Examen UE 1, M2 Pro IIN, 25/10/06.

1 Maillages :

1) Formule d'Euler : $S - A + F = 2(1-g)$

$S = 1000$, $F = 2000$, $g = 2$

$\Rightarrow 1000 - A + 2000 = -2$

$\Rightarrow \boxed{A = 3002}$

2) $\begin{cases} D_a = 2A \\ D_a = 3F \end{cases}$ car maillage triangulaire

$\Rightarrow 2A = 3F \Leftrightarrow \boxed{A = \frac{3}{2} F}$

3) $\frac{3}{2} F = \frac{3}{2} \cdot 2000 = 3000 \neq 3002 = A$

donc le maillage n'est pas triangulaire

$S - A + F = 2(1-g)$ pour que M soit triangulaire, il faut que $A = 3000$

$\Rightarrow 1000 - 3000 + 2000 = 2(1-g)$

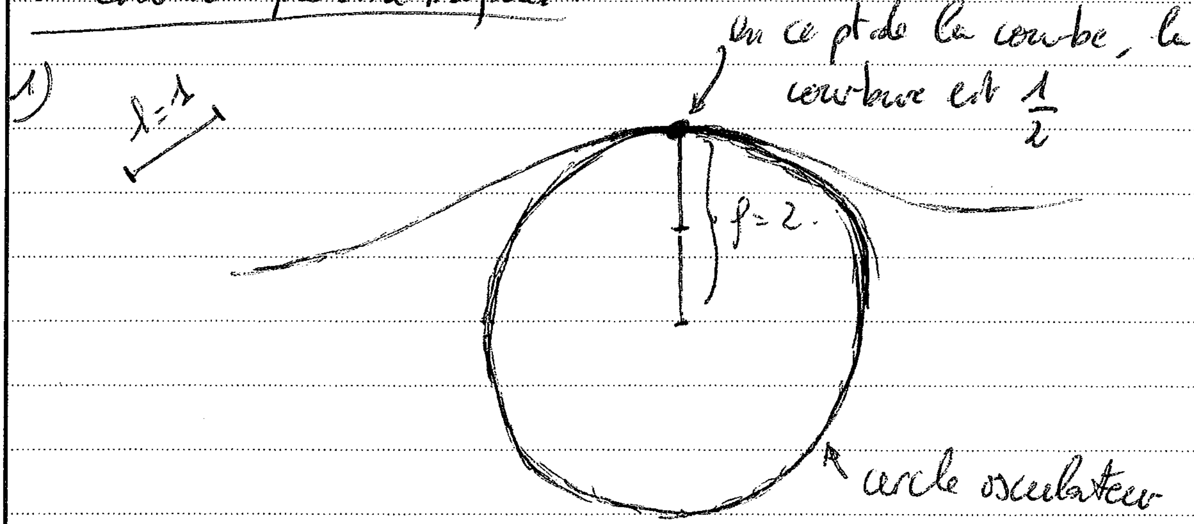
$\Leftrightarrow 2(1-g) = 0$

$\Leftrightarrow g = 1.$

il faudrait un Genus $\boxed{g = 1}$

2. Courbes paramétriques :

1)



courbure $= \frac{1}{2} \Rightarrow$ rayon de courbure $\rho = 2$.

2) $(2-t)^3 + 3(t-1)(2-t)^2 + 3(t-1)^2(2-t) + (t-1)^3$

$= 8-12t+6t^2-t^3 - 12+24t-15t^2+3t^3+6-15t+12t^2-3t^3$
$\quad -1+3t-3t^2+t^3$

$= \overbrace{8-12+6-1}^{1} + t\overbrace{(-12+24-15+3)}^{0} + t^2\overbrace{(6-15+12-3)}^{0} + t^3\overbrace{(-1+3-3+1)}^{0}$
$= 1 \quad \forall t.$

$p(t)$ est donc obtenue par combinaison barycentrique (affine) des pts P_0, P_1, P_2 et P_3, c'est donc une courbe bien définie.
$p(t)$ existe $\forall t$.

3)

3.1) ordre 4 $\Rightarrow$ degré 3, 4 pts de contrôle et comme dans une courbe de Bézier, en dehors de $u=0$ et $u=1$, les pts de contrôle ont une influence globale sur la courbe donc $p(1/2)$ est influencé par 4 pts de contrôle.

3.2) $t \in [1,2]$ $\quad u \in [0,1]$

on a donc $t = u+1$

si on effectue ce changement de paramètre dans l'équation de $p(t)$ on obtient :

$$p(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u) P_2 + u^3 P_3$$

on remarque que les coefficients des P_i $(i=0..3)$ sont les polynômes de Bernstein $B_0^3(u)$, $B_1^3(u)$, $B_2^3(u)$, $B_3^3(u)$ donc $p(t)$ est une courbe de Bézier de degré 3 avec le changement de paramètre $t = u+1$ (ou $u = t-1$)

d'où $p(t) = q(u)$ avec $t = u+1$.

comme $t \in [1,2]$ on a $p^t(t) = \frac{1}{2-1} q^u(u) = q^u(u)$.

