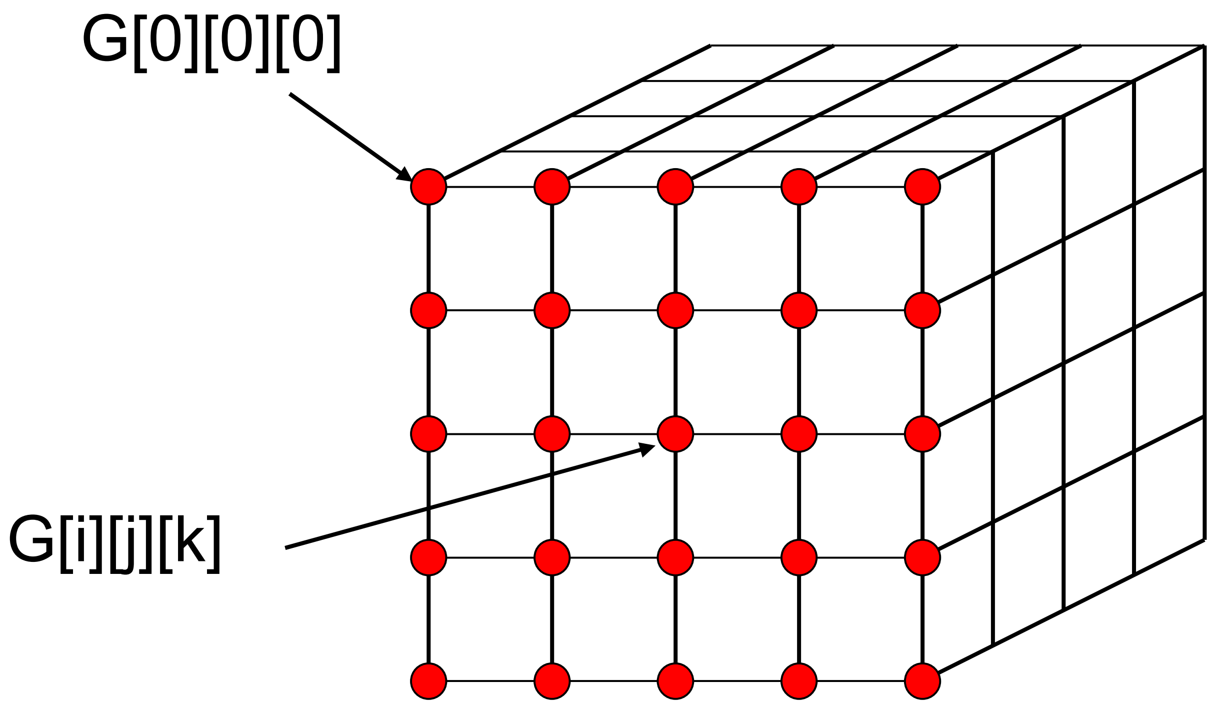
Les grilles 3D

Grille3D?

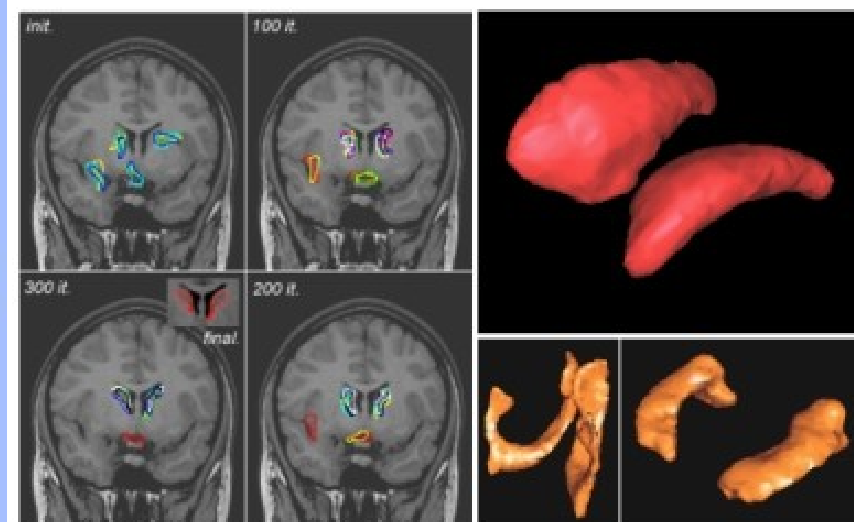
- Un tableau à 3 dimensions contenant un réel ou un entier dans chaque sommet.



