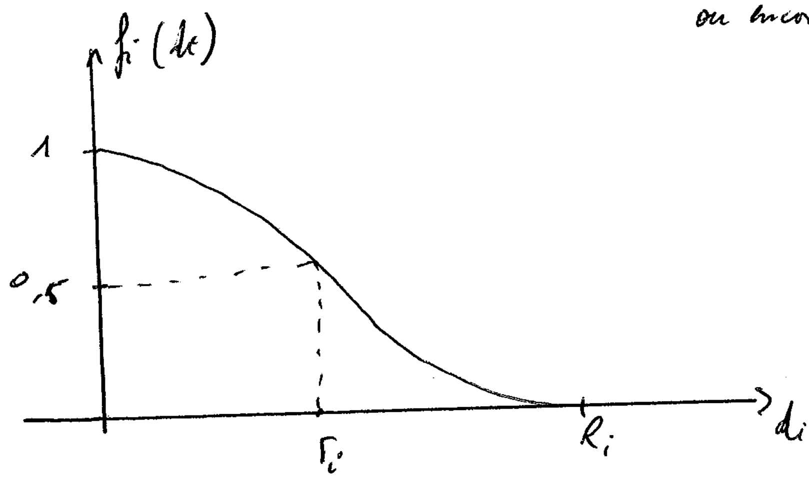


R_i représente le rayon d'influence de f_i.

C'est la distance au delà de laquelle la primitive n'aura plus aucune influence sur les objets qui l'entourent : $f(d_i) = 0 \ \forall d_i \geq R_i$

ou encore $\forall P \mid dist(P, C_i) \geq R_i, \ f(P) = 0$

b



$$f_i(r_i) = 0{,}5 = \frac{1}{2} = \frac{1}{R_i^4}\left(r_i^2 - R_i^2\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(r_i^2 - R_i^2\right)^2 = \frac{R_i^4}{2}$$

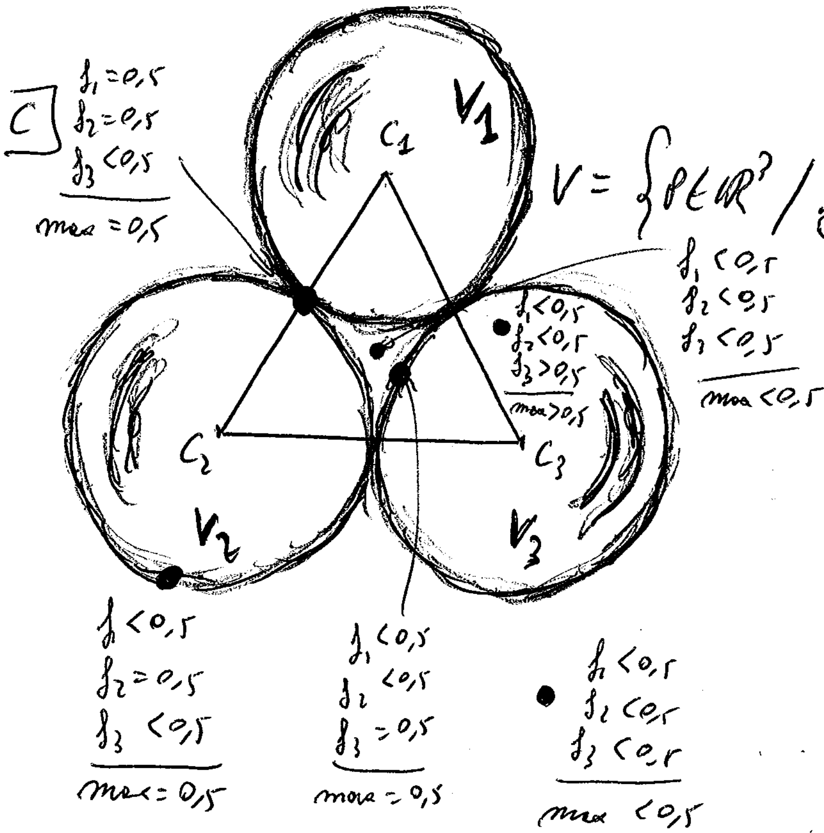
$$\Leftrightarrow \quad R_i^2 - r_i^2 = \frac{R_i^2}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad r_i^2 = R_i^2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

