

# Trajectographie multi-objets par filtrage particulière

Carine Hue

IRISA/Université de Rennes1 IRISA/CNRS

Campus universitaire de Beaulieu

35042 Rennes Cedex, France

e-mail : {chue,lecadre}@irisa.fr

Jean-Pierre Le Cadre

Patrick Pérez

Microsoft Research

St George House, 1 Guildhall Street

Cambridge, CB2 3NH, UK

pperez@microsoft.com

## Mots-clés

Trajectographie multi-objets, filtrage particulière, estimation bayésienne, échantillonneur de Gibbs.

## Résumé

Nous traitons dans cet article le problème de suivi de plusieurs objets en mouvement souvent rencontré en imagerie. Nous modélisons les objets par des systèmes dynamiques stochastiques détectés par des processus d'observation. La principale difficulté repose sur le fait que l'estimation des états nécessite de connaître les associations des observations aux objets. Nous proposons ici une extension du filtre particulière classique dans lequel le vecteur de probabilité des associations est estimé par un échantillonneur de Gibbs. Testé dans un premier temps en traitement du signal, l'algorithme est utilisé pour estimer les trajectoires de piétons en traitement d'images et prouve sa capacité à résoudre les problèmes d'association et d'occultation.

## 1 Introduction

Le suivi d'objets multiples consiste à estimer la trajectoire au cours du temps d'un nombre (inconnu) d'objets. Ce type de problème est souvent rencontré tant en traitement du signal qu'en analyse d'images. Pour le résoudre l'on dispose d'observations, issues des objets si leur détection s'est bien déroulée ou d'un modèle de bruit perturbant l'estimation. Les propriétés statistiques du modèle de bruit sont en général très différentes de celles des modèles des objets ce qui permet de distinguer relativement aisément ces deux types d'observations. En revanche l'association d'une observation donnée à l'objet dont elle est issue constitue une réelle difficulté. En définitive, le suivi d'objets multiples revient à résoudre conjointement deux problèmes : l'association des données et l'estimation.

Tant que l'association des données est considérée de manière déterministe on se heurte à un problème NP-complet dû à la nécessité d'énumérer de façon exhaustive les hypothèses d'associations (algorithme JPDAF [3] et MHT notamment). Mais dès lors que les variables d'association sont considérées comme des variables stochastiques comme dans l'algorithme PMHT ([12] ou [4]) la complexité du problème est réduite. De tels algorithmes ont été confrontés à des problèmes issus du traitement du signal ou des images mais ils sont mis en défaut lorsque le modèle des objets ou des observations s'avère non linéaire ou que les modèles de bruits sont non gaussiens, ce qui semble justifié dans de nombreuses situations.

L'algorithme de filtrage particulaire, initialement conçu pour des problèmes de traitement du signal [5], puis étendu sous le nom de *Condensation algorithm* en vision par ordinateur [7] permet justement de faire face à ces contraintes de non linéarité ou de "non gaussianité". L'idée générale consiste à représenter la loi de probabilité des états conditionnellement aux observations par une somme finie pondérée de lois de Dirac et de faire évoluer leurs supports en fonction du modèle dynamique des objets et leurs poids en fonction des observations. Un principe d'exclusion a été développé dans [9] pour suivre plusieurs objets mais l'algorithme reste très dépendant du modèle d'observation et s'applique uniquement au suivi de deux objets.

Nous proposons dans cet article un algorithme très général fondé sur le principe du filtrage particulaire et mettant en œuvre une modélisation stochastique des variables d'association. Les principes du filtrage particulaire sont rappelés brièvement dans la seconde partie. La troisième partie est dédiée à l'algorithme proposé dans le cadre de plusieurs objets. Enfin des résultats sont présentés et analysés dans la dernière section sur une séquence de piétons en mouvement.

## 2 Rappels sur le filtrage particulaire

Rappelons brièvement l'algorithme du filtre particulaire dans le cas d'un objet unique. Ce dernier, représenté par le vecteur  $(X_t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ , suit la loi d'évolution (1) et est observé, à des instants discrets, selon l'équation d'observation (2) :

$$X_t = F_t(X_{t-1}, V_t), \quad (1)$$

$$Y_t = H_t(X_t, W_t). \quad (2)$$

Les deux processus  $(V_t) \in \mathbb{R}^{n_v}$  et  $(W_t) \in \mathbb{R}^{n_w}$  sont simplement supposés être deux bruits blancs indépendants. De plus, aucune hypothèse n'est faite sur les deux fonctions  $F_t$  et  $H_t$  données.  $Y_{0:t}$  désignera la suite des variables aléatoires  $(Y_0, \dots, Y_t)$  et  $y_{0:t}$  une réalisation de cette suite. L'objectif du filtrage consiste à estimer la loi de probabilité de l'état  $X_t$  conditionnellement aux observations accumulées jusqu'à l'instant  $t$ , *i.e.*,  $L_t = p(X_t | Y_0 = y_0, \dots, Y_t = y_t)$  puis d'estimer également toute fonction de l'état  $g(X_t)$  par l'espérance conditionnelle  $\mathbb{E}(g(X_t) | Y_{0:t})$ . Le filtrage se décompose en deux étapes.