- C'est une représentation discrète d'une fonction potentiel. Une iso-surface dans la grille est une surface implicite.

Sources principales

- Scanners en imagerie médicale :



- Représentation discrète d'une fonction potentiel : On évalue et stocke la valeur de la fonction potentiel en chaque sommet de la grille.

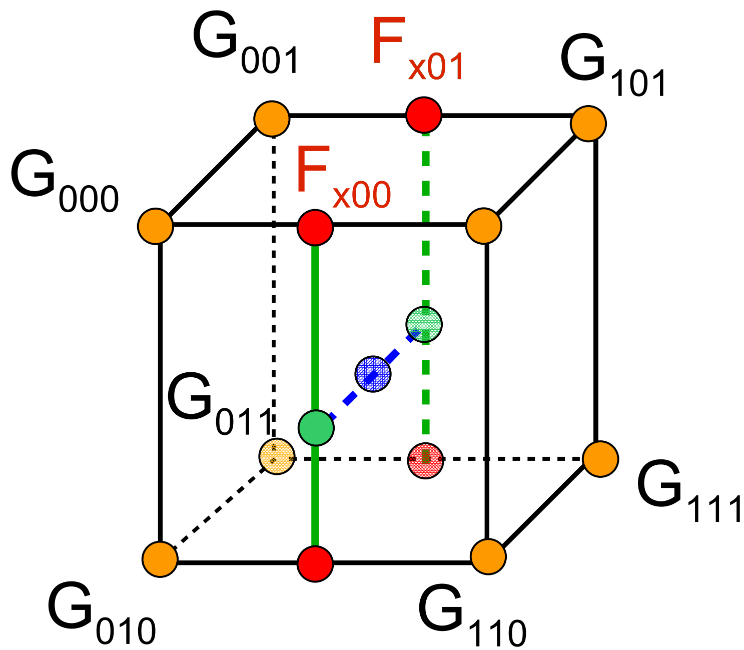
Reconstruction

- Suivant les applications, il peut être nécessaire d'avoir une représentation continue F de la fonction potentiel discrète définie par la grille G. On fait alors appel à des techniques de reconstruction qui permettent d'évaluer la fonction potentiel en tout point qui est à l'intérieur des bornes de la grille.
  - $G : N^3 \rightarrow R \quad F : R^3 \rightarrow R$
- Il peut s'agir **d'interpolation** dans le cas où la fonction reconstruite F a les valeurs de la grille G en ses sommets :
  - $F(i,j,k) = G(i,j,k)$ avec i,j et k entiers dans [0, taille(G)-1]
- Il peut s'agir **d'approximation** dans le cas où la fonction reconstruite F a une valeur proche de celles de la grille G en ces sommets :
  - $F(i,j,k) \approx G(i,j,k)$ avec i,j et k entiers dans [0, taille(G)-1]

