

Modélisation de forme 3D par méthode de moiré de projection et analyse par décalage de phases

Cyril Brèque et Fabrice Brémand

Laboratoire de Mécanique des Solides, Université de Poitiers

*SP2MI – Boulevard Marie et Pierre Curie – Téléport 2 – BP 30179 – 86962 Futuroscope
Chasseneuil Cedex*

E-mail : bremand@lms.univ-poitiers.fr
breque@lms.univ-poitiers.fr

Mots-clés :

Mesure tridimensionnelle, relief, moiré de projection, décalage de phases, biomécanique.

Résumé :

La détermination de formes est utile dans plusieurs domaines, comme par exemple l'aide à la reproduction d'objets. Le problème que nous allons aborder concerne l'insertion d'objets réels dans un calcul d'éléments finis et, plus particulièrement, d'objets organiques. Les os ont un relief tellement particulier et complexe que leur forme peut être difficilement déduite d'objets de révolution. La méthode que nous exposons, « le moiré de projection », permet de mesurer le relief d'un objet par méthode optique, donc sans contact. Cette méthode est applicable sur des objets de très grandes dimensions, tels que les ailes d'avion, ou de petite taille (de l'ordre du cm) en adaptant les caractéristiques géométriques du montage. Le résultat ainsi obtenu se présente sous forme d'un nuage de points. La précision de cette méthode dépend essentiellement de la capacité à déterminer les paramètres géométriques du montage et de mesurer les champs de phases. Nous présenterons une technique qui permet de calculer ces paramètres géométriques. Nous verrons deux applications de cette méthode, l'une sur une pièce de l'industrie et l'autre sur un os. Nous évoquerons les avantages et les inconvénients de cette technique.

1. Introduction

La méthode des éléments finis permet, à l'aide du maillage d'un objet, de simuler les phénomènes qui lui seront appliqués dans sa future utilisation. Lorsque l'objet est simple, le maillage peut être créé par un modelleur. Par contre, si nous avons à faire à une pièce de forme complexe, la technique de mesure tridimensionnelle peut être une solution pour réaliser le maillage. L'utilisation des méthodes de mesure 3D semble même être la mieux adaptée pour la résolution de ce problème.

Il existe plusieurs moyens d'effectuer des mesures 3D. Les plus couramment utilisés sont les machines de mesure tridimensionnelle, avec leurs différents palpeurs. Ces machines de mesure tridimensionnelle sont souvent utilisées pour le contrôle de qualité, à cause de leur très grande précision. Mais ce système d'acquisition, qui est difficile à utiliser et à mettre en œuvre, possède une vitesse d'acquisition extrêmement lente. De plus, son coût d'utilisation reste élevé.

Le système de mesure tridimensionnelle que nous allons vous présenter peut rivaliser avec les performances des scanners 3D, mais avec un investissement moindre. Par exemple, le scanner 3D VIVID 300, de chez Minolta, possède une résolution maximale en profondeur de 0,45 mm. De plus, ce scanner possède une capacité surfacique de mesure comprise entre 190 mm² et 400 mm².

Cette méthode de mesure 3D est composée de deux étapes. La première, appelée phénomène de moiré, consiste à faire apparaître un troisième réseau en superposant deux réseaux de traits. La deuxième partie, appelée « méthode de décalage de phases » ou « quasi-hétérodynage », consiste à déterminer un champ de phases à partir d'un certain nombre d'images décalées entre elles d'un déphasage ψ quelconque. Ce champ de phases permet de caractériser un réseau de franges. Ces deux principes seront expliqués plus en détail par la suite.

Le processus de calibrage développé permet de déterminer les paramètres géométriques du montage qui sont nécessaires pour le calcul du relief et de minimiser les erreurs dues au montage expérimental. Nous expliquerons, plus en détail, son utilité.

Enfin, nous appliquerons cette méthode sur des pièces métalliques et organiques. Nous aborderons les divers problèmes rencontrés au cours de ces mesures.

2. Principe du moiré de projection

A l'aide d'un vidéo-projecteur, de focale f_p , nous projetons un réseau de traits parallèles de pas Pr et d'orientation Oy sur l'objet étudié. Ce réseau projeté est observé à l'aide d'une caméra CCD placée à une distance h_p du plan de référence. L'axe optique de la caméra CCD est perpendiculaire au plan de référence virtuel. L'intersection de ces deux plans détermine l'origine O du repère de travail. La position du système de projection est déterminée par les distances h_p et d . Son axe optique passe par l'origine O (figure 1) [Brémand, 1994].

