RÉALISATION D'IMAGES RÉELLES VÉRIFIANT LES HYPOTHÈSES DU *SHAPE FROM SHADING*

Pascal Daniel et Jean-Denis Durou

IRIT - Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
UPS, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 04, France

Tél : (+33) 561 556 882 Fax : (+33) 561 556 258
e-mail : daniel@irit.fr, durou@irit.fr

Mots-clés : *shape from shading, hypothèse lambertienne.*

1. INTRODUCTION

La reconstruction du relief à partir d'une image, ou *shape from shading*, est un problème inverse réputé difficile, et aucune méthode générale de résolution n'a été trouvée à ce jour. Seules les méthodes itératives permettent d'obtenir des résultats encourageants comme, par exemple, la méthode des gradients conjugués [7], des méthodes issues de la théorie des "solutions de viscosité" [5, 4] ou des méthodes de résolution de diverses équations d'Euler [3, 2], mais encore faut-il remarquer que leur validité n'est généralement démontrée que sur des images de synthèse. Toutes ces méthodes s'attachent en fait à résoudre le problème du *shape from shading* pour des images vérifiant un assez grand nombre d'hypothèses, ce qui permet de simplifier sa formulation, et donc aussi sa résolution. Toutefois, la validation de ces méthodes ne peut être totalement satisfaisante qu'en les testant également sur des images réelles, même si de telles images ne vérifient pas, en général, les hypothèses du *shape from shading*. Quand, parfois, une même méthode itérative est testée d'abord sur images de synthèse, puis sur images réelles [3, 9], la qualité des résultats obtenus diminue alors sensiblement. D'autres méthodes de résolution que les méthodes itératives ont été proposées, avec des résultats bien moins satisfaisants, comme par exemple la méthode du "tracé des lignes caractéristiques" (*characteristic strips expansion*) [1], qui est une méthode de reconstruction "pas à pas", ou des méthodes d'estimation locale du relief [6, 8]. Pour ces autres méthodes, les tests peuvent être faits indifféremment sur images de synthèse ou sur images réelles puisque, de toute façon, les résultats obtenus sont médiocres.

Dans cet article, nous proposons une méthodologie originale permettant de produire des images réelles vérifiant la quasi totalité des hypothèses qui peuvent être requises pour le *shape from shading*. Une présentation détaillée de ces hypothèses est faite dans le paragraphe 2. Dans le paragraphe 3, le montage optique utilisé est décrit. Dans le paragraphe 4, les traitements permettant d'éliminer les défauts résiduels des images obtenues sont détaillés. En guise de conclusion (paragraphe 5), une comparaison est effectuée entre une des images que nous avons obtenues, et qui représente une sphère, et l'image de synthèse de la même sphère (cette image est celle qui apparaît le plus souvent dans la littérature traitant du *shape from shading*).

2. HYPOTHÈSES DU *SHAPE FROM SHADING*

Dans tout processus de formation d'une image, il y a trois éléments en présence : un "observateur" (œil, appareil photographique ou caméra), un ensemble de sources lumineuses et une scène. On rapporte l'espace physique à un repère orthogonal $Oxyz$, de telle sorte que Oz coïncide avec l'axe optique de l'observateur et soit orienté vers lui. On suppose que la scène est réduite à un objet, dont la surface peut être paramétrée par l'équation $z = f(x, y)$, où z représente "l'altitude". L'image obtenue est une image en niveaux de gris, qui peut être décrite par une fonction $E(x, y)$ partout positive ou nulle. Le calcul de la fonction $f(x, y)$ à partir de la connaissance de la fonction $E(x, y)$, des caractéristiques des sources lumineuses, des caractéristiques de l'observateur et des caractéristiques photométriques de la surface est un "problème inverse", qu'il est convenu d'appeler "reconstruction du relief à partir d'une image" ou *shape from shading*. Différentes formulations mathématiques de ce problème sont possibles. Cependant, la plupart des méthodes de résolution fournissant des résultats relativement satisfaisants font un assez grand nombre d'hypothèses implicites sur l'observateur, sur les sources lumineuses et sur la scène. Dans un premier temps, nous allons décrire l'ensemble des hypothèses communes à ces méthodes, que nous appelons les "hypothèses minimales" du *shape from shading*. Nous décrirons ensuite deux hypothèses supplémentaires qui sont, la plupart du temps, rajoutées aux précédentes.