Reconstruction tri-linéaire

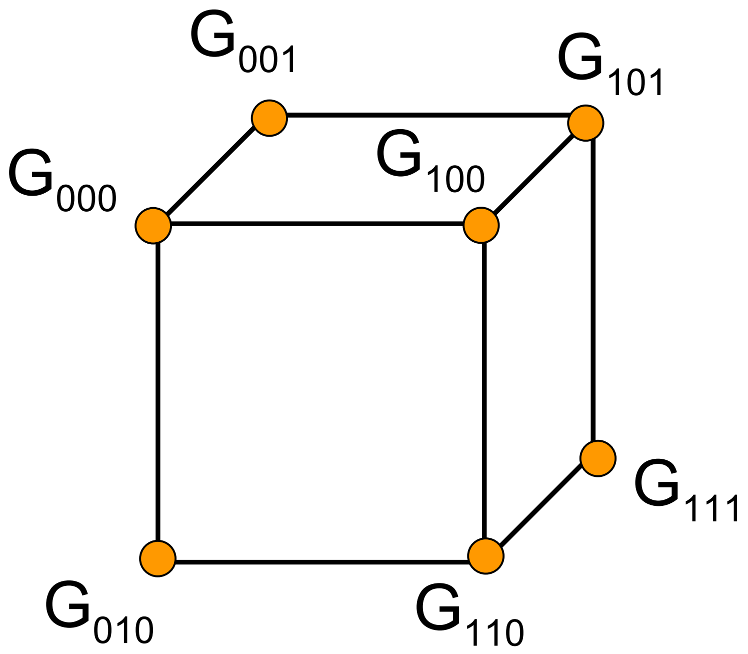
- Il s'agit d'une technique d'interpolation. La surface reconstruite est de continuité C^∞ à l'intérieur des cellules et de continuité C^0 à leurs jonctions :

$(x,y,z) \in [0,1]^3$



Reconstruction tri-linéaire

- Ce qui nous donne l'équation suivante :



$$(x,y,z) \in [0,1]^3$$

$$\begin{aligned} F(x,y,z) = {} & G_{000}\,(1-x)(1-y)(1-z) + \\ & G_{100}\,x\,(1-y)(1-z) + \\ & G_{010}\,(1-x)\,y\,(1-z) + \\ & G_{110}\,x\,y\,(1-z) + \\ & G_{001}\,(1-x)(1-y)\,z + \\ & G_{101}\,x\,(1-y)\,z + \\ & G_{011}\,(1-x)\,y\,z + \\ & G_{111}\,x\,y\,z \end{aligned}$$

Octree min / max

- Il s’agit d’un octree défini à partir de la grille. Chaque nœud de l’octree contient la valeur minimale et la valeur maximale que peut prendre la fonction potentiel dans la zone de la grille qui lui correspond.

- C’est un octree régulier et les valeurs min/max sont remontées dans les nœuds à partir des feuilles jusqu’à la racine.

- Cet octree peut être considéré comme une fonction d’inclusion (arithmétique d’intervalles) de la fonction potentiel discrète G.