La loi  $L_{t-1}$  étant connue, l'étape de prédiction est donnée par l'équation suivante :

$$p(X_t = x_t | Y_{0:t-1} = y_{0:t-1}) = \int_{\mathbb{R}^{n_x}} p(X_t = x_t | X_{t-1} = x) L_{t-1}(x) dx. \quad (3)$$

La donnée d'une observation  $y_t$  nous permet par la règle de Bayes de corriger cette prédiction :

$$L_t(x_t) = \frac{p(Y_t = y_t | X_t = x_t) p(X_t = x_t | Y_{0:t-1} = y_{0:t-1})}{\int_{\mathbb{R}^{n_x}} p(Y_t = y_t | X_t = x) p(X_t = x | Y_{0:t-1} = y_{0:t-1}) dx}. \quad (4)$$

Dans le cas simple de fonctions  $F$  et  $G$  linéaires et de bruits gaussiens, ces deux étapes sont celles du filtre de Kalman. Cependant, dans beaucoup de cas, cette modélisation n'est pas satisfaisante et la modélisation adéquate rend impossible les calculs des intégrales intervenant dans les équations (3) et (4).

Le filtre particulaire, appelé également "algorithme de condensation" ou encore algorithme SIR, propose d'approcher les lois  $(L_t)_t$  par une somme finie pondérée de lois de Dirac centrées en des éléments de  $\mathbb{R}^{n_x}$  appelés particules. La mise en œuvre de cet algorithme requiert que l'on soit en mesure :

- d'échantillonner selon la loi initiale a priori  $p(X_0)$  ;
- d'échantillonner selon  $p(V_t)$  pour tout  $t$  ;
- d'évaluer  $p(Y_t = y_t | X_t = x_t)$  pour tout  $t$  par l'intermédiaire d'une fonction connue  $l_t$  telle que  $l_t(y; x) \propto p(Y_t = y | x)$  où le facteur de normalisation est indépendant de  $x$ .

- Initialisation :  $\begin{cases} s_0^n \sim p(X_0) \\ q_0^n = 1/N \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$
- Pour  $t = 1, \dots, T$  :
  - Prédiction :  $\begin{cases} v_t^n \sim p(V_t) \\ s_{t|t-1}^n = F_t(s_{t-1}^n, v_t^n) \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$
  - Pondération :  $q_t^n = \frac{l_t(y_t; s_{t|t-1}^n) q_{t-1}^n}{\sum_{n=1}^N l_t(y_t; s_{t|t-1}^n) q_{t-1}^n}.$
  - Retourner  $\hat{\mathbb{E}}g(X_t) = \sum_{n=1}^N q_t^n g(s_{t|t-1}^n).$
  - Calculer  $\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N (q_t^n)^2}.$
  - Rééchantillonnage : si  $\hat{N}_{eff} < N_{seuil}$  :  $\begin{cases} s_t^n \sim \sum_{k=1}^N q_t^k \delta_{s_{t|t-1}^k} \\ q_t^n = 1/N \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$

FIG. 1 – Algorithme de filtrage particulaire avec rééchantillonnage adaptatif .

L'algorithme consiste alors à faire évoluer au cours du temps le nuage de particules  $S_t = (s_t^n, q_t^n)_{n=1, \dots, N}$ , où  $s_t$  est la position de la particule et  $q_t$  son poids, et de l'utiliser pour estimer la loi  $L_t$  par la loi  $L_{S_t} = \sum_{n=1}^N q_t^n \delta_{s_t^n}$ . Les deux étapes de prédiction et de correction sont discrétisées comme présenté en figure 1. Afin d'éviter la dégénérescence du nuage, *i.e.* un nuage composé d'une majorité de particules de poids faible et d'une minorité de particules de poids fort (portant réellement l'information), un rééchantillonnage du nuage est effectué de manière adaptative lorsque le nombre de particules effectives, estimé par  $\hat{N}_{eff}$ , est inférieur à un seuil fixé. On peut montrer la convergence faible de  $L_{S_t}$  vers  $L_t$  quand  $N \rightarrow \infty$  avec une erreur en  $1/\sqrt{N}$  indépendante de la dimension  $n_x$ . L'utilisation de telles particules permet, outre la discrétisation des équations de filtrage, de mener de front plusieurs hypothèses sur la localisation de l'objet avec des particules de positions différentes et de ne conserver sur le long terme que celles dont la position est vraisemblable au vu des observations.