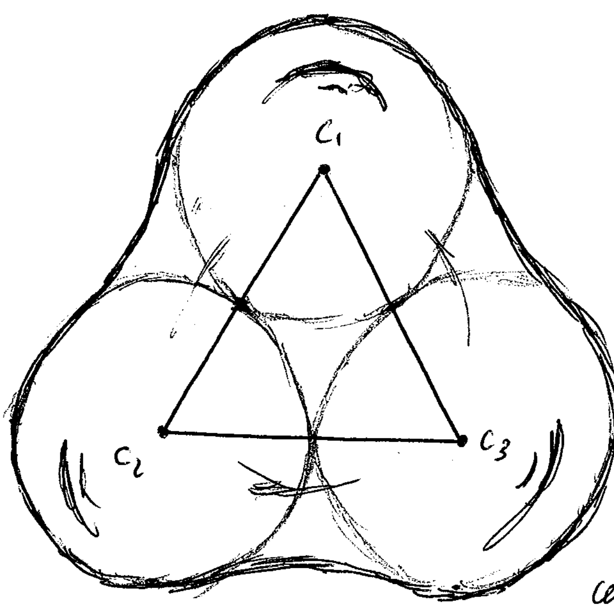
$$R_i^2 = \frac{r_i^2}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\boxed{R_i = \frac{r_i}{\sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}}}$$

Cela sert à calculer le rayon d'influence R_i qui est le paramètre libre de $f(P)$ pour un rayon de la primitive r_i choisi (par l'utilisateur par exemple).



V est l'union des 3 sphères V_1, V_2 et V_3



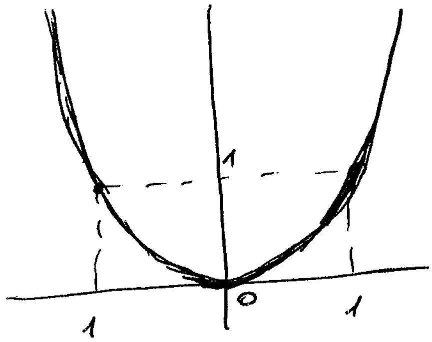
V est le mélange de 3 sphères V_1, V_2 et V_3

en effet : f_1, f_2 et f_3 sont des fonctions potentiel à support compact type "Soft objects". (ou blobby objects)

ces fonctions ont la propriété de créer le mélange des objets qu'elles représentent par simple somme.

d]

$$[a,b]^{[]2} = {}_{[]}X^{[]2} = \begin{cases} [a^2,b^2] & \text{si } a \geq 0 \\ [b^2,a^2] & \text{si } a \leq 0 \\ [0, \max(-a,b)^2] & \text{sinon.} \end{cases}$$



$$[a,b] \;{}_{[]}\!+ [c,d] = [a+c, b+d]$$

$$[a,b] \;{}_{[]\mathbb{R}}\!+ x = [a+x, b+x]$$

$$[a,b] \;{}_{[]\mathbb{R}}\!- x = [a-x, b-x]$$

$$d_i^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2$$

$${}_{[]}D_i^{[]2} = ({}_{[]}X \;{}_{[]\mathbb{R}}\!- x_i)^{[]2} \;{}_{[]}\!+ ({}_{[]}Y \;{}_{[]\mathbb{R}}\!- y_i)^{[]2} \;{}_{[]}\!+ ({}_{[]}Z \;{}_{[]\mathbb{R}}\!- z_i)^{[]2}$$

↳ pour un pt ${}_{[]}P({}_{[]}X, {}_{[]}Y, {}_{[]}Z)$ de $\mathbb{I}^3$.

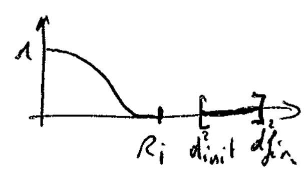
e]

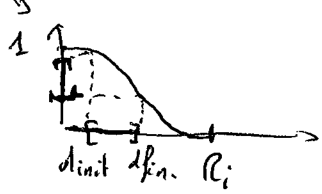
$f_i(d_i)$ est décroissante sur $[0, R_i]$ et constante sur $[R_i, +\infty[$

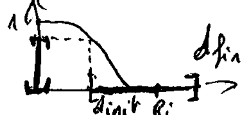
ainsi, on peut proposer la fonction d'inclusion suivante :

soit un pt ${}_{[]}P({}_{[]}X, {}_{[]}Y, {}_{[]}Z)$ de $\mathbb{I}^3$, on calcule ${}_{[]}D_i^{[]2}({}_{[]}P) = [d_{init}^2, d_{fin}^2]$

et $${}_{[]}f({}_{[]}P) = \begin{cases} [0,0] & \text{si } d_{init}^2 \geq R_i^2 \\ [f(d_{fin}^2), f(d_{init}^2)] & \text{si } d_{fin}^2 \leq R_i^2 \\ [0, f(d_{init}^2)] & \text{sinon.} \end{cases}$$