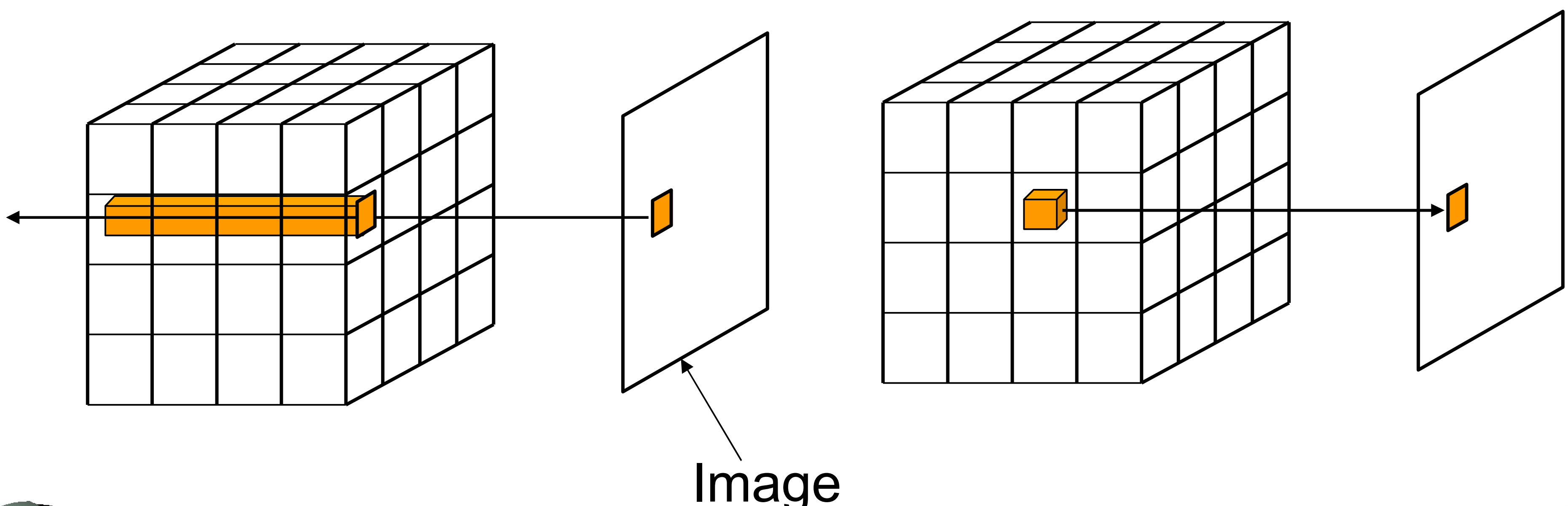
Visualisation d'iso-surface

- Une iso-surface est une surface implicite définie par l'ensemble des points P dans les bornes de G tels que $F(P)=C_0$

- Dans ce cours, on distingue deux approches principales:
  - Lancé de rayons
    - Accumulation de potentiel
    - Calcul d'intersection avec la surface
  - Polygonisation
    - Extraction de polygones

Lancé de rayons par accumulation

- Deux approches:
  - Backward mapping : Pour chaque pixel de l'image, on calcule sa couleur en lançant un rayon de se pixel dans la grille : **Ray Casting**
  - Forward mapping : On projette les cellules de la grille sur l'image. La contribution (pour la couleur) de chaque cellule est composée dans l'image : **Volume Splatting**



Ray Casting

- On fait appel à deux fonctions:

$$C : R^3 \rightarrow RGB \quad \text{et} \quad F' : R^3 \rightarrow R^+$$

- C est la couleur et F' est l'opacité. F' peut être la fonction F si elle est positive ou alors, elle est directement calculée à partir de F. C associe une couleur à chaque point de l'espace. Cette couleur dépend da la valeur de l'opacité (potentiel).
- Soit L(s) le rayon et L(0) la position de l'observateur. La couleur C(L(s)) d'un point le long du rayon prend en compte tous les points du rayon situés devant. On utilise donc un facteur d'atténuation dépendant de la valeur de l'opacité (potentiel) :

$$C\left(L\left(s\right)\right).\, e^{-\int_0^s F'\left(L\left(x\right)\right)dx}$$

- Plus ce qui est avant le point est dense, plus la couleur est atténuée, moins c'est dense, moins la couleur est atténuée. Au point d'entrée dans la grille, l'exponentielle vaut 1!