3.3) La cubique d'Hermite est contrôlée par P_i P_f T_i et T_f.

formule de la dérivée dans le cours.

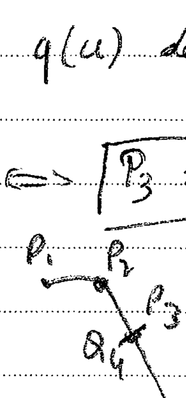
$P_i = P_0 \qquad P_f = P_3 \qquad T_i = q^u(0) = 3(P_1 - P_0)$

$T_f = q^u(1) = 3(P_3 - P_2)$.

3.4) $m(v)$ de degré 4 $\qquad q(u)$ de degré 3

il faut $m(4) = q(1) \iff \boxed{P_3 = Q_4}$ (garantit la continuité C^0)

et il faut $m^v(4) = q^u(1)$



$\frac{4}{4-2}(Q_4 - Q_3) = 3(P_2 - P_3)$ $\implies \boxed{Q_4 - Q_3 = \frac{3}{2}(P_2 - P_3)}$

pour en plus garantir la Q_3 continuité C^1.

3-5 q est de degré 3, on prendra donc une B-spline de <u>degré 3</u> (une B-spline de degré 2 ne peut pas représenter tous les polynomes de degré 3).

pour que la B-spline passe par son premier et son dernier pt de contrôle, il faut qu'elle ait un vecteur nodal ouvert uniforme.

B-spline b : degré 3 $\Rightarrow$ ordre $k = 4$
4 pts de contrôle $\Rightarrow$ $n+1 = 4$.

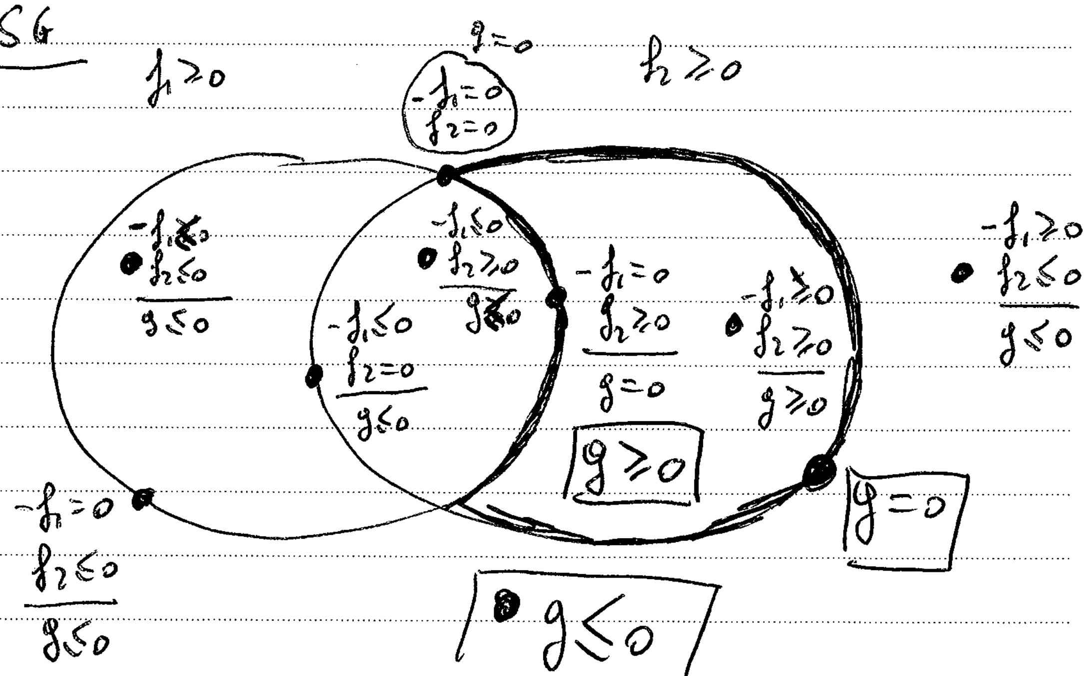
vecteur nodal : 8 noeuds $(u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4\ u_6\ u_7)$

une possibilité pour ouvert uniforme : $\boxed{(0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1)}$

$\Rightarrow$ intervalle de définition de $b(v)$:

$$\boxed{v \in [0, 1]}$$

3. CSG



g est l'opérateur : $\boxed{O_2 / O_1}$

si O_2 est défini par f_2 et O_1 par f_1