2.1. Hypothèses minimales du *shape from shading*

L'image est supposée "nette", c'est-à-dire qu'un point de l'image correspond à un point physique de la scène (hypothèse de "stigmatisme"). L'image est considérée, à un facteur d'échelle près appelé "grandissement", comme le résultat de la projection orthogonale d'une scène 3D, très éloignée de l'observateur, sur le plan focal image de l'observateur (où est situé le récepteur photosensible), parallèlement à la direction de l'axe optique. On néglige donc le phénomène de "projection perspective". Le récepteur photosensible est "linéaire", c'est-à-dire que le niveau de gris enregistré est proportionnel au flux lumineux reçu. Il n'y a qu'une seule source de lumière, placée suffisamment loin de la scène pour qu'on puisse considérer qu'elle est "à l'infini" et qu'elle a de très faibles dimensions angulaires. L'éclairage de la scène se ramène donc à un faisceau lumineux "parallèle" et "uniforme" (flux lumineux uniforme), qui peut être décrit par un vecteur $\vec{S}$. La surface ne présente ni arête ni partie cachée (surface "lisse"), ce qui a pour conséquence que la fonction $f(x,y)$ est continue et dérivable. La surface est "opaque" et présente les mêmes caractéristiques photométriques en chaque point (surface "homogène"). Enfin, on peut négliger les faisceaux lumineux "secondaires", issus de la surface elle-même (par réflexion ou par diffusion), devant le faisceau lumineux principal $\vec{S}$.

Sous ces hypothèses, on peut montrer que le niveau de gris $E(x,y)$ de l'image d'un point P ne dépend pas des coordonnées de ce point P, mais seulement de la normale $\vec{N}$ à la surface en ce point (normale sortante, de norme 1), du vecteur $\vec{S}$, des caractéristiques de l'observateur (grandissement, facteur de linéarité du récepteur, ouverture du diaphragme et temps de pose) et des caractéristiques photométriques de la surface. Parmi tous ces éléments, seul $\vec{N}$ varie d'un point à l'autre de la surface, ce qui permet d'écrire [1] l'équation suivante :

$$R(\vec{N}) = E(x,y) \tag{1}$$

où R, qui est appelée la "fonction de réflectance" (*reflectance map*), dépend du vecteur $\vec{S}$, des caractéristiques de l'observateur, ainsi que des caractéristiques photométriques de la surface. Cette équation est appelée usuellement "l'équation de luminance" (*irradiance equation*). Elle constitue l'une des trois équations majeures du *shape from shading*. C'est une équation aux dérivées partielles en $f(x,y)$, du premier ordre de dérivation. En effet, l'inconnue $f(x,y)$ n'y apparaît pas directement, mais seulement au travers de ses deux dérivées premières $\partial f/\partial x = p$ et $\partial f/\partial y = q$, puisque le vecteur $\vec{N}$ a pour coordonnées :

$$\vec{N} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \begin{pmatrix} -p \\ -q \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Néanmoins, l'équation (1) reste très générale, dans la mesure où la fonction R (qui dépend de nombreux paramètres) est inconnue *a priori*. Pour cette raison, dans la majorité des articles traitant du *shape from shading*, deux hypothèses supplémentaires sont rajoutées aux hypothèses minimales.

2.2. Première hypothèse supplémentaire

Cette hypothèse consiste à supposer que le faisceau lumineux est parallèle à l'axe Oz (éclairage "de face" ou "frontal"). Dans ce cas, par raison de symétrie, il est évident que la fonction R ne varie plus, d'un point à l'autre de la surface, que par l'intermédiaire de la "pente" [5], qui vaut $||\vec{grad} f|| = \sqrt{p^2+q^2}$. La fonction de réflectance s'écrit donc, dans ce cas :

$$R(\vec{N}) = r(\sqrt{p^2+q^2}) \tag{3}$$

où r est une fonction qui dépend de la norme de $\vec{S}$, des caractéristiques de l'observateur et des caractéristiques photométriques de la surface. La fonction r est décroissante pour tous les matériaux usuels, ce qui signifie que, plus un point apparaît sombre sur l'image, plus la pente en ce point est grande. D'après (1) et (3), l'équation de luminance se réécrit :

$$r(\sqrt{p^2+q^2}) = E(x,y) \tag{4}$$

soit encore :

$$p^2+q^2 = \left(r^{-1} \circ E(x,y)\right)^2 \tag{5}$$

puisque la fonction r, étant généralement décroissante, est inversible. L'équation (5), qui est appelée "l'équation de l'eikonale" (*eikonal equation*), est la deuxième équation majeure du *shape from shading*. De même que l'équation de luminance, c'est une équation aux dérivées partielles en $f(x,y)$, du premier ordre de dérivation, non linéaire, de second membre inconnu *a priori*, dans la mesure où la fonction r est inconnue *a priori*.

