

25 octobre 2011

Université Paul Sabatier

A Les surfaces paramétriques

A.1 Donnez une définition d'une surface paramétrique et du produit tensoriel.

A.2 Quel est l'intérêt de l'utilisation de polygones de contrôles pour une surface paramétrique ?

A.3 Comment obtenir un point sur la surface paramétrique à partir de son polygone de contrôle. Vous montrerez un exemple à l'aide d'un schéma sur un carreaux de Bézier.

A.4 Soit le patch de Bézier défini par les points de contrôles suivants :

$$B_{00} = (0, 0, 0) \quad B_{01} = (0, 1, 0) \quad B_{02} = (0, 2, 0)$$

$$B_{10} = (1, 0, 1) \quad B_{11} = (1, 1, 2) \quad B_{12} = (1, 2, 1)$$

$$B_{20} = (2, 0, 1) \quad B_{21} = (2, 1, 2) \quad B_{22} = (2, 2, 1)$$

$$B_{30} = (3, 0, 0) \quad B_{31} = (3, 1, 0) \quad B_{32} = (3, 2, 0)$$

Calculez le point de la surface ayant pour paramètres (0.5, 0.8), en prenant soin de détailler les calculs (en suivant l'algorithme de de Casteljaou).

A.5 Quelle contrainte doit ton avoir entre la jonction de deux carreaux de Bézier pour avoir une continuité C^0, C^1 . Faites la démonstration. Pour rappel un carreau est défini par

$$p(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) S_{ij}$$

ou $B_i^m(x) = C_i^m x^i (1-x)^{m-i}$

A.6 Un carreau de Bézier peut aussi s'écrire sous la forme

$$p(u, v) = \sum_{i=0, j=0}^{n, m} B_{ij}^{n, m}(u, v) S_{ij}$$

Exprimez $B_{ij}^{n, m}(u, v)$ en fonction de $B_i^n(u)$ et $B_j^m(v)$. Donnez l'équation associée au point S_{13} d'un carreau de degré 4 en u et v.

B Les surfaces de subdivisions

B.1 Expliquez ce qu'est un masque de subdivision.

B.2 Qu'entend-on par sommet irrégulier ?

B.3 Soit le masque suivant, correspondant au schéma de subdivision de Catmull-Clark

$$\frac{1}{64} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 1 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Donnez les règles issues de ce masque (avec des dessins) permettant le calcul des nouveaux points lors de la subdivision.

B.4 Les anciens sommets, de valence n , sont remplacés selon l'équation suivante :

$$\frac{1}{n}(Q + 2R + S(n - 3))$$

où Q est l'équibarycentre des nouveaux points de face des faces passant par l'ancien sommet. R est l'équibarycentre des milieux des arêtes passant par l'ancien sommet. S est l'ancien sommet. Montrez que cette définition est équivalente au cas régulier.

C Les surfaces implicites

C.1 Expliquez le principe des surfaces implicites

C.2 Donnez les avantages/inconvénients de la représentation implicite par rapport à une représentation explicite (surface paramétrique par exemple).

C.3 Qu'est ce qu'une fonction potentiel à support compact ?

C.4 Quel est l'intérêt d'une telle fonction pour les surfaces implicites ?