Examen

M2 Pro I2N - UE1 (math 2)

meercredi 25 Octobre 2006 – support de cours autorisé

1. **Maillages (2 pts)**
   1. Soit un maillage M de variété 2 (2-Manifold) fermé de Génus 2.
      1. Sachant que le maillage M contient 1000 sommets et 2000 faces, quel est exactement son nombre d'arêtes? (0.5 pt)
      2. Donnez le rapport entre le nombre d'arêtes et le nombre de faces d'un maillage **triangulaire** 2-Manifold fermé. (0.5 pt)
      3. Le maillage M est-il un maillage triangulaire ? Quel Génus devrait-il avoir pour pouvoir être triangulaire ? (1 pt)

2. **Courbes paramétriques (4.5 pts)**
   1. Tracez un segment de longueur 1 puis illustrez une courbe qui en un point a une courbure de 1/2. (0.5 pt)
   2. La courbe suivante existe-t-elle (justifiez votre réponse) ? (*Les P_i sont des points de R^3*) (0.5 pt)

      $$p(t)=(2-t)^3 P_0+3(t-1)(2-t)^2 P_1+3(t-1)^2(2-t)P_2+(t-1)^3 P_3 \quad , \quad t\in[1,2]$$

   3. Soit une courbe de Bézier q(u), d'ordre 4, définie pour u $\in$ [0,1].
      1. Donnez sont degré, son nombre de points de contrôle et le nombre de points de contrôles qui influence la position du point q(1/2). (0.5 pt)
      2. Si les P_i (i=0..3) de la question 2.2 sont les points de contrôle de la courbe q(u), exprimez p(t) en fonction de q(u) puis p^t (t) en fonction de q^u (u) (justifiez votre réponse). (1 pt)
      3. Quels sont les paramètres de contrôle de la cubique d'Hermite décrivant la courbe q(u) ? (0.5 pt)
      4. Soit une courbe de Bézier m(v), d'ordre 5, définie pour v $\in$ [2,4], contrôlée par les points O_i (i=0..4). Donnez, en justifiant vos réponses, les contraintes sur les polygones de contrôle pour raccorder les courbes q(u) et m(v) avec une continuité C^1 en u=1 et v=4. (0.5 pt)
      5. On souhaite représenter la courbe q(u) avec une courbe B-spline b(v) ayant le même nombre de points de contrôle. Proposez un degré pertinent pour la courbe b(v) afin qu'elle ait une chance de coïncider avec la courbe q(u). Si le premier point de contrôle de b(v) est P_0 et le dernier point de contrôle est P_3, proposez un vecteur nodal pour la courbe b(v) et donnez son intervalle de définition. (1 pt)

3. **CSG (1.5 pts)**

   Soient deux volumes implicites définis respectivement par l'ensemble des points P de R^3 tels que $f_1(P)\geq 0$ et $f_2(P)\geq 0$. A l'aide d'un schéma, trouvez et illustrez l'opérateur de composition booléenne réalisé par $g(f_1,f_2) = \min(-f_1, f_2)$.