Examen Synthèse d'Images

M1 IUP SI – 2006/2007

1h30 avec documents- Barème indicatif

A- Courbes Paramétriques (10 pts)

Soit une cubique d'Hermite h(u) (u ∈ [0,1]) contrôlée par les points A (0,0) (point initial) et B (3,0) (point final) ainsi que par les tangentes T_A (3,3) et T_B (3,-3).

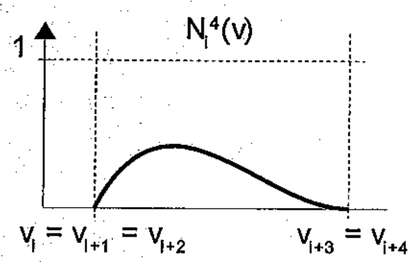
1. A partir de la forme $h(u) = F_1(u)\,A + F_2(u)\,B + F_3(u)\,T_A + F_4(u)\,T_B$, calculez h(1/2), calculez $h^u(u)$ en fonction de A, B, T_A et T_B puis calculez $h^u(1/2)$. Faites un graphique de la courbe et tracez $h^u(1/2)$. **(2pts)**

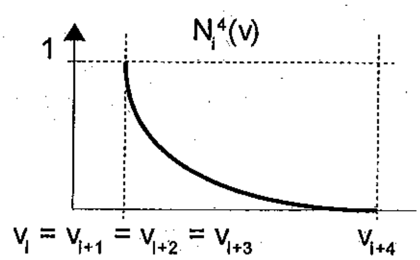
2. Soit une courbe de Bézier p(t) (t ∈ [0,1]) contrôlée par les points P_0, P_1, P_2 et P_3. En utilisant la formule de la dérivée d'une courbe de Bézier, calculez $p^t(0)$ et $p^t(1)$ en fonction des P_i (i=0..3). Déduisez-en les coordonnées des points de contrôle P_i (i=0..3) pour que la courbe p(t) coïncide avec la courbe h(u). Placez les P_i (i=0..3) sur le schéma de la question précédente. **(1.5pts)**

3. Donnez l'équation du premier hodographe $p^t(t)$ de la courbe p(t). Quelle doit être la valeur de $p^t(1/2)$? Vérifiez ce résultat par le calcul puis tracez cet hodographe avec son polygone de contrôle. **(1.5pts)**

4. Soit une courbe B-spline q(v) d'ordre 4 controlée par les points Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4 avec le vecteur nodal (00001111)

   4.1. Soit les fonctions de base d'ordre 4 suivantes :





Placez sur un schéma les différentes valeurs v_i (i=1..8) du vecteur nodal puis tracez les fonctions de base nécessaires au calcul de q(v). **(1pt)**

   4.2. Sachant que la formule de la dérivée d'une B-spline de degré m, d'ordre k ayant n+1 points de contrôle est :

$$q^v(v) = m \sum_{i=1}^{n} \frac{N_{i+1}^{k-1}(v)}{v_{m+i+1} - v_{i+1}} \Delta Q_i \qquad \text{avec} \qquad \Delta Q_i = Q_{i+1} - Q_i$$

Quelle est l'équation de la dérivée de q(v) dans notre cas précis (pensez à simplifier le dénominateur) ? **(1pt)**

   4.3. Sachant que $N_2^3(0) = 1$, que $N_4^3(1) = 1$ et que $q^v(v)$ est définie pour v ∈ [0,1] :

   a) calculez $q^v(0)$ et $q^v(1)$. **(1pt)**

   b) Déduisez en les positions des Q_i (i=1..4) pour que les courbes p(t) et q(v) commencent et finissent au même point et aient les mêmes tangentes en t=v=0 et en t=v=1. **(0.5pt)**

   c) Que remarquez-vous ? Que peut-on dire des courbes définies par p(t) et q(v) ? **(0.5pt)**

   d) Déduisez-en les equations des fonctions de base N_i^4 (v) (i=1..4) pour la courbe bien particulière q(v) ? **(1pt)**