2.3. Deuxième hypothèse supplémentaire

Cette hypothèse revient à supposer que la surface est parfaitement diffusante (ou "lambertienne"), c'est-à-dire que le niveau de gris de l'image d'un point de la surface est constant, lorsque la direction d'observation varie (tous autres facteurs étant constants par ailleurs). On peut montrer [1] que la fonction de réflectance s'exprime alors sous la forme particulièrement simple suivante :

$$R(\vec{N}) = k\left|\vec{S}.\vec{N}\right| \tag{6}$$

où k est une constante qui dépend des caractéristiques de l'observateur et de la "luminance" (ou *albedo*) de la surface. D'après la première hypothèse supplémentaire, le vecteur $\vec{S}$ a les coordonnées suivantes :

$$\vec{S} = S\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{7}$$

En utilisant (2) et (7), l'expression (6) de $R(\vec{N})$ se réécrit :

$$R(\vec{N}) = \frac{kS}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \tag{8}$$

Cette expression est bien de la forme $r(\sqrt{p^2+q^2})$, avec r décroissante, puisque S est supposé constant. D'après (1) et (8), le niveau de gris maximal E_{max} (égal à kS) peut être atteint si $p=q=0$. Cette situation correspond aux points où la surface est localement parallèle au plan focal image. Le niveau de gris minimal (égal à 0), peut être atteint si $p=\pm\infty$ ou $q=\pm\infty$. Cette situation correspond aux points où la surface est localement orthogonale au plan focal image. L'ensemble de ces points forme la "silhouette" de l'objet [1]. D'après (1) et (8), les dérivées premières p et q de la fonction $f(x,y)$ vérifient donc l'équation suivante :

$$\frac{E_{max}}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = E(x,y) \tag{9}$$

qui est équivalente à :

$$p^2+q^2 = \left(\frac{E_{max}}{E(x,y)}\right)^2 - 1 \tag{10}$$

L'équation (10), qui est un cas particulier de l'équation de l'eikonale (5), constitue la troisième et dernière équation majeure du *shape from shading*. Son second membre est connu et compris entre 0 et $+\infty$. La difficulté de sa résolution vient de ce qu'elle est non linéaire, et qu'on ne dispose *a priori* d'aucune condition aux limites sur l'inconnue $f(x,y)$. Pour ces raisons, la plupart des méthodes proposées dans la littérature rajoutent des hypothèses supplémentaires : connaissance de l'altitude sur l'image de la silhouette ou sur un certain ensemble de points de l'image, hypothèses sur la forme locale de la surface, etc...

2.4. Les images réelles vérifient-elles les hypothèses du *shape from shading*?

Pour les images réelles, il s'avère souvent que certaines des hypothèses qui viennent d'être citées sont loin d'être vérifiées : la projection est perspective et non orthogonale, la profondeur de champ n'est pas infinie ("stigmatisme approché"), le récepteur photosensible n'est qu'approximativement linéaire, les faisceaux lumineux incidents sont en général multiples, non parallèles et non homogènes (et non parallèles à l'axe optique de l'observateur), il existe une lumière ambiante parasite, la scène observée présente des arêtes, sa surface n'est ni lambertienne ni homogène, et peut également ne pas être parfaitement opaque, etc...

Nous allons maintenant décrire une méthodologie permettant d'obtenir des images réelles vérifiant quasiment toutes les hypothèses du *shape from shading*.

3. DESCRIPTION DU MONTAGE OPTIQUE UTILISÉ

Pour réaliser des images (numériques) vérifiant les hypothèses du *shape from shading*, nous avons réalisé un montage optique qui est représenté schématiquement sur la figure 1.

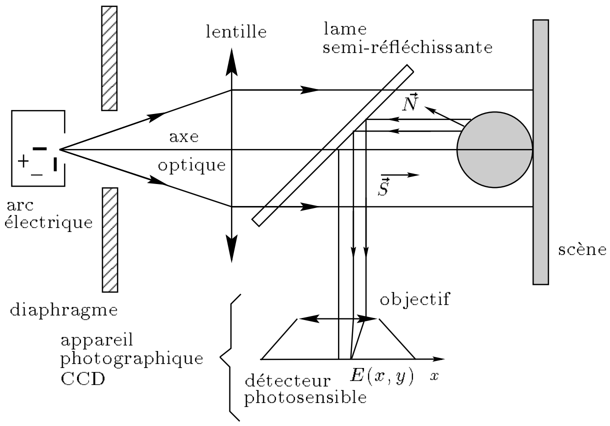


FIG. 1 - *Montage optique utilisé.*

Décrivons les différentes étapes qui ont amené à sa réalisation.

