

Cours M2 LPOTR, partie “logique du premier ordre”

—Exercices—

Andreas Herzig
Université de Toulouse et CNRS, IRIT
<http://www.irit.fr/~Andreas.Herzig>

octobre 2015

1 Le jeu de chifoumi : langage

Considérons un langage avec l’alphabet suivant :

- Les symboles de prédicat binaire **gagne** et **perd**
- Les variables d’objet **x** et **y**
- Les symboles de fonction 0-aires suivants : **pierre**, **roche**, **feuille**, **papier**, **ciseaux**
- Les connecteurs logiques de la logique des prédicats.

Question. Exprimer les phrases suivantes en logique des prédicats :

1. La feuille gagne contre la pierre.
2. La feuille ne gagne pas contre elle-même.
3. Chaque objet ne peut ni gagner ni perdre contre lui-même.
4. Il y a des objets contre lesquels la feuille gagne et il y a des objets contre lesquels la feuille perd.
5. Chaque objet peut gagner contre quelqu’un.
6. Il existe un objet qui ne gagne contre aucun objet.
7. Tous les objets ont un objet contre lequel ils ne gagnent pas.
8. *Si* il existe un objet contre lequel tous les objets gagnent alors tout objet a un objet contre lequel il gagne.

2 Le jeu de chifoumi : un autre langage

Considérons un autre langage pour parler du jeu de chifoumi :

- les symboles de prédicat unaire **EstPierre**, **EstFeuille** et **EstCiseaux** ainsi que les symboles de prédicat binaire **gagne** et **perd**,
- Les variables d’objet **x** et **y**,
- Les connecteurs logiques de la logique des prédicats.

Question. Exprimer les phrases suivantes en logique des prédicats :

1. Feuille ne peut pas gagner contre feuille.
2. Aucun objet *du jeu* ne peut ni gagner ni perdre contre lui-même.

3 Le jeu de chifoumi : théorie des modèles

Pour le langage de la section 1, considérons l'interprétation I suivante :

- $D = \{p, f, c\}$
- $IF(\text{pierre}) = IF(\text{roc}) = p$
 $IF(\text{feuille}) = IF(\text{papier}) = f$
 $IF(\text{ciseaux}) = c$
- $IP(\text{gagne})(d_1, d_2) = 1$ ssi $d_1=f$ et $d_2=p$, ou bien $d_1=c$ et $d_2=f$, ou bien $d_1=p$ et $d_2=c$.
 $IP(\text{perd})(d_1, d_2) = 1$ ssi $d_1=p$ et $d_2=f$, ou bien $d_1=f$ et $d_2=c$, ou bien $d_1=c$ et $d_2=p$.

Question 1. Donner les valeurs de vérité des formules suivantes en I :

1. $\exists x \text{perd}(x, x)$
2. $\exists y \forall x \text{gagne}(x, y)$
3. $\forall x \exists y \text{gagne}(x, y)$
4. $\forall x (\text{gagne}(\text{pierre}, x) \leftrightarrow \text{gagne}(\text{roc}, x))$
5. $(\exists y \forall x \text{gagne}(x, y)) \rightarrow \forall x \exists y \text{gagne}(x, y)$

Question 2. Donner l'interprétation correspondante pour le langage de la section 2.

Question 3. Comparez les deux langages. Y-en-a-t-il un qui est 'meilleur' ? (dans le sens : 'mieux adapté à la représentation des connaissances car plus flexible')