Les conditions précédentes sur la géométrie du montage ne sont pas réalisables, avec précision, sur un banc de mesure expérimental, mais nous pouvons nous en rapprocher le plus possible. Nous verrons par la suite comment minimiser ces erreurs implicites.

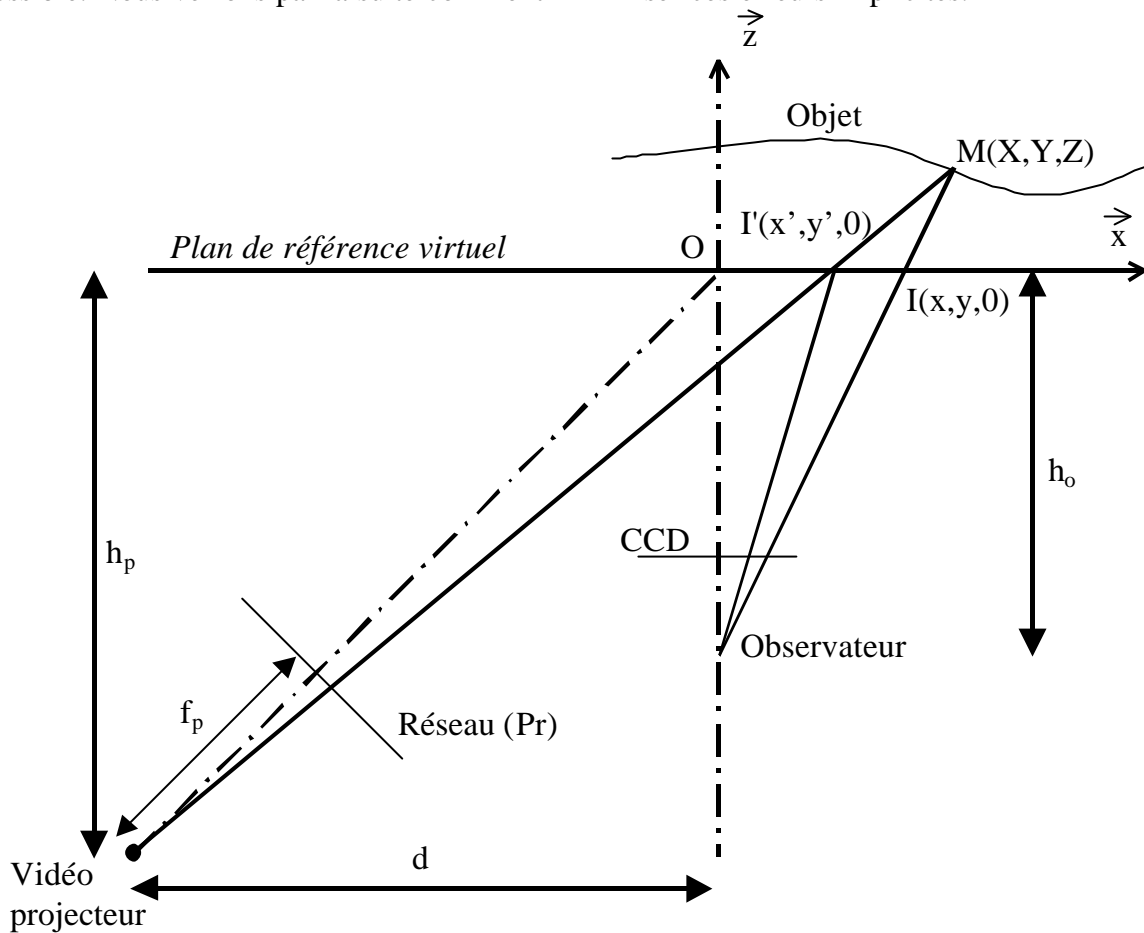


Figure 1 - Schéma de principe du moiré de projection.

Avec la figure 1, nous pouvons déduire les trois relations suivantes :

$$\frac{d+x'}{h_p} = \frac{X-x'}{Z} \quad \frac{x}{h_o} = \frac{X-x}{Z} \quad \frac{y}{h_o} = \frac{Y-y}{Z} \quad (1)$$

où X, Y et Z sont les coordonnées du point M appartenant à l'objet que nous recherchons.