3.1. La source lumineuse

La principale difficulté concernant la source lumineuse est de produire un faisceau lumineux parallèle et uniforme. Si on veut pouvoir utiliser comme scène un objet de taille acceptable, il est nécessaire que le faisceau ait un diamètre de l'ordre de quelques centimètres. Or, les seules sources lumineuses produisant un faisceau parallèle (non uniforme par ailleurs) sont les lasers, mais leur lumière présente le "défaut" d'être trop cohérent, ce qui provoque sur les images un phénomène interférentiel (*speckle*) représenté sur la figure 2.a, et qui se traduit par une granularité parasite.

On utilise donc un arc électrique, et on place le cratère de son électrode positive, qui est la partie la plus émissive, au foyer objet d'une lentille achromatique $\mathcal{L}$, de diamètre $d_1 = 10\,cm$ et de distance focale $f_1 = 1\,m$. Comme ce cratère a un diamètre de l'ordre de $1\,mm$, la divergence du faisceau lumineux n'excède pas $10^{-3}\,rad$. A titre de comparaison, le rayonnement solaire direct a une divergence de l'ordre de $10^{-2}\,rad$. On peut donc considérer le faisceau obtenu de cette manière comme quasi parallèle.

Un défaut résiduel de ce faisceau est qu'il est non uniforme. Nous convenons d'appeler ce défaut D_1. Un autre défaut de ce mode d'éclairage est l'apparition d'un fond lumineux parasite, dû aux éléments du montage et à leur environnement. Nous convenons d'appeler ce défaut D_2.

3.2. L'observateur

La principale difficulté concernant l'observateur est de pouvoir vérifier l'hypothèse d'éclairage de face. Même en éloignant l'observateur de la scène (ce qui présente l'inconvénient de diminuer la taille de l'image), on peut au mieux diminuer l'angle entre Oz et $\vec{S}$, mais jamais l'annuler, c'est-à-dire qu'on voit toujours des ombres (à titre d'exemple, l'image de figure 2.a, qui a été réalisée ainsi, comporte bien une ombre). Pour parvenir à faire coïncider Oz et $\vec{S}$, on utilise une lame semi-réfléchissante de grande taille (diamètre $d_2 = 15\,cm$), inclinée à 45° par rapport à $\vec{S}$ (*cf.* figure 1). Le faisceau lumineux traversant cette lame a une section qui est l'intersection d'un cercle et d'une ellipse, dont la plus petite dimension est de l'ordre de $9\,cm$. La taille du faisceau initial n'est donc que légèrement altérée, alors que son intensité, elle, est diminuée de moitié.

L'appareil photographique (numérique) utilisé est un *CANON Power Shot 600*, de distance focale $f_2 = 7\,mm$ et de nombre d'ouverture égal à 2, 5. Son axe optique est placé à l'orthogonale de $\vec{S}$, de manière à ce que, grâce à la lame semi-réfléchissante, tout se passe comme s'il y avait une parfaite colinéarité entre cet axe optique et $\vec{S}$.

Un premier défaut résiduel de cet "observateur" est le phénomène de réflexions multiples entre les deux faces de la lame semi-réfléchissante. Le dédoublement du faisceau lumineux accentue sa non uniformité, et constitue donc une des causes du défaut D_1. Par ailleurs, l'image de l'objet observé sera, elle aussi, dédoublée, et nous convenons d'appeler ce nouveau défaut D_3. Un autre défaut, que nous appelons D_4, provient de l'éventuelle non linéarité du récepteur.

3.3. La scène

Suivant les cas, on a utilisé comme scène différents objets : un plan, une sphère (boule de billard de diamètre $\approx 5,7\,cm$) et un moulage représentant une tête de cerf (de taille $\approx 4\,cm$).

Aucun de ces objets ne présente d'arête ni de partie cachée à l'intérieur de sa silhouette. Pour chacun d'eux, la variation d'altitude n'excède pas $5\,cm$ donc, en plaçant la scène à environ $d_3 = 1\,m$ de l'appareil photographique, on peut considérer que l'effet de perspective est tout à fait négligeable. La distance d_3 étant grande devant f_2, et l'ouverture de l'objectif étant assez faible ($f_2/2,5$), un stigmatisme quasi parfait peut être obtenu pour tous les points de la scène.

Pour que les surfaces de ces trois objets soient homogènes, on les a recouvertes d'une même peinture blanc mat. Cette peinture ne constitue probablement pas un matériau rigoureusement lambertien, défaut que nous convenons d'appeler D_5.