Le lecteur trouvera plus de détails sur l'algorithme et ses variantes dans [5], [7] ou [10]. En ce qui concerne la notion de rééchantillonnage adaptatif, elle a été introduite dans le cadre plus général du rééchantillonnage avec fonctions d'importance dans [8] et l'estimateur  $\hat{N}_{eff}$  est présenté notamment dans [2]. Après ces rappels, nous allons nous intéresser à l'extension de cet algorithme au suivi de plusieurs objets.

### 3 Le filtre particulière multi-objets

Soit  $M$  le nombre d'objets à suivre (supposé ici constant et connu). Nous cherchons à estimer le vecteur d'état résultant de la concaténation des vecteurs d'état des  $M$  objets. Le vecteur  $X_t = (X_t^1, \dots, X_t^M)$  suit l'équation (1) décomposée en  $M$  équations :

$$X_t^i = F_t^i(X_{t-1}^i, V_t^i) \quad \forall i = 1, \dots, M. \quad (5)$$

Les bruits  $(V_t^i)$  et  $(V_t^{i'})$  sont simplement supposés être des bruits blancs spatialement et temporellement, indépendants pour  $i \neq i'$ .

Le vecteur d'observation à l'instant  $t$  est désigné par  $y_t = (y_t^1, \dots, y_t^{m_t})$ . Soit  $K_t \in \{1, \dots, M\}^{m_t}$  le vecteur stochastique d'association introduit dans [12] tel que  $K_t^j = i$  si  $y_t^j$  est issue du  $i^{\text{ème}}$  objet. L'observation  $y_t^j$  est alors une réalisation du processus :

$$Y_t^j = H_t^i(X_t^i, W_t^j) \text{ si } K_t^j = i. \quad (6)$$

Les bruits  $(W_t^j)$  et  $(W_t^{j'})$  sont supposés suivre les mêmes hypothèses que les bruits  $(V_t^j)$  et  $(V_t^{j'})$ . Nous supposons de plus que les fonctions  $H_t^i$  sont telles qu'on peut leur associer des fonctions  $l_t^i$  définies par  $l_t^i(y; x) \propto p(Y_t^j = y | K_t^j = i, X_t^i = x)$ .

Nous supposons qu'une mesure peut provenir soit de l'un des  $M$  objets soit de fausses détections et qu'un objet donné peut produire une ou plusieurs mesures à chaque instant. Le modèle 0 sera dédié aux fausses alarmes qui sont censées être uniformément réparties dans l'espace des observations. On modélise leur nombre, à chaque instant, par une loi de Poisson de paramètre  $\lambda V$  où  $V$  est le volume de vision et  $\lambda$  le nombre de fausses alarmes par unité de volume. Bien entendu, aucun modèle cinématique n'est associé aux fausses alarmes, ainsi aucune particule ne représente leur densité.

Soit  $\pi_t \in [0, 1]^{M+1}$  défini par  $\pi_t^i = \mathbb{P}(K_t^j = i)$  pour tout  $j = 1, \dots, m_t$ . Cette définition suppose implicitement que les probabilités  $\pi_t^i$  sont indépendantes des mesures étant donné que leur indexation s'effectue arbitrairement. Du fait des hypothèses précédentes,  $m_t$  peut être différent de  $M$  et l'association est exclusive et exhaustive. En particulier  $\sum_{i=0}^M \pi_t^i = 1$ . De plus, on suppose que les composantes du vecteur d'association  $K_t$  sont indépendantes.

Pour estimer la loi  $L_t = p(X_t = (X_t^1, \dots, X_t^M) | y_t^1, \dots, y_t^{m_t})$  nous proposons d'utiliser des particules représentant conjointement la position de chacun des objets. Leur dimension sera donc égale à la somme des dimensions de chaque objet. Explicitons maintenant l'algorithme de filtrage particulière conjoint que nous proposons.

#### 3.1 Filtre particulière conjoint

L'initialisation du nuage  $S_0 = (s_0^n, 1/N)_{n=1, \dots, N}$  s'effectue en échantillonnant chaque composante  $s_0^{n,i}$  pour  $i = 1, \dots, M$  selon la loi  $p(X_0^i)$  et indépendamment des autres composantes. Supposons construit le nuage  $S_{t-1} = (s_{t-1}^n, q_{t-1}^n)_{n=1, \dots, N}$  avec  $\sum_{n=1}^N q_{t-1}^n = 1$ . La prédiction se fait alors pour chaque sous-particule selon la loi d'évolution de l'objet auquel elle est associée :

$$\text{Pour } n = 1, \dots, N \quad s_{t|t-1}^n = \begin{pmatrix} F_t^1(s_{t-1}^{n,1}, v_t^{n,1}) \\ \vdots \\ F_t^M(s_{t-1}^{n,M}, v_t^{n,M}) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Étudions maintenant la vraisemblance des observations obtenues à l'instant  $t$  conditionnellement à la  $n^{\text{ième}}$  particule, ce qui nous permettra de mettre à jour le poids de chaque particule. Pour tout  $n = 1, \dots, N$ , on a :

$$p(Y_t = (y_t^1, \dots, y_t^{m_t}) | X_t = s_{t|t-1}^n) = \prod_{j=1}^{m_t} p(y_t^j | s_{t|t-1}^n) \propto \prod_{j=1}^{m_t} \left[ \frac{\pi_t^0}{V} + \sum_{i=1}^M l_t^i(y_t^j; s_{t|t-1}^{n,i}) \pi_t^i \right]. \quad (8)$$