Calcul de la couleur

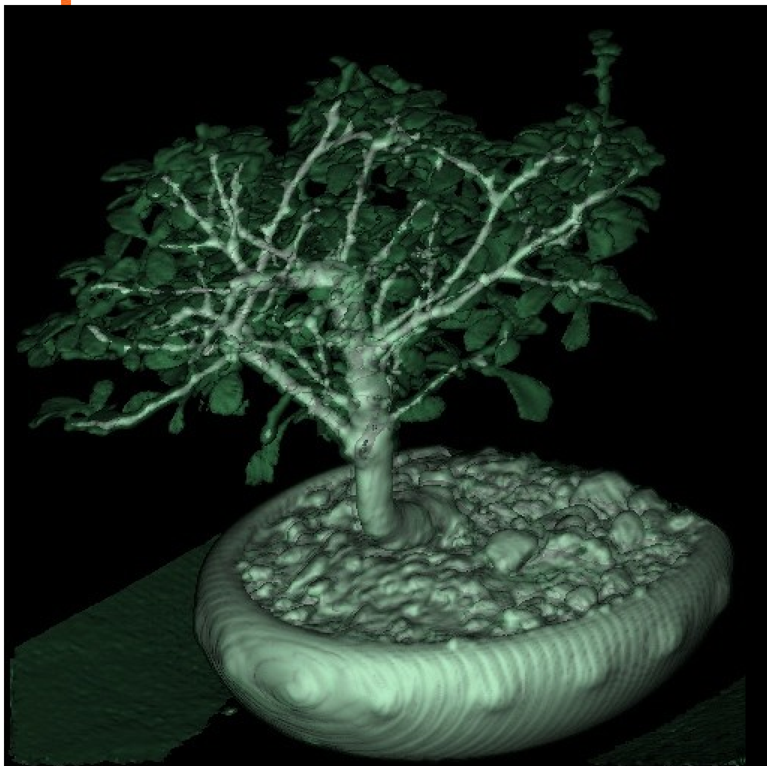
- La couleur d'un pixel de l'image est calculée en intégrant les contributions le long du rayon :

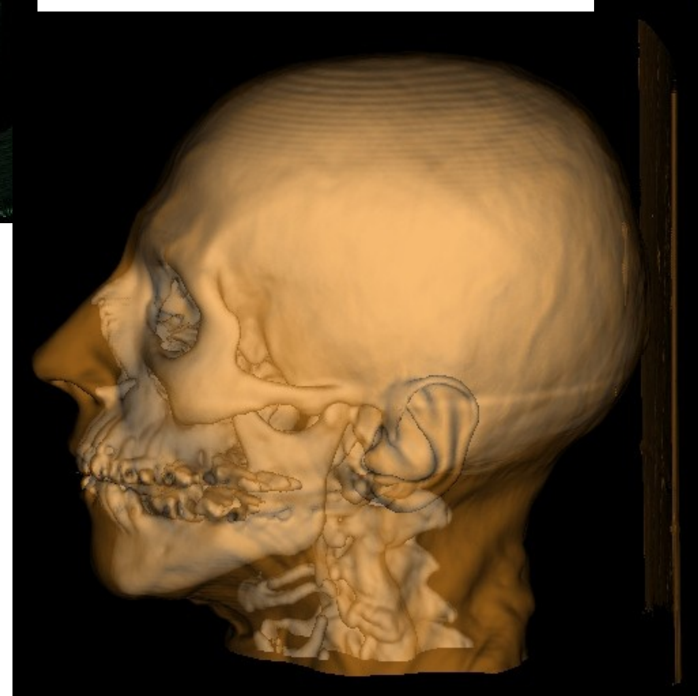
$$C = \int_0^{\infty} C\left(L\left(s\right)\right).\, e^{-\int_0^{s} F'\left(L\left(x\right)\right) dx} ds$$

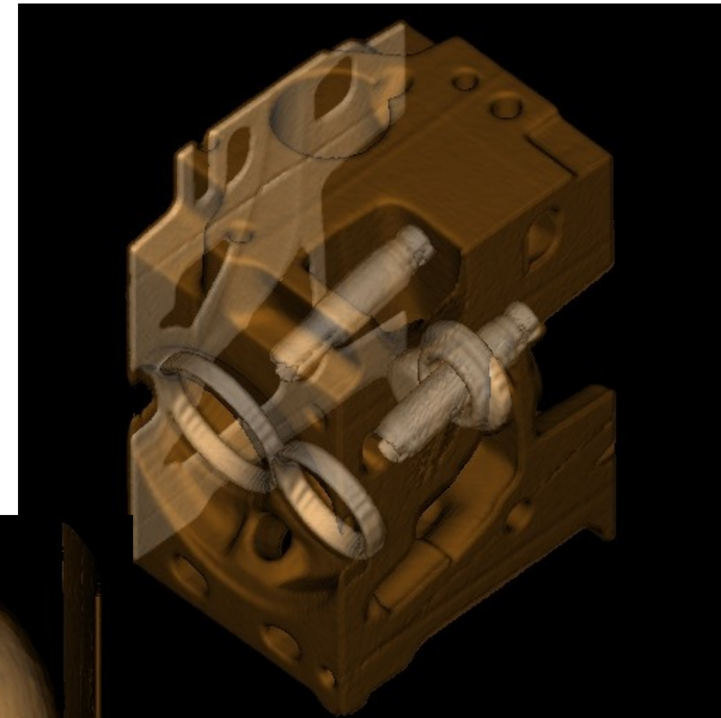
- Cette équation est appelée: **L'intégrale de rendu volumique**