(a) Exemple d'effet de *speckle*. (b) Image du plan. (c) Image de la sphère sur fond blanc.

FIG. 2 - *Exemple d'effet de speckle et images de référence.*

Enfin, un autre défaut résiduel concernant la scène, que nous convenons d'appeler D_6, est qu'il peut exister des faisceaux lumineux "secondaires" issus de la surface elle-même, dans le cas d'objets non convexes, comme par exemple la tête de cerf. Ce défaut est inexistant pour les objets convexes, tels que le plan ou la sphère.

Les images du plan, de la sphère et de la tête de cerf sont représentées sur les figures 2.b, 3.a et 4.a.

Au paragraphe 4, nous verrons que l'analyse des images du plan et de la sphère permettent de corriger certains des six défauts qui viennent d'être relevés.

4. CORRECTION DES DÉFAUTS

Les images qui ont été réalisées à l'aide du montage décrit précédemment vérifient toutes les hypothèses du *shape from shading*, aux défauts D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 et D_6 près. Parmi ces six défauts, trois ne seront pas corrigés dans le cadre de ce travail :

- Le défaut D_4 ne peut être corrigé que si l'on connaît la courbe de réponse du récepteur, ce qui n'est pas le cas pour l'appareil photographique utilisé. Par conséquent, soit le récepteur est réellement linéaire, auquel cas ce défaut est inexistant, soit le récepteur n'est pas linéaire, et le défaut D_4 induit sur les images des distorsions que nous ne pouvons pas corriger.
- La correction des défauts D_3 et D_6 présente des difficultés qui constitueraient à elles seules un domaine de recherche à part entière. Nous ne corrigerons pas ces défauts, et admettrons qu'ils représentent deux sources de bruit supplémentaires. Rappelons au passage que le défaut D_6 n'affecte que les objets non convexes, comme par exemple la tête de cerf.

4.1. Correction du défaut D_2

Le défaut D_2 se traduit par exemple, sur la figure 3.a, par le fait que le niveau de gris $E_S(x, y)$ n'est pas nul sur la silhouette de la sphère, ce qui devrait être le cas quel que soit le matériau utilisé. Il est dû à la présence d'une lumière ambiante parasite, dont on suppose qu'elle éclaire uniformément la scène. La correction de ce défaut peut donc être faite en recherchant le minimum $E_{S,min}$ de la fonction $E_S(x, y)$ pour les points de la silhouette de l'image de la figure 3.a. Cette valeur correspond à la lumière ambiante parasite. Pour déterminer précisément ces points (la silhouette est peu visible sur la figure 3.a), on utilise l'image de la sphère sur fond blanc, qui est représentée sur la figure 2.c, et sur laquelle la silhouette se détache nettement. On trouve $E_{S,min} = 53$. Il suffit ensuite de retrancher cette valeur à toute image, de niveau de gris $E(x, y)$, ce qui donne une nouvelle image, de niveau de gris $\bar{E}(x, y)$:

$$\bar{E}(x, y) = E(x, y) - E_{S,min} \tag{11}$$

Les images de la sphère et de la tête de cerf après cette correction, de niveaux de gris $\bar{E}_S(x, y)$ et $\bar{E}_C(x, y)$, sont représentées sur les figures 3.b et 4.b.

4.2. Correction du défaut D_1

(a) Image initiale. (b) Après correction de D_2. (c) Après correction de D_2 et de D_1.

FIG. 3 - *Images de la sphère.*

Pour effectuer la correction du défaut D_1, on place l'objet plan à l'orthogonale de $\vec{S}$. Si le faisceau lumineux était uniforme, le niveau de gris de l'image représentée sur la figure 2.c serait uniforme. Or ce n'est pas le cas, puisque le rapport entre le plus petit niveau de gris et le plus grand niveau de gris de cette image vaut $\frac{\bar{E}_{P,min}}{\bar{E}_{P,max}} \approx 0,62$. Supposons que $\bar{E}_{P,max}$ corresponde à un point du plan où la norme de $\vec{S}$ vaut S_{max}. Plus généralement, supposons que $\bar{E}_P(x,y)$ représente le niveau de gris de l'image du plan, après correction du défaut D_2, et que $S(x,y)$ représente la norme de $\vec{S}$ au point (x,y). Pour les points éclairés de la scène, on a alors la relation suivante :

$$\frac{\bar{E}_P(x,y)}{S(x,y)} = \frac{\bar{E}_{P,max}}{S_{max}} \tag{12}$$

en supposant (ce qui est toujours vrai) que le niveau de gris est proportionnel au flux lumineux incident.