Il est important de noter que la première égalité de l'équation (8) n'a pu être écrite que sous l'hypothèse d'indépendance des observations conditionnellement au vecteur  $X_t$ , hypothèse que nous supposons vérifiée. De plus, les facteurs de normalisation entre  $l_t^i$  et  $p(Y_t^j = y | K_t^j = i, X_t^i = x)$  doivent être égaux pour tout  $i$  pour pouvoir écrire la seconde.

Afin de mettre à jour les poids des particules, il nous faut donc calculer les probabilités d'association  $(\pi_t^i)_{i=1, \dots, M}$  que nous allons considérer comme les coefficients d'un mélange de loi à  $M$  composantes et estimer par l'intermédiaire d'un échantillonneur de Gibbs dont nous rappelons brièvement le principe (consulter [1] ou [11] par exemple pour plus de détails) : pour  $\theta = (X_t, K_t, \Pi_t)$ , l'algorithme consiste à générer une chaîne de Markov convergeant vers la distribution stationnaire  $p(\theta | Y_{0:t})$  qui ne peut être échantillonnée directement. Pour cela, on doit être en mesure de trouver une partition de  $\theta$  en  $\theta^1, \dots, \theta^P$  telle que l'on sache échantillonner selon toutes les lois conditionnelles de chaque composante de la partition. Supposons que les  $\tau$  premiers éléments de cette chaîne de Markov aient été générés. Les  $P$  composantes de  $\theta_{\tau+1}$  sont alors obtenues de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \text{Générer } \theta_{\tau+1}^1 & \text{ selon } p(\theta^1 | Y_{0:t}, \theta_{\tau}^2, \dots, \theta_{\tau}^P) \\ \text{Générer } \theta_{\tau+1}^2 & \text{ selon } p(\theta^2 | Y_{0:t}, \theta_{\tau+1}^1, \theta_{\tau}^3, \dots, \theta_{\tau}^P) \\ & \vdots \\ \text{Générer } \theta_{\tau+1}^P & \text{ selon } p(\theta^P | Y_{0:t}, \theta_{\tau+1}^1, \dots, \theta_{\tau+1}^{P-1}) \end{aligned}$$

À l'instant  $t$ , nous utiliserons dans notre cas l'algorithme avec :

$$\begin{cases} \theta^j = K_t^j & \text{pour } j = 1, \dots, m_t ; \\ \theta^{m_t+i} = \pi_t^i & \text{pour } i = 1, \dots, M ; \\ \theta^{m_t+M+i} = X_t & \text{pour } i = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (9)$$

Durant l'initialisation, on affecte des probabilités d'association uniformes soit  $\pi_{t,0}^i = \frac{1-\pi_0}{M}$  pour tout  $i = 1, \dots, M$  et on initialise la position estimée de chaque objet à l'aide du nuage prédit  $X_{t,0} = \sum_{n=1}^N q_{t-1}^n s_{t|t-1}^n$ . Supposons maintenant que nous ayons déjà généré  $(\theta_{t,1}, \dots, \theta_{t,\tau})$ . L'itération  $\tau + 1$  s'effectue de la façon suivante :

- Les composantes de  $(K_t^j)_{j=1, \dots, m_t}$  étant supposées indépendantes, les densités conditionnelles s'écrivent :

$$p(K_t^j | Y_{0:t}, X_t, (K_t^l)_{l \neq j}, \Pi_t) = p(K_t^j | Y_t^j, X_t, \Pi_t). \quad (10)$$

Les variables  $(K_t^j)$  sont discrètes et on peut écrire :

$$\mathbb{P}(K_t^j = i | Y_t^j = y_t^j, X_t, \Pi_t) = \frac{p(Y_t^j = y_t^j | K_t^j = i, X_t, \Pi_t) \mathbb{P}(K_t^j = i | X_t, \Pi_t)}{p(Y_t^j = y_t^j | X_t, \Pi_t)} \quad (11)$$

$$\propto \begin{cases} \pi_t^i l_t^i(y_t^j; x_t^i) & \text{si } i = 1, \dots, M; \\ \pi_t^0 / V & \text{si } i = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Les réalisations  $k_{t,\tau+1}^j$  du vecteur  $K_{t,\tau+1}$  sont donc échantillonnées selon les poids

$$p_{t,\tau+1}^{j,0} = \pi_t^0 / V, p_{t,\tau+1}^{j,i} = \pi_{t,\tau}^i l_t^i(y_t^j; x_{t,\tau}^i) \text{ pour } i = 1, \dots, M.$$