Nous pouvons donc déterminer la relation qui suit :

$$Z = \frac{h_p h_o \Delta x}{h_o(d+x-\Delta x) - h_p x} \quad \text{avec } \Delta x = x - x' \quad (2)$$

D'après l'équation (2), le relief est calculé à l'aide des paramètres du montage (h_p , d , f_p , Pr et h_o) et des valeurs x et x' . La détermination des variables x et x' se fait à partir du champ de phases correspondant au réseau projeté sur l'objet. C'est la méthode de décalage de phases, qui sera expliquée par la suite, qui transforme un réseau de traits parallèles en un champ de phases ϕ .

En fait, il est plus judicieux de dire que pour un x donné, nous déterminons le x' en fonction du champ de phases de l'objet ϕ_{obj} . La superposition physique de deux réseaux pour obtenir un phénomène de moiré s'est donc transformée en une superposition numérique de champs de phases. En effet, le champ de phases correspondant au plan de référence est directement intégré dans l'équation (2).

Pour obtenir l'équation qui régit le champ de phases au niveau du plan de référence, nous avons déterminé, grâce à la figure 1 [Brémand, 1994], l'équation du pas projeté, qui est :

$$P(x) = \frac{\text{Pr}(d^2 + dx + h_p^2)}{f_p h_p} \quad (3)$$

Lorsque x est égal au pas du réseau projeté $P(x)$, la phase $\phi(x)$ doit être égale à 2π . Nous obtenons alors :

$$\phi(x) = \frac{2\pi x}{P(x)} = \frac{2\pi f_p h_p x}{\text{Pr}(d^2 + dx + h_p^2)} \quad (4)$$

La phase $\phi(x)$ correspond au champ de phases au niveau du plan de référence virtuel. Nous pouvons donc en déduire, par similitude, l'équation du champ de phases de l'objet :

La variable x' peut alors s'exprimer de la manière suivante :

$$x' = \frac{\phi_{obj} \text{Pr}(d^2 + h_p^2)}{2\pi f_p h_p - \phi_{obj} \text{Pr} d} \quad (5)$$

La phase ϕ_{obj} est la valeur expérimentale de la phase de l'objet au point de coordonnée x .

Le principe pour calculer le relief par moiré de projection est simple. La visualisation du réseau de franges projeté sur un objet nous donne un champ de phases appelé phase de l'objet (ϕ_{obj}), fonction des coordonnées de I (figure 1). Connaissant les paramètres du montage, nous pouvons alors déterminer la variable x' à l'aide de la formule (5). Puis, avec la formule (2), nous en déduisons le relief Z .

La variable x ne correspond pas à la coordonnée du point M , dans le repère (O,x,y,z) . En effet, le point M , appartenant à l'objet, de coordonnées (X,Y,Z) , est défini par :

$$\begin{aligned} Z &\text{ est déterminé par la formule (2)} \\ X &= \frac{x(Z + h_o)}{h_o} \\ Y &= \frac{y(Z + h_o)}{h_o} \end{aligned} \quad (6)$$

Nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a pas de divergence et de distorsion du réseau projeté. Nous avons calculé une erreur de distorsion maximale sur la position d'un pixel égale au dixième de pixel pour un objectif de bonne qualité (NIKON de 50 mm).

Les valeurs x et y correspondant à la position du pixel (i,j) considéré sont exprimées en millimètres. Le grandissement γ_{CCD} et le rapport largeur / hauteur des pixels τ_{CCD} sont pris

en considération automatiquement. Dans la suite de notre présentation, nous ne parlerons plus de pixels, de grandissement et de rapport CCD, mais directement de valeurs x et y en millimètres. Les deux paramètres γ_{CCD} et τ_{CCD} sont évalués expérimentalement à l'aide d'une mire de taille connue.

La précision de cette méthode dépend donc de la précision du champ de phases de l'objet (ϕ_{obj}) et de la mesure des paramètres du montage. Nous avons donc développé une méthode de décalage de phases pour la mesure du champ de phases de l'objet et un processus de calibrage automatique. Il a deux rôles : le premier est de minimiser les erreurs dues au montage expérimental et le deuxième de déterminer avec précision les paramètres géométriques (h_p , d , h_o , f_p et Pr). Il n'est donc pas aberrant de négliger les défauts géométriques du montage si nous effectuons, au préalable, un processus de calibrage. L'amélioration de la technique de moiré de projection dépend surtout de la capacité à mesurer les paramètres du montage qui interviennent directement dans le calcul du relief (cf. équation (2)).

