

# Examen M1-IO5 (synthèse d'images)

8 Juin 2007

2h - Documents non-autorisés

## 1 Maillages (3.5 pts)

Soit un maillage M composé uniquement de faces quadrilatérales. Le maillage M est composé de 2000 faces et de 2000 sommets. Sachant que la formule d'Euler est :

$$S-A+F = 2(1-g)$$

1.1 Donnez la signification des différentes lettres de cette formule. **(0.5 pt)**

1.2 Quel est le génus de l'objet représenté par le maillage M ? **(1 pt)**

1.3 Sans changer le nombre de faces de M, ni le nombre de sommets et en conservant un maillage M composé uniquement de faces quadrilatérales, quelle doit être la valence (nombre de demi-arêtes sortantes = nombre d'arêtes incidentes) d'un unique sommet irrégulier (tous les autres sommets sont réguliers et ont une valence de 4) pour pouvoir représenter un objet de génus 0 ? Justifiez et commentez votre réponse. **(2 pts)**

## 2 Primitives simples et CSG (5 pts)

Soit une famille de fonctions  $f_i$  de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$  ayant pour équation :

$$f_i(P) = f_i(x, y, z) = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 - r_i^2$$

où P est un point de  $\mathbb{R}^3$  de coordonnées  $(x, y, z)$ ,  $(x_i, y_i, z_i)$  sont les coordonnées d'un point  $P_i$  et  $r_i$  est un scalaire de  $\mathbb{R}$ .

2.1 Quelle surface de  $\mathbb{R}^3$  est décrite par l'équation  $f_i(P) = 0$  ? **(1 pt)**

2.2 Un point P tel que  $f_i(P) < 0$  est-il à l'intérieur ou à l'extérieur de cette surface ? Justifiez votre réponse. **(1 pt)**

2.3 Donnez un avantage puis un désavantage d'utiliser une telle équation plutôt qu'une représentation paramétrique de la même surface. **(1 pt)**

2.4 Soient les fonctions  $f_0$  et  $f_1$  définies respectivement par  $\{P_0(0,0,0), r_0=2\}$  et  $\{P_1(3,0,0), r_1=2\}$ . Quelle surface est représentée par l'ensemble des points de l'espace pour lesquels la fonction  $F = \max(f_0, -f_1)$  est nulle. Justifiez votre réponse avec un schéma. **(2pts)**

## 3 Courbes paramétriques (12 pts)

3.1 Soit une courbe de Bézier p contrôlée par les pts  $P_0(0,0)$ ,  $P_1(1,1)$ ,  $P_2(2,1)$  et  $P_3(3,0)$ . L'équation de p est :

$$p(u) = \sum_{i=0}^3 B_i^3(u) p_i \quad u \in [0,1]$$

3.1.1 Quel est le degré de p ? **(0.5 pt)**

3.1.2 Donnez les équations des polynômes de Bernstein nécessaires à l'évaluation de p(u). **(1 pt)**

3.1.3 Calculez p(1/2) (en détaillant le calcul) puis tracez la courbe. **(1.5 pts)**

3.2 On rappelle que le 1<sup>er</sup> hodographe d'une courbe de Bézier a pour équation :

$$h(u) = O + \sum_{i=0}^{n-1} B_i^{n-1}(u) n \Delta P_i$$

où O est un point de  $\mathbb{R}^2$ , n est le degré de la courbe de Bézier et  $\Delta P_i = P_{i+1} - P_i$

3.2.1 Soit h le premier hodographe de la courbe p. On fixe  $O(0,0)$ . Donnez l'équation de h et tracez son polygone de contrôle. **(1 pt)**

3.2.2 Calculez h(1/2), puis tracez la courbe h. Que représente h(1/2) pour la courbe p ? **(2 pts)**

3.3 Soit une courbe B-spline b d'ordre  $k=4$ , contrôlée par les points  $P_0, P_1, P_2$  et  $P_3$ .

3.3.1 Donnez le vecteur nodal ouvert uniforme de b commençant par 0 et finissant par 1. **(1 pt)**

3.3.2 Quelle propriété particulière liée à son vecteur nodal va avoir la courbe b ? **(1 pt)**

3.3.3 Quel est l'intervalle de définition de la courbe b ? **(0.5 pt)**

3.3.4 En utilisant l'algorithme de floraison, calculez b(1/2) (en détaillant le calcul). **(2 pts)**

3.3.5 Calculez une nouvelle position pour le point  $P_1$  afin que  $b(1/2) = (3/2, 1)$ . **(1.5 pt)**