- Le vecteur de mélange  $\Pi_{t,\tau+1}^{1:M}$  est échantillonné selon la loi conditionnelle :

$$p(\Pi_t^{1:M} | K_{t,\tau+1}, X_{t,\tau}, Y_{0:t}) = p(\Pi_t^1, \dots, \Pi_t^M | K_{t,\tau+1}^1, \dots, K_{t,\tau+1}^M, X_{t,\tau}, Y_{0:t}) \quad (13)$$

$$\propto p(K_{t,\tau+1}^1, \dots, K_{t,\tau+1}^M | \Pi_t^1, \dots, \Pi_t^M) p(\Pi_t^1, \dots, \Pi_t^M) \quad (14)$$

$$= (1 - \pi_0) \text{Dirichlet}(\Pi_t | M, \{n^i(K_{t,\tau+1})_{i=1,\dots,M}\}) \quad (15)$$

où l'on désigne par  $n^i(K)$  le nombre de  $k^j$  égaux à  $i$ .

- Le vecteur  $X_{t,\tau+1}$  doit être échantillonné selon la loi :

$$p(X_t | Y_{0:t}, K_{t,\tau+1}, \Pi_{t,\tau+1}) = \prod_{i=1}^M p(X_t^i | Y_{0:t}, K_{t,\tau+1}, \Pi_{t,\tau+1}). \quad (16)$$

Les valeurs de  $K_{t,\tau+1}$  peuvent être telles qu'un objet donné est associé à aucune ou à plusieurs mesures ce qui nous conduit à décomposer le produit précédent en deux sous-produits :

$$\prod_{i/\exists j^1, \dots, j^i / K_{t,\tau+1}^j = i} p(X_t^i | Y_{0:t-1}, y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i}, \Pi_{t,\tau+1}) \prod_{i/\forall j K_{t,\tau+1}^j \neq i} p(X_t^i | Y_{0:t-1}, \Pi_{t,\tau+1}). \quad (17)$$

- Soit  $i$  un entier du premier produit. On peut écrire :

$$p(X_t^i | Y_{0:t-1}, y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i}, \Pi_{t,\tau+1}) = \frac{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i) p(X_t^i | Y_{0:t-1})}{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | Y_{0:t-1})}. \quad (18)$$

Nous sommes dans l'impossibilité d'échantillonner selon la loi  $\frac{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i) p(X_t^i | Y_{0:t-1})}{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | Y_{0:t-1})}$ , pour les mêmes raisons que celles qui nous ont poussé à utiliser le filtrage particulaire. Nous proposons de construire à nouveau un nuage de particules  $\Sigma_{\tau+1} = (\sigma_{\tau+1}^n, \chi_{\tau+1}^n)_{n=1,\dots,N}$  dont les poids  $\chi_{\tau+1}^n$  mesurent la vraisemblance des observations affectées par  $K_{t,\tau+1}$  au  $i^{\text{ème}}$  objet. Plus précisément, on pose :

$$\begin{cases} \sigma_{\tau+1}^n = s_{t|t-1}^{n,i} ; \\ \chi_{\tau+1}^n = \frac{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i = \sigma_{\tau+1}^n) q_{t-1}^n}{\sum_{n=1}^N p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i = \sigma_{\tau+1}^n) q_{t-1}^n}. \end{cases} \quad (19)$$

La densité  $\Lambda_{\tau+1} = \sum_{n=1}^N \chi_{\tau+1}^n \delta_{\sigma_{\tau+1}^n}$  converge faiblement vers la densité  $p(X_t^i | y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i}, Y_{0:t-1})$ .

$X_{t,\tau+1}^i$  sera ainsi tiré comme une réalisation de la loi  $\Lambda_{\tau+1}$ .

- Soit maintenant  $i$  un entier du second produit. Comme aucune mesure ne nous permet de corriger les particules prédites,  $X_{t,\tau+1}^i$  est tiré selon la loi  $\sum_{n=1}^N q_{t-1}^n \delta_{s_{t|t-1}^n}$ .

Après un nombre fini d'itérations, on estime le vecteur  $\pi_t$  par la moyenne des dernières réalisations :

$$\hat{\pi}_t^i = \frac{1}{\tau_{\text{deb}} - \tau_{\text{fin}}} \sum_{\tau=\tau_{\text{deb}}}^{\tau_{\text{fin}}} \pi_{t,\tau}^i. \quad (20)$$

Finalement, les poids des particules peuvent être mis à jour en utilisant l'estimation  $\hat{\pi}_t^i$  de  $\pi_t^i$ . L'ensemble de ces étapes est résumé dans la figure 2.