3. Principe de décalage de phases

Cette méthode, appelé aussi quasi-hétérodynage, permet d'analyser un réseau de franges souvent rencontré dans les méthodes de mesure optique. Elle transforme ce réseau en un champ de phases ϕ . Cette méthode requiert plusieurs images d'un même réseau de franges, déphasées les unes par rapport aux autres. Pour cela, nous ajoutons à la phase un déphasage ψ quelconque. Il existe plusieurs combinaisons correspondant au nombre d'images nécessaires pour le calcul. Leur nombre varie entre trois et l'infini [Bazin, 1997] [Joenathan, 1994] [Schmit, 1995] [Wolf, 1994].

D'autres méthodes de calcul de champ de phases basées sur une seule image existent (transformée de Fourier [Morimoto, 1989], méthode de dérivation [Chevallier, 1995], méthode de Hilbert par convolution [Jaehne] et *Phase locked-loop* [Wolaver, 1991]), mais ont une précision moindre.

Dans notre cas, nous prendrons trois images expérimentales du réseau de traits verticaux déphasées d'environ $2\pi/3$, pour chaque calcul de champ de phases. Ces images sont déterminées par leur intensité lumineuse en fonction de la position des pixels. Nous obtenons alors un système de trois équations à trois inconnues :

$$\begin{aligned} I_0(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y)) \\ I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + \Psi_{10}) \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + \Psi_{20}) \end{aligned} \quad (7)$$

où x et y sont exprimées en mm (correspondant au pixel (i, j)), $A(x, y)$ est l'intensité, $B(x, y)$ l'amplitude et $\phi(x, y)$ la phase contenant l'information qui nous intéresse.

Les déphasages sont introduits par les constantes Ψ_{10} et Ψ_{20} . Ils sont réalisés expérimentalement en projetant, avec le vidéo-projecteur, trois images de réseau déphasé. Ces images sont créées numériquement et considérées sans défauts géométriques.

En faisant l'hypothèse que $A(x,y)$ et $B(x,y)$ varient peu sur toute l'image lors de l'introduction des déphasages, nous pouvons déterminer, du système d'équations (7), la phase $\phi(x,y)$ avec la formule :

$$\tan \phi(x,y) = \frac{(I_2 - I_1) + (I_0 - I_2) \cos \Psi_{10} + (I_1 - I_0) \cos \Psi_{20}}{(I_0 - I_2) \sin \Psi_{10} + (I_1 - I_0) \sin \Psi_{20}} \quad (8)$$

Notre technique d'introduction des déphasages ne nécessite aucune partie mécanique mobile. Il nous semble donc inutile d'effectuer un calcul précis des déphasages. Nous prendrons directement les valeurs Ψ_{10} et Ψ_{20} prises lors de la création des images de réseau.

Si nous recalculons les déphasages, avec la méthode de FFT [Brémand, 1994], nous pouvons voir que nous obtenons une précision du dixième de degré sur Ψ_{10} et Ψ_{20} . Dans le cas où nous utilisons la FFT, la précision sur les valeurs de Ψ_{10} et Ψ_{20} est aussi fonction de la qualité de l'image. Elle peut être améliorée en appliquant préalablement, sur chaque image, un « filtre de Hanning » [Brigham, 1974].

La phase ϕ est obtenue entre $-\pi$ et π en utilisant la fonction ATAN2 pour l'équation (8). Un processus de recalage de phases est donc appliqué pour pouvoir déterminer une phase qui assure la continuité des dérivées et ainsi lui restituer son allure réelle. Le principe consiste à ajouter, à la phase, $+\pi$ ou $-\pi$ à chaque fois que la phase passe de $\pi/2$ à $-\pi/2$ ou inversement.

4. Les masques objet et de discontinuité

Les masques ont pour but de définir les zones où le calcul sera effectué pour déterminer le relief d'un objet. Physiquement, c'est une image binaire avec « blanc » pour définir un point où le calcul sera effectué et « noir » pour l'exclure du calcul [Salagnac, 1994].

Le masque objet permet d'effectuer le calcul du moiré de projection uniquement sur la surface de l'objet, visible par la caméra CCD. Pour cela, nous nous servons des trois images issues du décalage de phases. Nous considérons qu'un pixel de l'image fait partie de l'objet si la différence d'intensité entre les trois images (une à une) est supérieure à un seuil. En effet, le fond étant à une distance trop lointaine du réseau projeté, il n'y apparaît pas de franges, donc nous obtenons un fond continu identique sur les trois images.