Soit une image de niveau de gris (corrigé) $\bar{E}(x,y)$, réalisée avec le même faisceau lumineux $S(x,y)$ que pour le plan. On peut calculer le niveau de gris corrigé $\tilde{E}(x,y)$ de l'image qui serait obtenue si le flux lumineux était uniforme et égal à S_{max}, grâce à la relation suivante :

$$\tilde{E}(x,y) = \frac{S_{max}}{S(x,y)} \bar{E}(x,y) \tag{13}$$

soit, en utilisant (12) :

$$\tilde{E}(x,y) = \frac{\bar{E}_{P,max}}{\bar{E}_P(x,y)} \bar{E}(x,y) \tag{14}$$

(a) Image initiale. (b) Après correction de D_2. (c) Après correction de D_2 et de D_1.

FIG. 4 - *Images du cerf.*

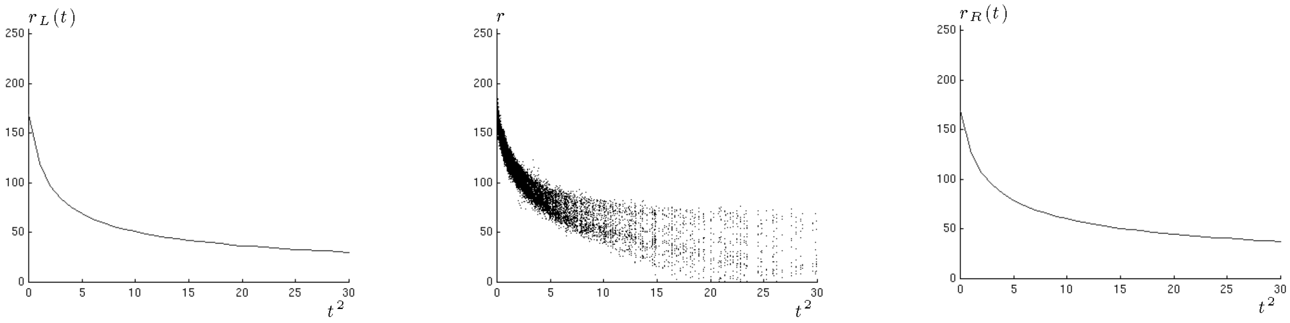
L'image de la figure 4.b représente la tête de cerf (après correction du défaut D_2) avec un faisceau non uniforme, de niveau de gris $\bar{E}_C(x,y)$. Sur cette image, on peut remarquer la trace d'un dédoublement du faisceau lumineux, à droite de la tête de cerf. Après application de la correction (14), on obtient l'image de niveau de gris $\tilde{E}_C(x,y)$, représentée sur la figure 4.c, sur laquelle la trace a disparu. De la même façon, les figures 3.b et 3.c représentent les images de la sphère avant et après correction du défaut D_1.

4.3. Correction du défaut D_5

Si la peinture utilisée était lambertienne, alors, d'après (5) et (9), sa fonction de réflectance serait de la forme suivante :

$$r_L(t) = \frac{E_{max}}{\sqrt{1+t^2}} \tag{15}$$

Cette fonction est représentée sur la figure 5.a, avec $E_{max} = 169$ (on a porté en abscisse t^2 plutôt que t, pour avoir un meilleur étalement des courbes). Soit $r_R(t)$ la fonction de réflectance de la peinture utilisée. En utilisant l'image (deux fois corrigée) de la sphère, de niveau de gris $\tilde{E}_S(x,y)$, on peut connaître, pour chaque point (x,y) situé à l'intérieur de la silhouette, la pente t (à partir de l'équation de la sphère) et la valeur $r_R(t)$, qui est égale, d'après (5) et (10), à $\tilde{E}_S(x,y)$. Il suffit alors de reporter, dans un repère (t^2, r), tous les couples de valeurs ainsi calculés, appelés "échantillons". Sur la figure 5.b, on a reporté les 22830 échantillons obtenus. On constate une certaine analogie entre la fonction $r_L(t)$ et l'allure générale de ce nuage de points, ce qui tend à montrer que la peinture utilisée est relativement proche d'un matériau lambertien.



(a) Fonction de réflectance théorique. (b) Echantillons relevés sur la sphère. (c) Fonction de réflectance réelle.