- Initialisation :  $\begin{cases} s_0^n \sim p(X_0) \\ q_0^n = 1/N \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$
- Pour  $t = 1, \dots, T$  :
  - o Prédiction :  $\begin{cases} v_t^n \sim p(V_t) \\ s_{t|t-1}^n = F_t(s_{t-1}^n, v_t^n) \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$
  - o Pondération :
    - ▲ Initialisation de l'échantillonneur :  $\begin{cases} \pi_{t,0}^i = \frac{1-\pi_t^0}{M} & i = 1, \dots, M; \\ X_{t,0}^i = \sum_{n=1}^N q_{t-1}^n s_{t|t-1}^{n,i} & i = 1, \dots, M. \end{cases}$
    - ▲ Pour  $\tau = 0, \dots, \tau_{fin}$  :
      - △  $K_{t,\tau+1}^j \sim p(K_{t,\tau+1}^j = i) \propto \begin{cases} \pi_{t,\tau}^i l_t^i(y_t^j; x_{t,\tau}^i) & \text{si } i = 1, \dots, M; \\ \pi_{t,\tau}^0/V & \text{si } i = 0. \end{cases}$
      - △  $\pi_{t,\tau+1}^{1:M} \sim \mathcal{D}((1 + n^i(K_{t,\tau+1}^j))_{i=1,\dots,M}), n^i(K) \triangleq \#\{j : K^j = i\}.$
      - △ Pour tout  $i$  tel que  $\exists j^1, \dots, j^i / K_{t,\tau+1}^{j^i} = i,$ 
        - ▶  $\begin{cases} \sigma_{\tau+1}^n = s_{t|t-1}^{n,i} \\ \chi_{\tau+1}^n = \frac{p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i = \sigma_{\tau+1}^n) q_{t-1}^n}{\sum_{n=1}^N p(y_t^{j^1}, \dots, y_t^{j^i} | X_t^i = \sigma_{\tau+1}^n) q_{t-1}^n} \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$
        - ▶  $X_{t,\tau+1}^i \sim \sum_{n=1}^N \chi_{\tau+1}^n \delta_{\sigma_{\tau+1}^n}.$
      - △ Pour tout  $i$  tel que  $\nexists j / K_t^j = i, X_{t,\tau+1}^i \sim \sum_{n=1}^N q_{t-1}^n \delta_{s_{t|t-1}^{n,i}}.$
    - ▲  $\hat{\pi}_t^i = \frac{1}{\tau_{deb} - \tau_{fin}} \sum_{\tau=\tau_{deb}}^{\tau_{fin}} \pi_{t,\tau}^i \quad i = 1, \dots, M.$
    - ▲  $q_t^n \propto q_{t-1}^n \prod_{j=1}^{m_t} [\frac{\pi_t^0}{V} + \sum_{i=1}^M l_t^i(y_t^j; s_{t|t-1}^{n,i}) \hat{\pi}_t^i] \quad n = 1, \dots, N.$
    - o Retourner  $\hat{\mathbb{E}}g(X_t) = \sum_{n=1}^N q_t^n g(s_{t|t-1}^n).$
    - o  $\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N (q_t^n)^2}.$
    - o Rééchantillonnage : si  $\hat{N}_{eff} < N_{seuil}$  :  $\begin{cases} s_t^n \sim \sum_{k=1}^N q_t^k \delta_{s_{t|t-1}^k} \\ q_t^n = 1/N \end{cases} \quad n = 1, \dots, N.$

FIG. 2 – Algorithme de filtrage particulaire conjoint pour plusieurs objets avec rééchantillonnage adaptatif.

### 3.2 Extension aux observations multicapteurs

Nous nous sommes également intéressés à l'extension théorique de l'algorithme que nous venons de proposer au cas où les observations seraient de natures différentes. Soit  $R$  le nombre de types d'observations possibles. Le vecteur d'observation à l'instant  $t$  est alors désigné par  $y_t = (y_{t,r^1}^1, \dots, y_{t,r^{m_t}}^{m_t})$  où  $r^j$  désigne le  $j^{\text{ème}}$  type d'observation. Cette observation est donc une réalisation du processus :

$$Y_{t,r^j}^j = H_{t,r^j}^i(X_t^i, W_t^j) \text{ si } K_t^j = i. \quad (21)$$

On suppose l'indépendance d'observations de type différent. On désigne par  $l_{t,r^j}^i(y; x)$  les fonctions proportionnelles à  $p(Y_{t,r^j}^j = y | K_t^j = i, X_t^i = x)$ . La vraisemblance des observations

conditionnellement à la  $n^{\text{ième}}$  particule s'obtient directement :

$$p(Y_t = (y_{t,r^1}^1, \dots, y_{t,r^{m_t}}^{m_t}) | X_t = s_t^n) = \prod_{j=1}^{m_t} p(y_{t,r^j}^j | s_t^n) = \prod_{j=1}^{m_t} \left[ \frac{\pi_t^0}{V} + \sum_{i=1}^M l_{t,r^j}^i(y_{t,r^j}^j; s_t^{n,i}) \pi_t^i \right]. \quad (22)$$