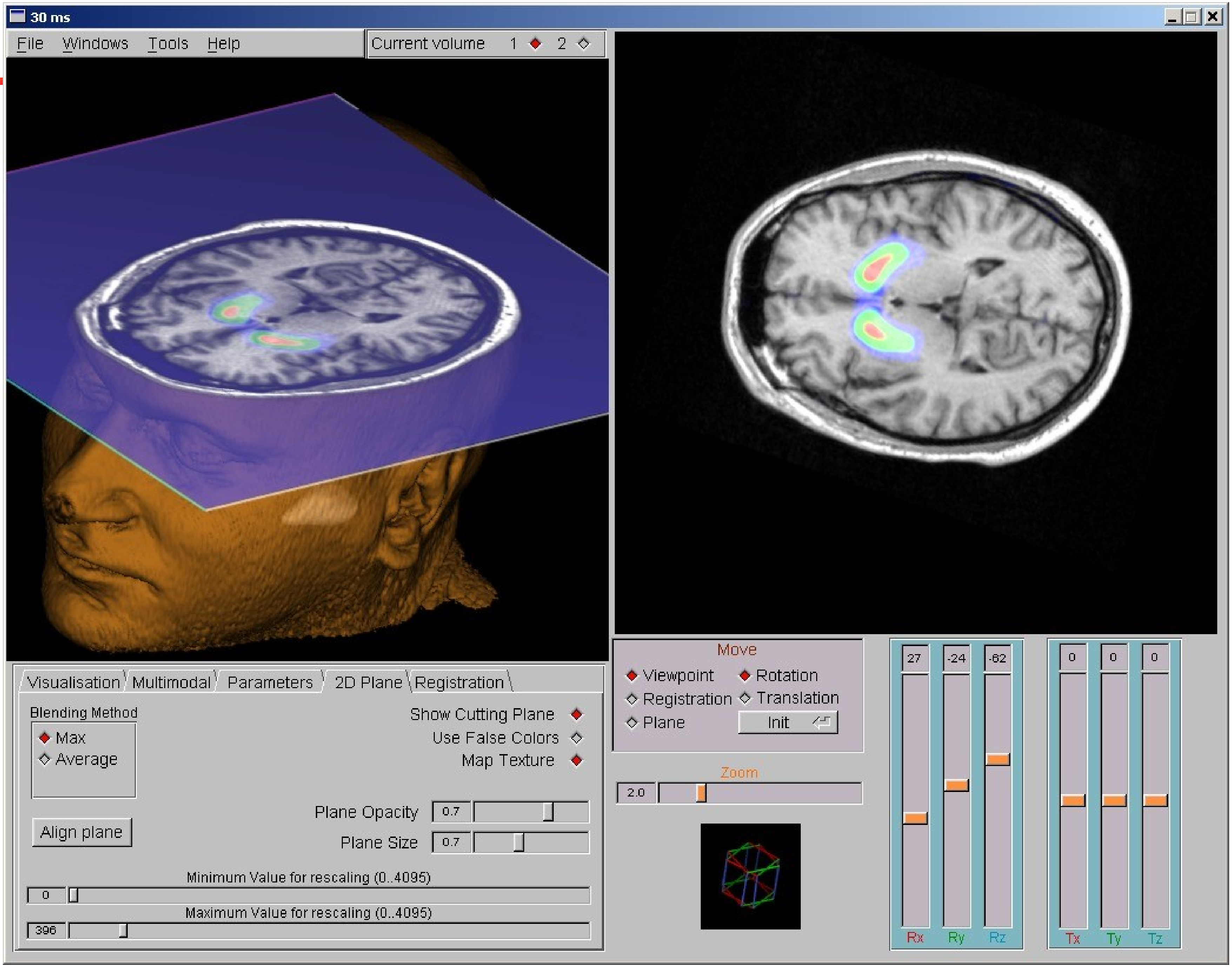
- Pour être implémentée, cette intégrale est représentée de façon discrète par des sommes et un pas d'échantillonnage le long du rayon.

