

Examen synthèse d'images (M1 OP2)

le 27 Juin 2006, durée : 2 heures

Documents autorisés

1. QCM (5 pts)

Il y a une unique bonne réponse par question.

Réponse juste : 1pt, pas de réponse : 0pt, réponse fausse : -0.5pt

1.1. Dans un maillage de quadrilatères, le nombre moyen d'arêtes A par rapport au nombre de faces F est :

- a) $A = 3/2 F$
- b) $F = A$
- c) $A = 2 F$
- d) $F = 3 A$

1.2. L'une de ces affirmations est vraie :

- a) Une structure de maillage par bandes de triangles est optimisée pour la déformation des faces.
- b) La structure de maillage par sommets partagés est celle qui demande le moins d'espace mémoire.
- c) La structure de maillage par demi-arêtes est très polyvalente pour la modification du maillage.
- d) Une structure de maillage par faces est toujours plus intéressante qu'une structure de maillage par arêtes.

1.3. L'une de ces affirmations sur les courbes/surfaces paramétriques est fausse :

- a) La continuité G^1 garantit que les directions des tangentes varient de façon continue.
- b) Si la surface est de continuité C^1 , alors le reflet d'un objet dont la surface est de continuité C^1 sera aussi de continuité C^1 .
- c) Si la courbe est de continuité C^1 , elle est aussi de continuité G^1 .
- d) Si la dérivée première de la courbe est continue, alors la courbe est de continuité C^1 .

1.4. Soit la fonction paramétrique $p(u) = u^3 P_0 + 2 u^2 P_1 - P_3$ avec $u \in [0,1]$ et P_0, P_1 et P_2 qui sont des points de \mathbb{R}^3 .

- a) Cette fonction définit des vecteurs.
- b) Cette fonction représente une courbe si $u \in [-1,0]$.
- c) Cette fonction ne représente pas une courbe.
- d) Cette fonction est une combinaison affine de points de \mathbb{R}^3 .

1.5. Soient deux cubiques d'Hermite de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$: la courbe $p(u)$ contrôlée par les points P_i, P_f et les vecteurs T_i et T_f et la courbe $q(t)$ contrôlée par les points Q_i, Q_f et les vecteurs V_i et V_f . La courbe $p(u)$ est définie pour $u \in [0,1]$ et la courbe $q(t)$ est définie pour $t \in [2,10]$. On souhaite raccorder ces deux courbes avec une continuité C^1 en $u=1$ et $t=2$. Quelles conditions doit-on avoir sur les tangentes ?

- a) $T_f = V_i$
- b) $T_f = 8 V_i$
- c) $T_f = 10 V_i$
- d) $T_f = 1/8 V_i$

2. Problème (15 pts)

Soit une courbe B-spline $p(u)$ de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ contrôlée par 3 points de contrôle qui sont $P_1(0,0), P_2(1,1), P_3(2,0)$ qui est de degré 2.

2.1. Généralités :

- a) Quels sont les différents degrés que l'on aurait pu choisir pour la B-spline ? **(0.5 pt)**
- b) Combien de noeuds contient le vecteur nodal ? **(0.5 pt)**
- c) Donnez un vecteur nodal uniforme commençant par la valeur 1 pour le premier noeud u_1 et tel que $u_{i+1} - u_i = 1$. **(0.5 pt)**
- d) Quel est l'intervalle de définition de cette B-spline ? **(0.5 pt)**
- e) Combien de fonctions de base sont nécessaire pour l'expression de cette B-spline ? **(0.5 pt)**

2.2. Calcul de points de la courbe :

- a) Tracez la fonction de base $N_1^3(u)$ sachant qu'avec notre vecteur nodal on a : $N_1^3(2) = 1/2$ et $N_1^3(2.5) = 3/4$. **(0.5 pt)**
- b) En déduire l'expression de $p(3.5)$ en fonction des points de contrôle P_i puis calculez les coordonnées du point de la courbe $p(3.5)$. **(1.5 pt)**
- c) En utilisant l'algorithme de floraison (détaillez le calcul), calculez les coordonnées du point $p(3)$. **(1.5 pt)**
- d) En déduire (expliquez votre déduction) les coordonnées du point $p(4)$ et tracez la courbe. **(0.5 pt)**

2.3. Vecteur nodal ouvert uniforme :

- a) Quelle propriété remarquable a la courbe pour ce type de vecteur nodal ? **(0.5 pt)**
- b) Proposez maintenant un vecteur nodal ouvert uniforme commençant par la valeur 1 pour le premier noeud u_1 et tel que $u_{i+1} - u_i = 0$ ou 1. **(0.5 pt)**
- c) En déduire le nouvel intervalle de définition de la courbe. **(0.5 pt)**

- d) En déduire $p(1)$ et $p(2)$ en fonction des P_i , puis en déduire les valeurs de $N_1^3(1)$ et $N_3^3(2)$; puis celles de $N_1^3(2)$, $N_2^3(1)$, $N_2^3(2)$ et $N_3^3(1)$. **(1 pt)**
- e) Sachant que dans ce cas, la fonction de base $N_2^3(u)$ est telle que $N_2^3(1.5) = 1/2$, tracez les fonctions de base sur un schéma. **(1 pt)**
- f) Calculez $p(1.5)$. **(1 pt)**
- g) En utilisant l'algorithme de floraison, calculez $p(1.5)$ (détaillez le calcul). Tracez la courbe. **(1.5 pt)**

2.4. Soit une courbe de Bézier $b(u)$, $u \in [0,1]$ contrôlée par les points de contrôle $Q_0 = P_1$, $Q_1 = P_2$ et $Q_2 = P_3$.

- a) Quel est le degré de cette courbe ? **(0.5 pt)**
- b) Donnez les différents polynômes de Bernstein du degré de la courbe. **(0.5 pt)**
- c) Calculez $b(0.5)$ et tracez la courbe. **(0.5 pt)**
- d) Quels sont les points $b(0)$ et $b(1)$? **(0.5 pt)**
- e) Combien de courbes polynômiales différentes de degré 2 peuvent passer par 3 points distincts ? Que peut-on donc dire des courbes $p(u)$ (avec un vecteur nodal ouvert uniforme) et $b(u)$? **(0.5 pt)**