Il n'y a donc aucun obstacle à l'utilisation du filtre particulaire pour plusieurs objets observés à travers plusieurs types d'observations. De plus, l'algorithme est suffisamment souple pour que le nombre de type d'observations varie au cours du temps sans que cela n'induisse de modification. L'algorithme proposé a déjà été implémenté et testé en traitement du signal pour le suivi de cibles par mesures d'angles seulement puis, sur d'autres scénarios par mesure d'angles et de distances. Ces tests, accompagnés d'une étude du biais et de la variance de l'erreur commise sur plusieurs réalisations de l'algorithme, prouvent clairement la capacité de l'algorithme à résoudre le problème d'association de données et à utiliser plusieurs types d'observations (*cf.* [6]). De plus, l'algorithme est maintenant testé en traitement d'images, ce qui est exposé dans la partie suivante.

## 4 Application : suivi de piétons

Dans la séquence suivante, trois piétons se déplacent avec des trajectoires non rectilignes uniformes, d'une part à cause d'une accélération non constante et d'autre part à cause de changements de direction. De nombreux problèmes d'occultations se posent lors du croisement d'individus dans le champ en deux dimensions de la séquence (exemple en figure 3(1,2,3)).



FIG. 3 – (1, 2, 3) : Trois images d'une séquence piétons avec occultation ; représentation par contour de Fourier : (4) contour initial ; (5) contour calculé par transformation de Fourier inverse des 6 premiers coefficients de Fourier du contour initial.

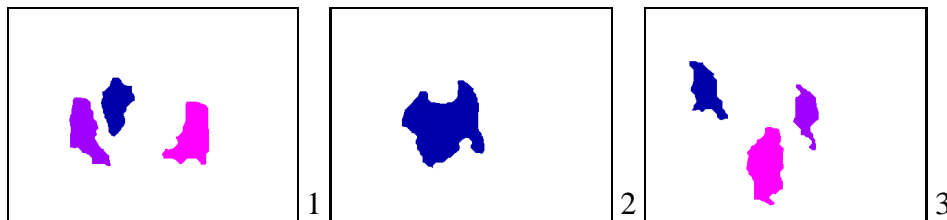


FIG. 4 – Cartes de détection de mouvements associés aux images 19, 39 et 79 de la séquence.

La modélisation consiste tout d'abord à choisir un vecteur d'état  $X_t$  adéquat, notamment de taille suffisamment faible, pour représenter les objets. Outre l'utilisation des points de contrôle



FIG. 5 – Contours estimés avec  $\sigma_v = 0.08$ ,  $N_U = 10$  et 100 particules pour les images 19, 39 et 79 de la séquence.

de courbes de type *spline*, il semble intéressant d'utiliser les premiers coefficients de Fourier obtenus par transformation de Fourier discrète des points du contour.

Soit  $c(u) = \begin{pmatrix} x(u) \\ y(u) \end{pmatrix}$   $u = 1, \dots, U$  la suite des coordonnées des points d'un contour fermé.

Par transformation de Fourier discrète, les coefficients de Fourier complexes sont donnés par :

$$C(v) = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U c(u) \exp \frac{2i\pi uv}{U} \text{ pour } v = -U/2, \dots, U/2. \quad (23)$$

On ne conserve alors que ceux correspondant aux fréquences les plus faibles c'est-à-dire que l'on met à 0 les coefficients  $C(v)$  pour  $|v| > N_U$ . La transformation de Fourier discrète inverse nous permet de reconstituer un contour de même résolution que le contour initial uniquement à l'aide des  $2N_U$  coefficients conservés (appelés coefficients utiles). Par exemple, le contour 3.5 est obtenu par transformation inverse des 6 premiers coefficients de la transformée de Fourier du contour de la figure 3.4. À l'instant  $t$ , le vecteur d'état choisi est constitué pour chaque objet du triplet  $(Xc_t^i, Xc_{f_t}^i, Xv_t^i)$  désignant respectivement la liste des points du contour de l'objet  $i$ , la liste des coefficients de Fourier utiles associés à ce contour et le vecteur vitesse dans le plan 2D de l'objet  $i$  avec  $Xv_t^i = (Xvx_t^i, Xvy_t^i)$ . Nous noterons  $(Sc_t^{n,i}, Sc_{f_t}^{n,i}, Sv_t^{n,i})$  la réalisation de ce triplet pour la  $i^{\text{ème}}$  composante de la  $n^{\text{ième}}$  particule du nuage au même instant.

Les observations sont acquises de la façon suivante : par une segmentation par le mouvement, nous calculons entre deux images successives les différentes composantes connexes détectées en mouvement comme présenté sur la figure 4 et notées  $Yc_t^j$  pour  $j = 1, \dots, m_t$ .