Quelques exemples (accumulation)









VORTEX

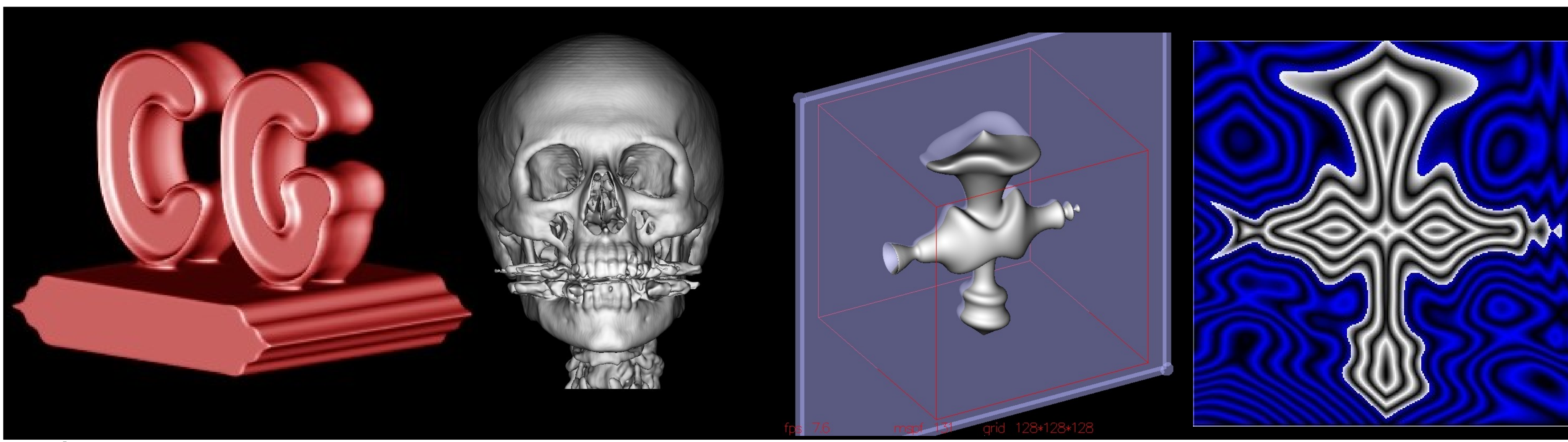
Grilles 3D

Intersection avec la surface

- Il est à noter que la méthode précédente peut être utilisée en filtrant la densité: La densité sera maximale autour des valeurs de l'iso-surface, et nulle très vite lorsqu'on s'en éloigne.

- Sinon, il faut utiliser une technique de calcul d'intersection.

  Une solution consiste à lancer les rayons dans l'octree min/max et à ne retenir que les cellules ayant l'iso-valeur entre leurs bornes. On recherche alors l'intersection en évaluant la fonction F' pas à pas le long du rayon, dans la cellule. La fonction est reconstruite grâce à une technique de reconstruction (tri-linéaire par exemple).



Polygonisation

- Dans un premier temps on sélectionne les cellules de la grille qui intersecte la surface en utilisant l'octree min/max.
- Puis on découpe les facettes dans ces cellules à l'aide de l'algorithme du Marching Cube.