Le masque de discontinuité permet de définir les points de l'image où la phase ne peut pas être calculée ou recalée. Ces points correspondent généralement à une forte variation du relief, à un réseau de traits projeté trop dense ou à la présence d'un bruit important. Le processus de calcul du relief n'est donc pas appliqué sur ces points.

5. Processus de calibrage

Ce processus permet de déterminer, avec précision, les paramètres géométriques h_p , f_p , Pr , d et h_b . Le plan de référence virtuel de la figure 1 devenant réel, il est considéré comme parfait. Nous effectuons alors, à l'aide de la technique de décalage de phases, suivant le schéma de la figure 2, deux mesures expérimentales de champs de phases. La première correspond au plan de référence (ϕ_{ref}) et la deuxième au même plan de référence, mais ayant

subi une rotation d'angle β (réalisée par plateau tournant de précision donc connue) par rapport à l'axe Oy (ϕ_{cal}). Dans la deuxième mesure, le plan de référence joue le rôle de cale étalon. Il nous faut donc enregistrer six images en tout pour pouvoir effectuer le processus de calibrage.

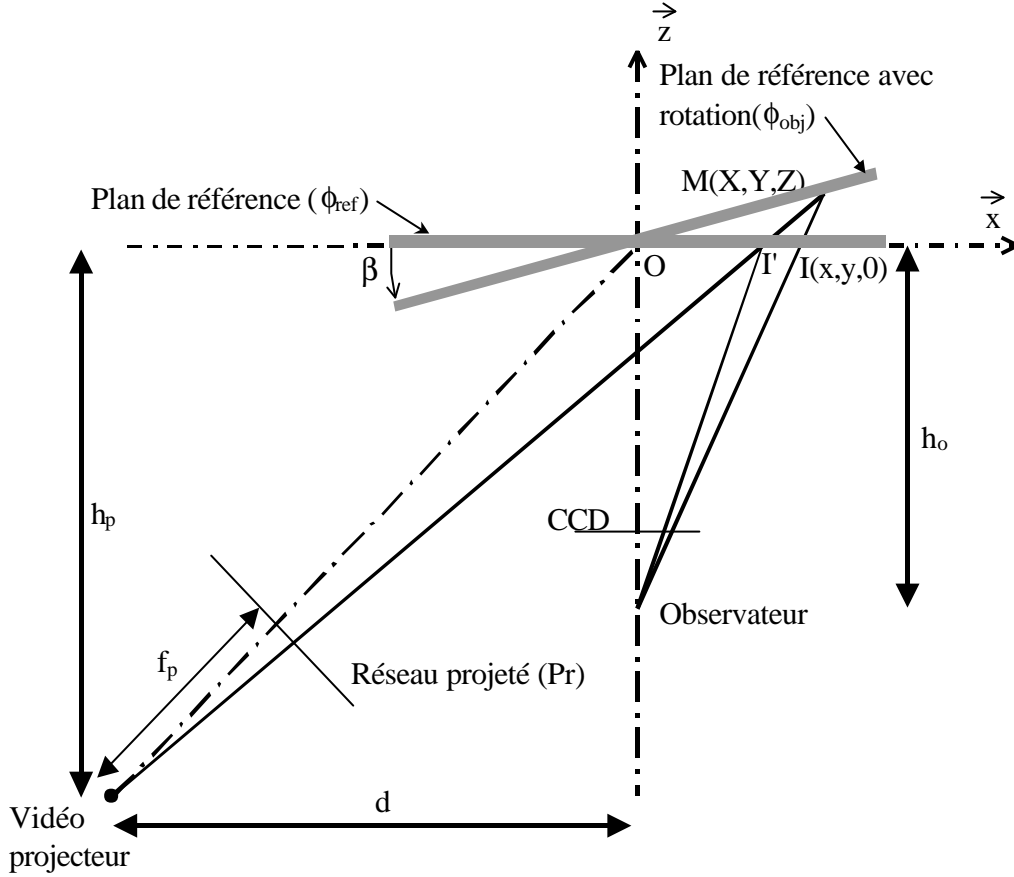


Figure 2 - Schéma de principe du calibrage.