En ce qui concerne le modèle de prédiction, nous supposons avoir peu d'informations a priori sur le modèle de mouvement des piétons. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser à chaque instant l'estimation du mouvement dominant des composantes connexes issues de la segmentation et contenue pour chaque composante dans le vecteur  $Yv_t^j = (Yvx_t^j, Yvy_t^j)$  pour  $j = 1, \dots, m_t$ . Afin d'effectuer l'étape de prédiction des particules le plus rapidement possible, celle-ci est menée dans le domaine fréquentiel de la manière suivante :

$$\begin{cases} Sv_t^{n,i} = \begin{cases} Yv_t^j \text{ si } \hat{X}c_{f_{t-1}}^i(0) \text{ est l'unique CDG, pour } i = 1, \dots, M \text{ dans } Yc_t^j, \\ Sv_{t-1}^{n,i} \text{ sinon;} \end{cases} \\ Sc_{f_{t|t-1}}^{n,i}(0) = Sc_{f_{t-1}}^{n,i}(0) + Sv_t^{n,i} + V_t^i; \\ Sc_{f_{t|t-1}}^{n,i}(v) = Sc_{f_{t-1}}^{n,i}(v) + V_t^i \text{ pour } v = -N_U, \dots, N_U \neq 0; \end{cases} \quad (24)$$

où  $V_t^i$  est un bruit blanc gaussien d'écart-type  $\sigma_v$  permettant d'explorer différentes déformations du contour et où le centre de gravité est désigné par CDG.

Enfin la vraisemblance de l'observation  $Y_t^j$  conditionnellement à la  $i^{\text{ème}}$  composante de la particule  $n$  est obtenue par le calcul du rapport :  $\frac{\#\text{pixels appartenant à } \overset{\circ}{S}_t^{n,i} \cap Y_t^j}{\sqrt{\#\text{pixels appartenant à } \overset{\circ}{S}_t^{n,i}}}$  où  $\overset{\circ}{S}_t^c$  désigne l'intérieur du contour  $c$ . La racine carrée au dénominateur permet de ne pas pénaliser les grands contours. Les contours obtenus pour une réalisation du filtre avec  $\sigma_v = 0.08$ ,  $N_U = 10$  et 100 particules sont présentés sur la figure 5, la cadence actuelle de l'algorithme étant de l'ordre de 8s par image sur une machine à 863 Mhz.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé dans cet article un algorithme de suivi d'objets multiples. Celui-ci fournit une estimation bayésienne des états des objets et des associations entre les observations et les états. Il est fondé sur les algorithmes de filtrage particulaire et d'échantillonneur de Gibbs. Appliqué à une séquence d'images, il permet de reconstituer avec succès les trajectoires de trois piétons malgré d'importantes occultations. Nous étudions actuellement les extensions possibles de cet algorithme lorsque le nombre d'objets varie au cours de la séquence.

## Références

- [1] J. Diebolt et C. P. Robert. Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling. *Journal of the Royal Statistical Society series B*, 56 :363–375, 1994.
- [2] A. Doucet. On sequential simulation-based methods for Bayesian filtering. Technical report, CUED/F-INFENG/TR 310, Signal Processing Group, Departement of Engineering, University of Cambridge, Royaume-Uni, 1998.
- [3] Thomas E. Fortmann, Yaakov Bar-Shalom, et Molly Scheffe. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 8 :173–184, juillet 1983.
- [4] H. Gauvrit, J-P Le Cadre, et C. Jauffret. A formulation of multitarget tracking as an incomplete data problem. *IEEE. Trans. on Aerospace et Electronic Systems*, 33(4) :1242–1257, octobre 1997.
- [5] N. Gordon, D. Salmond, et A. Smith. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proc.F, Radar and signal procesing*, 140(2) :107–113, 1993.
- [6] C. Hue, J.-P. Le Cadre, et P. Pérez. Tracking multiple objects with particle filtering. Technical report, IRISA, octobre 2000.
- [7] M. Isard et A. Blake. CONDENSATION — conditional density propagation for visual tracking. *Int. J. Computer Vision*, 29(1) :5–28, 1998.
- [8] A. Kong, J.S. Liu, et W.H Wong. Sequential imputation method and Bayesian missing data problems. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 89 :278–288, 1994.
- [9] J. MacCormick et A. Blake. A probabilistic exclusion principle for tracking multiple objects. In *Proc. Int. Conf. Computer Vision*, pages 572–578, 1999.
- [10] C. Musso et N. Oudjane. Particle methods for multimodal filtering. In *The 2nd international Conference on information fusion IEEE*, Silicon Valley, Californie, Etats-Unis, 6-8 juillet 1999.
- [11] M. Stephens. *Bayesian Methods for Mixtures of Normal Distributions*. PhD thesis, Magdalen College, Oxford, Royaume-Uni, 1997.
- [12] Roy L. Streit et Tod E. Luginbuhl. Maximum likelihood method for probabilistic multi-hypothesis tracking. In *Proceedings of SPIE International Symposium, Signal and Data Processing of Small Targets 1994*, volume 2335, 1994.