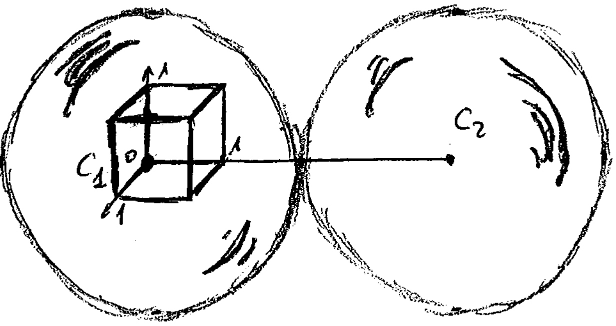






f)

$$r_1 = r_2 = 2 \Rightarrow R_1 = R_2 = \frac{2}{\sqrt{1-1/\sqrt{2}}} \simeq 3,7$$



$$[\,]D_1^{[\,]2}([0,1],[0,1],[0,1]) = [0,1]^{[\,]2} +_{[\,]} [0,1]^{[\,]2} +_{[\,]} [0,1]^{[\,]2}$$
$$= [0,1] +_{[\,]} [0,1] +_{[\,]} [0,1]$$
$$= [0,3]$$
$$\Rightarrow d^2_{init} = 0 \text{ et } d^2_{fin} = 3$$

$$d^2_{fin} \le R_1^2 \quad (3 \le 3,7^2 \simeq 13,616)$$

d'où $[\,]f_1([0,1],[0,1],[0,1]) = [f_1(3), f_1(0)] = \left[\frac{1}{R_1^4}(3-R_1^2)^2, 1\right]$

$$\simeq [0,609, 1]$$

$$[\,]b_1 = \left([\,]f_1([0,1],[0,1],[0,1]) > [0,5, 0,5]\right) = [1,1]$$
↳ Vrai

$[\,]b_1 = [1,1]$: Vrai. d'où le volume $([0,1],[0,1],[0,1])$ est à l'intérieur du volume V_1

$$[\,]D_2^{[\,]2} = ([0,1] -_{[\,]\mathbb{R}} 4)^{[\,]2} +_{[\,]} [0,1]^{[\,]2} +_{[\,]} [0,1]^{[\,]2}$$
$$= [-4,-3]^{[\,]2} +_{[\,]} [0,2] = [9,16] +_{[\,]} [0,2] = [9,18]$$
$$\Rightarrow d^2_{init} = 9 \text{ et } d^2_{fin} = 18$$

$$R_2^2 \in [d^2_{init}, d^2_{fin}] \quad (3,7^2 \simeq 13,616 \in [9,18])$$

d'où $_{[\,]}f_2\left([0,1],[0,1],[0,1]\right) = \left[0,\ f_2\left(d_{init}^2\right)\right] = \left[0,\ \frac{1}{R_2^4}\left(d_{init}^2 - R_2^2\right)^2\right]$

$$= \left[0,\ \frac{1}{R_2^4}\left(9 - R_2^2\right)^2\right] = [0,\ 0.116]$$

$$_{[\,]}b_2 = \left(_{[\,]}f_2\left([0,1],[0,1],[0,1]\right) > [0.5, 0.5]\right) = [0,0] \quad \text{(Faux)}$$

$_{[\,]}b_2 = [0,0] = $ Faux d'où le volume $([0,1],[0,1],[0,1])$ est à l'extérieur de V_2.

le positionnement de $_{[\,]}P$ par rapport à l'union de V_1 et V_2 est donnée par l'opérateur $_{[\,]}$ou appliqué à $_{[\,]}b_1$ et $_{[\,]}b_2$ $\Rightarrow$

$$_{[\,]}b_1 \ _{[\,]}\text{ou}\ _{[\,]}b_2 = [1,1] \ _{[\,]}\text{ou}\ [0,0] = [1,1] = \text{Vrai}$$

d'où $_{[\,]}P$ est à l'intérieur de $V_1 \cup V_2$

soit $f = f_1 + f_2 \Rightarrow \ _{[\,]}f = {}_{[\,]}f_1 \ _{[\,]}\!+ \ _{[\,]}f_2$

d'où $_{[\,]}f(_{[\,]}P) = [0.609, 1] \ _{[\,]}\!+ [0, 0.116]$

$$= [0.609, 1.116]$$

$$_{[\,]}b = \left(_{[\,]}f(_{[\,]}P) > [0.5, 0.5]\right) = [1,1] = \text{Vrai}$$

$_{[\,]}b = [1,1] = $ Vrai d'où $_{[\,]}P$ est à l'intérieur du volume défini par le mélange par somme de V_1 et V_2.