D'après les formules (2), (4) et (6), nous pouvons déterminer le système d'équations suivant :

$$\phi_{ref} = \frac{2\pi}{Pr} \frac{f_p h_p x}{(d^2 + h_p^2 + dx)}$$

$$\phi_{cal} = \frac{2\pi}{Pr} \frac{f_p h_p x'}{(d^2 + h_p^2 + dx')} \quad \text{avec} \quad x' = \frac{h_o x (d \tan \beta - h_p)}{x (h_p - h_o) \tan \beta - h_p h_o} \quad (9)$$

Nous pouvons alors modéliser la forme des champs de phases par les expressions :

$$\phi_{ref} = \frac{x}{\alpha_0 + \alpha_1 x} \quad \text{avec} \quad \alpha_0 = \frac{Pr(d^2 + h_p^2)}{2\pi f_p h_p} \quad (10a)$$

$$\alpha_1 = \frac{Pr d}{2\pi f_p h_p}$$

$$\phi_{cal} = \frac{x}{\gamma_0 + \gamma_1 x} \quad \text{avec} \quad \gamma_0 = \frac{-Pr(d^2 + h_p^2)h_o h_p}{2\pi f_p h_p h_o (d \tan \beta - h_p)} \quad (10b)$$

$$\gamma_1 = \frac{Pr(d^2 + h_p^2)(h_p - h_o) \tan \beta}{2\pi f_p h_p h_o (d \tan \beta - h_p)} + \frac{Pr d}{2\pi f_p h_p}$$

Après interpolation des deux champs de phases expérimentaux, nous obtenons donc un système de quatre équations à cinq inconnues (*cf.* équations (10a) et (10b)). Mais en observant l'équation (5) qui permet de déterminer x' , nous nous apercevons que les paramètres du montage Pr et f_p peuvent être reliés. En effet, seul le rapport Pr/f_p , correspondant au grandissement du vidéo-projecteur, intervient dans les équations pour la détermination du relief. Ainsi, nous pouvons déterminer les quatre paramètres du montage avec :

$$d = \frac{\alpha_0(\gamma_0 - \alpha_0)^2}{\alpha_l(\gamma_0 \tan \beta)^2 + \alpha_l(\gamma_0 - \alpha_0)^2} \quad (11a)$$

$$h_p = \frac{\gamma_0 d \tan \beta}{\gamma_0 - \alpha_0} \quad (11b)$$

$$h_o = \frac{-\alpha_0 h_p \tan \beta}{(h_p - d \tan \beta)(\gamma_1 - \alpha_1) - \alpha_0 \tan \beta} \quad (11c)$$

$$\frac{Pr}{f_p} = \frac{2\pi \alpha_l h_p}{d} \quad (11d)$$

Ce processus de calibrage permet de calculer les paramètres afin de minimiser l'erreur sur la détermination du relief. En effet, sur un montage composé d'une caméra CCD et d'un vidéo-projecteur, il est difficile de déterminer, avec précision, ces paramètres de montage. De plus, elle permet d'intégrer les erreurs de montage expérimental.

La précision du processus de calibrage est fonction de la qualité des deux champs de phases expérimentaux (ϕ_{ref} et ϕ_{cal}). De plus, cette technique a l'avantage d'ajuster les paramètres géométriques de façon à se rapprocher le plus possible du profil du champ de phases réellement obtenu expérimentalement.

6. Application

Nous avons d'abord effectué une mesure sur un objet dont le relief était connu pour voir la précision obtenue par cette méthode. En fait, à l'aide du processus de calibrage, nous avons effectué une comparaison entre le relief théorique du plan ayant subi la rotation de β et celui déterminé par la méthode du moiré de projection. Le relief théorique est considéré comme parfait et obtenu par équation mathématique ($Z=X\tan(\beta)$). Dans ce cas particulier, nous avons, sur l'erreur, un écart-type de 0,07232 mm pour une longueur de champ de 176,6 mm (*cf.* figure 3). Les paramètres géométriques du montage, calculés par le processus de calibrage, sont : $h_0=1599,32$ mm, $h_p=491,21$ mm, $d=397,36$ mm, $Pr/f_p=0,007388$ mm, avec un vidéo-projecteur ayant une résolution de 800×600 pixels et une caméra CCD de 512×512 pixels.

Dans la partie gauche du graphique de la figure 3, nous obtenons une meilleure précision, car le réseau projeté est plus dense que sur la partie droite. Nous avons sur la partie gauche un écart-type de 0,05150 mm, alors que sur la partie droite il est de 0,08812 mm. La précision de cette méthode est donc fonction du pas de réseau projeté.