FIG. 5 - *Fonctions de réflectance théorique (lambertienne) et réelle.*

Il est donc légitime de rechercher une approximation de la fonction $r_R(t)$ sous la forme suivante, qui s'inspire de la loi lambertienne :

$$r_R(t) = \frac{a}{\sqrt{1 + bt^c}} \tag{16}$$

Grâce à une estimation aux moindres carrés, on trouve les valeurs numériques suivantes :

$$a = 169,2 \quad b = 0,797 \quad c = 1,873 \tag{17}$$

La figure 5.c représente l'approximation (16) de la fonction $r_R(t)$, avec les valeurs des paramètres a, b et c donnés en (17). On remarque que $b \approx 1$ et $c \approx 2$, ce qui confirme que la peinture utilisée est presque lambertienne. Avant de mettre en œuvre la correction du défaut D_5, observons la figure 6.a, qui représente la densité des échantillons en fonction de t^2, pour $t^2 \in [0, 30]$. Cette densité n'est pas uniforme. Par conséquent, l'estimation des paramètres a, b et c tient plus compte des faibles pentes que des fortes pentes. Pour améliorer notre méthodologie, il faudrait donc soit abandonner certains échantillons correspondant aux faibles pentes, soit choisir un objet de référence autre que la sphère.

Si $\tilde{E}(x,y)$ représente le niveau de gris (après correction des défauts D_2 et D_1) de l'image d'une scène recouverte de la même peinture que celle qui a été utilisée pour la sphère, alors, d'après (1) et (5), en chaque point (x,y) de l'image :

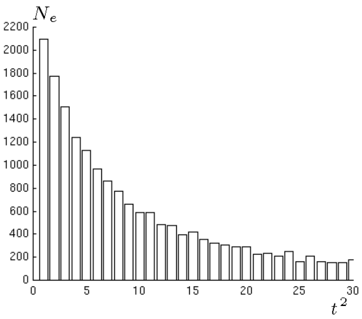
$$\tilde{E}(x,y) = r_R(t) \tag{18}$$

Or, la fonction $r_R(t)$ étant décroissante, est inversible, ce qui permet de réécrire (18) :

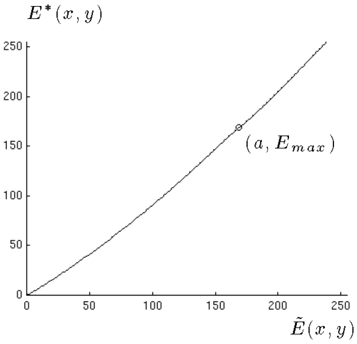
$$t = r_R^{-1}(\tilde{E}(x,y)) \tag{19}$$

Ainsi, pour corriger le défaut D_5 sur une image de niveau de gris $\tilde{E}(x,y)$, il suffit de calculer le niveau de gris $E^*(x,y)$ défini par $E^*(x,y) = r_L(t)$, soit, d'après (19) :

$$E^*(x,y) = r_L \circ r_R^{-1}(\tilde{E}(x,y)) \tag{20}$$



(a) Densité des échantillons en fonction de t^2.

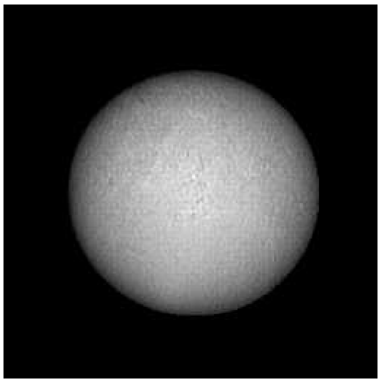


(b) Courbe de correction de l'écart à la loi lambertienne.

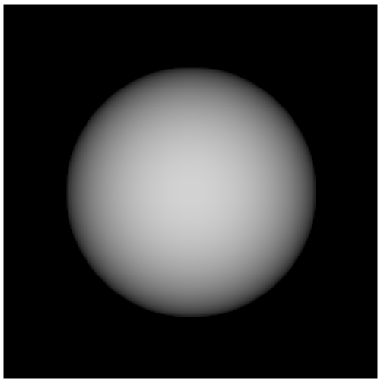
FIG. 6 - *Densité des échantillons et écart à la loi lambertienne.*

La relation (20) n'est applicable que pour $\tilde{E}(x,y) \in [0,a]$. En effet, on voit sur la figure 5.c qu'aucune pente ne correspond à un niveau de gris strictement supérieur à $a \approx 169$. Il est donc nécessaire d'effectuer un prolongement de cette relation, au-delà de la valeur limite a. Sur la figure 6.b, nous avons représenté graphiquement la relation (20), ainsi que son prolongement quadratique, au-delà du point représenté pas un petit cercle, et ce jusqu'à la valeur 255. Sur cette figure, il apparaît que la relation (20) est quasi linéaire, ce qui signifie que la peinture utilisée est quasi lambertienne (en tout cas, elle l'est bien plus que nous ne l'imaginions *a priori*!). En choisissant $E_{max} = a$, la correction du défaut D_5, appliquée aux images des figures 3.c et 4.c, ne provoque aucune variation du niveau de gris strictement supérieure à 1, ce qui veut dire que cette correction est imperceptible.

