MI - IOS

Septembre 2007 (1h).

$\boxed{1.1}$

$F = 2000$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} 2A = D_a \\ 4F = D_a \end{array}\right\} \Rightarrow A = 2F \Rightarrow A = 4000$

$S = 2000$

$S - A + F = 2(1-g) \Rightarrow 2(1-g) = 0$

$1 - g = 0$

$g = 1$

le genus de l'objet est 1.

$\boxed{1.2}$ $S = 2000$

$g = 1$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} D_a = 3F \\ D_a = 2A \end{array}\right\} \Rightarrow A = \frac{3F}{2}$

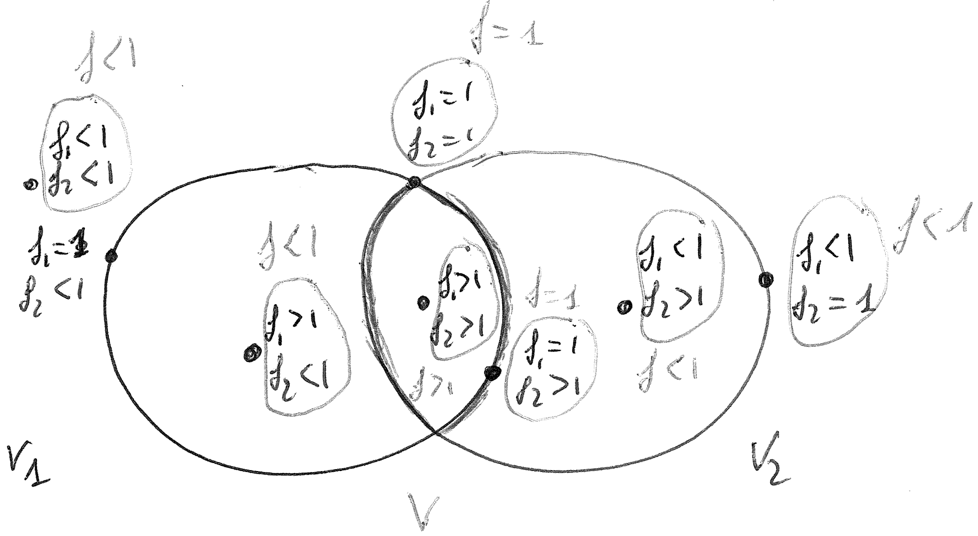
$S - A + F = 2(1-g) \Rightarrow 2000 - \frac{3F}{2} + F = 0$

$\Rightarrow 2000 - \frac{F}{2} = 0 \Rightarrow F = 4000$

$\boxed{2.1}$ Pour les surfaces paramétriques, il faut retrouver l'équation des surfaces représentant le résultat de l'opération CSG :

Ceci est une tâche très difficile alors que les opérateurs CSG sur les surfaces implicites sont réalisés avec de simples fonctions min ou max.

2-2



le volume V défini par $f(P) > 1$, $f = \min(f_1, f_2)$ est l'intersection de V_1 et V_2 : $V = V_1 \cap V_2$.

3-1-1 $k = 3$ le nombre $n+1$ de pts de contrôles est : $n+1 = 3$

le vecteur nodal ouvert uniforme est donc : $(0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1)$

3-1-2 la courbe passe par son premier et son dernier pt de contrôle, soit ici par P_1 et P_3

3-1-3 b est définie pour $u \in [0,1]$

3-1-4 soit f la floraison de b et $(u_1\ u_2\ u_3\ u_4\ u_5\ u_6) = (0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1)$ le vecteur nodal.

$P_1 = f(u_2, u_3)$

$P_2 = f(u_3\ u_4)$

$P_3 = f(u_4\ u_5)$

$P = f(0\ 0)$

$P = f(0\ 1)$

$P. = f(1\ 1)$

$k = 3 \Rightarrow$ 3 pts de contrôle influencent le calcul de $b(\frac{1}{2})$, ces pts sont donc P_0, P_1 et P_2

P $\quad$ P $\quad$ P

$f(0\,0)$ $\quad$ $f(0\,1)$ $\quad$ $f(1\,1)$

$1-\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\quad$ $1-\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$

$f(0, \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P$ $\quad$ $f(1\ \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P$

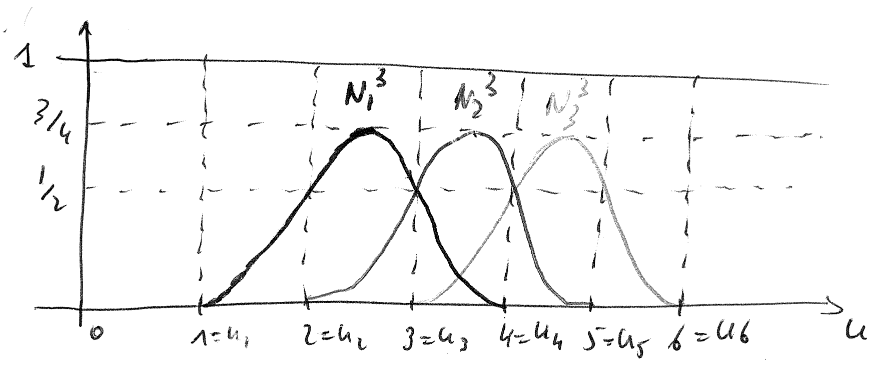
$1-\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$

$$f(\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}) = b(\tfrac{1}{2}) = \frac{1}{4}P + \frac{1}{2}P + \frac{1}{4}P$$

$\boxed{3-2.1}$ vecteur nodal uniforme : $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)$

$\boxed{3-2-2}$

$$b'(u) = \sum_{i=1}^{3} N_i^3(u)\ P_i = N_1^3(u)\,P_1 + N_2^3(u)\,P_2 + N_3^3(u)\,P_3$$



d'après le graphique :

$$b'(3) = \frac{1}{2} P_1 + \frac{1}{2} P_2 \qquad \text{et } b'(4) = \frac{1}{2} P_2 + \frac{1}{2} P_3$$

d'après le graphique : $N_2^3(3,5) = \frac{3}{4}$ or on sait que les courbes B-spline sont construites par combinaison affine de pts d'où

$$N_1^3(3,5) + N_2^3(3,5) + N_3^3(3,5) = 1$$

$$\Rightarrow N_1^3(3,5) + N_3^3(3,5) = \frac{1}{4}$$

or, par symmétrie, $N_1^3(3,5) = N_3^3(3,5)$

d'où $N_1^3(3,5) = N_3^3(3,5) = \frac{1}{8}$

$$\text{d'où } b'(3,5) = \frac{1}{8} P_1 + \frac{3}{4} P_2 + \frac{1}{8} P_3$$