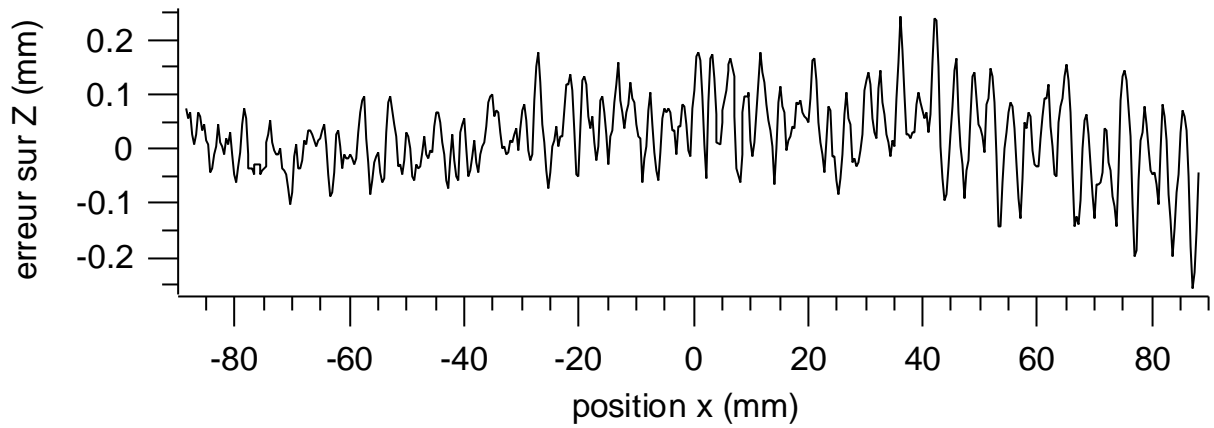
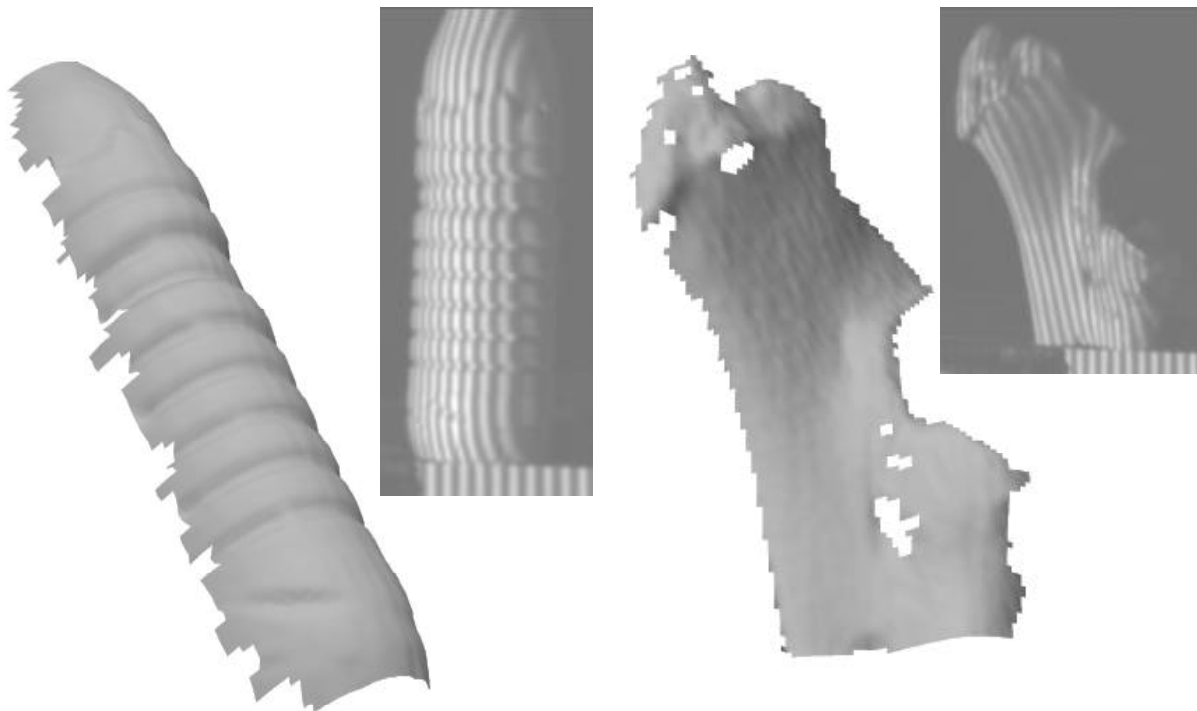


Figure 3 – Ecart entre les reliefs théorique et expérimental.