5. CONCLUSION



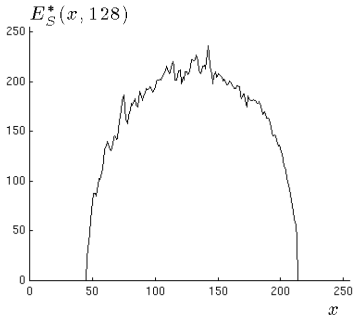
(a) Image réelle (après correction des défauts).



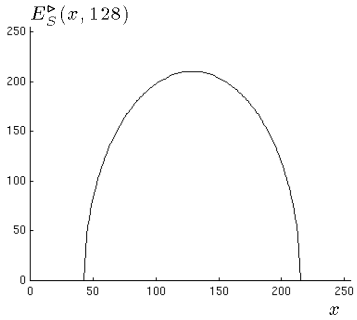
(b) Image de synthèse.

FIG. 7 - *Image réelle et image de synthèse de la sphère.*

Pour mettre en évidence la validité de la méthodologie que nous avons proposée dans cet article, il est intéressant de comparer les images obtenues avec les images de synthèse des mêmes objets, calculées sous les hypothèses du *shape from shading*. C'est ce que nous avons fait pour la sphère (nous ne disposions malheureusement pas de la fonction d'altitude de la tête de cerf). La figure 7.a représente, côte à côte, l'image réelle de la sphère, après correction des défauts D_2, D_1 et D_5 et augmentation de son contraste, et l'image de synthèse d'une sphère de même diamètre, de niveau de gris $E_S^{\triangleright}(x,y)$. Une manière de mieux apprécier la très forte similarité entre ces deux images consiste à comparer leurs niveaux de gris le long du diamètre horizontal. Sur la figure 8, on a tracé les fonctions $E_S^*(x,128)$ et $E_S^{\triangleright}(x,128)$. Le bruit visible sur la figure 8.a est essentiellement constitué de "pics" qui sont dus, selon toute vraisemblance, au défaut D_3 (une solution pour corriger ce défaut serait d'utiliser une lame semi-réfléchissante de très faible épaisseur.



(a) Image réelle.



(b) Image de synthèse.

FIG. 8 - *Comparaison des niveaux de gris, le long du diamètre horizontal.*

On dispose à présent d'une méthodologie permettant d'obtenir des images réelles vérifiant quasi parfaitement les hypothèses du *shape from shading*. Les différentes méthodes de résolution qui ont été proposées dans la littérature pourront désormais être testées sur images réelles, sans que l'on puisse imputer à la mauvaise qualité des images d'éventuelles imperfections dans la qualité des reliefs reconstruits.

6. REFERENCES

[1] Berthold K. P. Horn. Obtaining shape from shading information. *The Psychology of Computer Vision*, 1975.

[2] B.K.P. Horn. Height and gradient from shading. *International Journal of Computer Vision*, 5(1):37–75, aug 1990.

[3] K. Ikeuchi and B. Horn. Numerical shape from shading and occluding boundaries. *Artificial Intelligence*, 17:141–194, 1981.

[4] M. Sagona M. Falcone. An algorithm for the global solution of the shape-from-shading model. In *ICIAP'97 (IEEE International Conference on Image Analysis and Processing, Florence, Sept , 1997)*, pages 596–603, 1997.

[5] E. Rouy P. L. Lions and A. Tourin. Shape-from-shading, viscosity solutions and edges. *Numerische Mathematik*, 64:323–353, 1993.

[6] A. Pentland. Shape information from shading: A theory about human perception. *Spatial Vision*, 4:165–182, 1989.

[7] R. Szeliski. Fast shape from shading. In O. Faugeras, editor, *Proceedings of the 1st European Conference on Computer Vision (Antibes, France, April 23-27, 1990)*, volume 427 of *LNCS*, pages 359–368, Berlin, apr 1990. Springer.

[8] P.S. Tsai and M. Shah. Shape from shading using linear approximation. *Image and Vision Computing*, 12(8):487–498, 1994.

[9] Q. Zheng and R. Chellapa. Estimation of illuminant direction, albedo, and shape from shading. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7):680–702, jul 1991.