Bouteille d'eau

os animal

Figure 4 – Exemples d'application : bouteille d'eau et os.

Après avoir effectué préalablement le processus de calibrage, nous avons appliqué la technique du moiré de projection à deux objets, l'un de type industriel (bouteille d'eau) et l'autre de type « matériau biologique » (sur la figure 4, il s'agit d'os). Nous observons, dans le cas de l'os, des zones de discontinuité dues à une variation brutale du relief.

7. Conclusion et perspectives

Cette méthode permet de mesurer le relief d'un objet, avec des résultats sous forme d'un nuage de points. Elle peut être appliquée à des objets de quelques centimètres carrés à plusieurs mètres carrés, sans pour autant augmenter le coût de l'équipement. L'augmentation de la surface étudiée se fait donc aux dépens de la précision.

En effet, la technique du décalage de phases permet d'obtenir une précision de l'ordre du centième du pas projeté. Une frange doit être échantillonnée sur un minimum de 10 pixels. Prenons le cas où le grandissement CCD est de 5 pixels par millimètre. Le pas du réseau projeté est de 2 mm, ce qui nous permet d'obtenir une précision sur le relief de 0,02 mm avec une surface mesurable d'environ 100 mm² pour une CCD 512×512. Si le grandissement est de 1 pixel pour 1 mm, la précision est de 0,1 mm avec une surface de 500 mm².

Le temps d'acquisition et de calcul pour mesurer le relief sur tout un champ est de quelques minutes, comparé aux machines de mesure tridimensionnelle qui peuvent aller jusqu'à plusieurs heures d'acquisition.

Deux perspectives sont actuellement développées au Laboratoire de Mécanique des Solides de Poitiers. La première est de remplacer les trois prises d'image (en niveaux de gris) par l'acquisition d'une seule image en couleurs (RVB), dans le but d'une étude en dynamique. La deuxième consiste à coupler cette technique avec une platine de rotation, afin d'avoir plusieurs points de vue de l'objet et d'en déterminer le contour complet.

D'autres applications, comme le contrôle de qualité ou la reconnaissance de formes, peuvent être envisagées. Cette technique peut être utilisée dans tous les problèmes qui concernent la forme ou le relief. Le phénomène de moiré est aussi appelé, dans le monde industriel, projection de lumière structurée.

8. Bibliographie

- [Bazin, 1997] Bazin « Comparaison entre différentes techniques de décalage de phases », DEA de Mécanique de l'Université de Poitiers, 1997.
- [Brémand, 1994] Brémand « A phase Unwrapping technique for object relief determination », Optics and Lasers in Engineering, Vol 21, ISSN 0143-8166, 1994.
- [Brigham, 1974] Brigham « The Fast Fourier Transform », Prentice-Hall inc., 1974.
- [Chevallier, 1995] Chevallier « Contribution au quasi-hétérodynage à une image dans l'analyse de réseaux de franges pour des applications temps réel », DEA de Mécanique, Université de Poitiers, 1995.
- [Jaehne] Jaehne « Image Processing for Scientific Applications », ISBN : 0-8493-8906-2.
- [Joenathan, 1994] Joenathan « Phase measuring interferometry: new methods and errors analysis », Applied Optics, Vol. 33, N°19, 1994.
- [Morimoto, 1989] Morimoto, Segushi et Higashi « Two-dimensional moiré method and grid method using Fourier transform », Experimental Mechanics, pp 399-404, décembre 1989.
- [Salagnac, 1994] Salagnac « Contribution au moiré d'ombre quasi-hétérodyne », DEA de Mécanique de l'Université de Poitiers, 1994.
- [Schmit, 1995] Schmit et Creath « Extended averaging technique for derivation of error compensating algorithms in phase shifting interferometry », Applied Optics, Vol. 34, N°19, 1995.
- [Wolaver, 1991] Wolaver « Phase-locked loop », Circuit design Prentice-Hall Inc., 1991.
- [Wolf, 1994] Wolf « Analyse systematischer Fehler in der Phasenberechnung », thèse de doctorat, Université de Karlsruhe, 1994.